

**А. Б. Селунский, А. В. Кузьмин, Н. Ю. Комарова**

**ТЕПЛОВОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ  
ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ  
ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ  
НА СИНУСОИДАЛЬНОЙ ГРАНИЦЕ  
ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Представлено к печати  
зам. директора ИКИ РАН  
Р. Р. Назировым

**МОСКВА  
2013**

## Thermal Absorption of a Plane Electromagnetic Wave of Arbitrary Polarization on Sinusoidal Boundary Water Surface

*A. B. Selunsky, A. V. Kuzmin, N. Yu. Komarova*

Remote aerospace methods now play a decisive role in the studies of the oceans. In turn, the microwave radiometer measurements in remote sensing of the ocean occupy a leading position. Using microwave radiometry can determine such important parameters of the ocean – atmosphere as sea surface temperature, speed and direction of the surface wind, the integral parameters of humidity and water vapor content in the atmosphere, etc. Recent years, considerable efforts are aimed at developing methods to determine the salinity of the surface layer of the ocean. All this requires constant study of the physical mechanisms of polarization characteristics of ocean microwave radiation and scattered by rough surface atmosphere radiation. We developed a theory of interaction of plane-polarized monochromatic electromagnetic wave with a sinusoidal sea surface. An exact solution of the wave equation for a bound water-air was obtained. Periodic boundary conditions on the surface were expanded in Fourier series in the spatial harmonics. After that the coefficients of equal exponents were equated. It lead to an infinite system of linear equations which was solved with any degree of accuracy previously selected. On the basis of the obtained solutions the absorption coefficient of radiation and brightness temperature of the sea surface from a variety of parameters were calculated. The resonance features in the emission and absorption coefficients were showed. Maximal effects are associated, as expected, with the vertical polarization radiation.

*Keywords:* remote sensing, microwave radiometry, radiometers, theory of electromagnetic waves scattering, absorption coefficient, emissivity, critical phenomena.

Дистанционные аэрокосмические методы сегодня играют определяющую роль в исследованиях Мирового океана. В свою очередь, микроволновые радиометрические измерения в дистанционном зондировании океана занимают одно из ведущих мест. С помощью микроволновой радиометрии удаётся определять такие важнейшие параметры системы океан – атмосфера как температура поверхности океана, скорость и направление приповерхностного ветра, интегральные параметры влажности и содержания водяного пара в атмосфере и т.п. Значительные усилия последние годы направлены на разработку методов определения солёности поверхностного слоя океана. Всё это требует постоянного исследования физических механизмов формирования поляризационных характеристик собственного и рассеянного шероховатой морской поверхностью микроволнового излучения.

В работе развивается теория взаимодействия плоскополяризованной монохроматической электромагнитной волны с синусоидальной морской поверхностью. Получено точное решение волнового уравнения на синусоидальной границе вода – воздух для произвольной поляризации. Граничные условия на периодической поверхности разлагаются в ряды Фурье по пространственным гармоникам, после чего приравняются коэффициенты при одинаковых экспонентах. Это приводит к бесконечномерной системе линейных уравнений, которая решается с любой выбранной степенью точности. На основе полученного решения проведены расчёты зависимости коэффициента поглощения, излучения и радиояростной температуры морской поверхности от различных параметров. Показаны резонансные особенности в коэффициентах излучения и поглощения. Максимальные эффекты связаны, как это и ожидалось, с вертикальной поляризацией излучения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-05-00493\_а).

*Ключевые слова:* дистанционное зондирование Земли, микроволновая радиометрия, радиометры, теория рассеяния электромагнитных волн, коэффициент поглощения, коэффициент излучения, критические явления.

## ВВЕДЕНИЕ

Специализированные спутники дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) заняли в наше время важное место в ряду инструментов исследования окружающей среды и глобального мониторинга. Среди установленной на таких спутниках аппаратуры особо важную роль в исследовании океана и атмосферы играют микроволновые радиометры, использование которых связано с тем, что радиояркостьная температура подстилающей поверхности является высокоинформативным параметром. Радиояркостьная температура морской поверхности зависит от коэффициента излучения и температуры воды. Коэффициент излучения определяется диэлектрическими свойствами воды, в частности солёностью, формой поверхности и наличием пены на поверхности моря. В нештормовых условиях влияние пены мало и изменения радиояркостьной температуры вызываются, главным образом, поверхностными волнами различных масштабов. Это обстоятельство служит физической основой использования микроволновых радиометров для исследования поверхностного волнения и его модуляции различными процессами в деятельном слое океана и взаимодействием океана и атмосферы. Радиометрические измерения, в силу присущих им особенностей, полезным образом дополняют радиолокационные и оптические методы наблюдения. Кроме исследования характеристик поверхностного волнения, микроволновые радиометры могут использоваться для восстановления температуры скин-слоя поверхности океана и определения солёности.

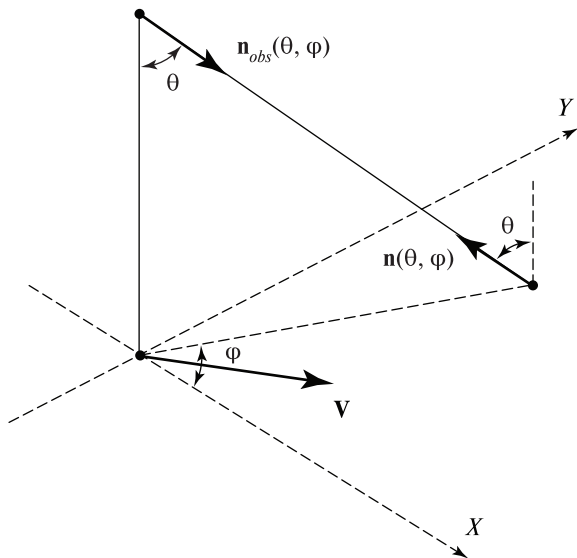
Связь радиояркостьной температуры с параметрами поверхностного волнения является основой для решения таких задач как определение скорости и направления приповерхностного ветра, статистических характеристик волнения, индикация и измерения поверхностных проявлений внутренних волн, диагностика загрязнений на морской поверхности. Прецизионные измерения температуры воды в поверхностном скин-слое имеют важнейшее значение для исследования взаимодействия океана и атмосферы, задач

океанологии, разработки новых подходов для восстановления потоков тепла на поверхности океана. Решение всех этих задач требует адекватных моделей физических механизмов формирования поляризационных характеристик собственного и рассеянного шероховатой поверхностью микроволнового излучения.

В предлагаемой работе развивается теория взаимодействия плоско-поляризованной монохроматической электромагнитной волны с синусоидальной морской поверхностью.

## 1. ИСТОРИЯ ВОПРОСА

Известно, что плоская водная поверхность распространяет тепловое поляризованное электромагнитное излучение. Согласно закону Кирхгофа, тепловое излучение поглощающей поверхности  $S$  в направлении  $\mathbf{n}(\theta, \varphi)$  пропорционально поглощённой энергии вспомогательной волны, падающей на поверхность  $S$  в направлении наблюдения  $\mathbf{n}_{obs}(\theta, \varphi)$ , противоположном направлению  $\mathbf{n}(\theta, \varphi)$ :  $\mathbf{n}_{obs}(\theta, \varphi) = -\mathbf{n}(\theta, \varphi)$ , где  $\theta$  — угол места;  $\varphi$  — азимутальный угол наблюдения (рис. 1).



**Рис. 1.** Геометрия наблюдения:  $\mathbf{n}_{obs}(\theta, \varphi)$  — единичный вектор направления наблюдения;  $\mathbf{n}(\theta, \varphi)$  — направление теплового микроволнового излучения;  $\theta$  — угол места;  $\varphi$  — азимутальный угол;  $\mathbf{V}$  — вектор направления ветра

В терминах яркостной температуры закон Кирхгофа приобретает следующий вид:

$$T_B(\theta, \varphi) = T\chi(\theta, \varphi), \quad (1)$$

где  $T_B(\theta, \varphi)$  — яркостная температура в направлении  $\mathbf{n}(\theta, \varphi)$ ;  $T$  — физическая температура водной поверхности;  $\chi(\theta, \varphi)$  — коэффициент излучения поверхности, количественно равный относительной доли поглощённой энергии в направлении  $\mathbf{n}_{obs}(\theta, \varphi)$ .

В случае плоской поверхности  $S$  коэффициент излучения  $\chi(\theta, \varphi)$  не зависит от азимутального угла  $\varphi$  и равен  $1 - |R(\theta)|^2$ , где  $R(\theta)$  — коэффициент отражения Френеля. Таким образом, яркостная температура плоской поверхности имеет азимутальную симметрию:

$$T_B(\theta, \varphi) = T \left[ 1 - |R(\theta)|^2 \right]. \quad (2)$$

Коэффициенты отражения Френеля для вертикальной (V) и горизонтальной (H) поляризаций отличаются друг от друга:  $R_V(\theta) \neq R_H(\theta)$ . Это приводит к неравенству яркостных температур  $T_V(\theta) \neq T_H(\theta)$  и соответствует эллиптической поляризации. Исключение составляет наблюдение в надир ( $\theta=0$ ), когда  $R_V(0) = R_H(0)$ , и азимутальная симметрия приводит к поляризационной симметрии: тепловое излучение при  $\theta=0$  становится неполяризованным.

При ветре тепловое излучение морской поверхности теряет азимутальную симметрию. Все поляризационные характеристики излучения морской поверхности (яркостная температура на разных поляризациях, форма поляризационного эллипса, компоненты вектора Стокса  $\mathbf{S}$  [Борн, Вольф, 1970]) приобретают теперь зависимость от азимутального угла  $\varphi$ . Кроме того, поляризационные характеристики зависят от скорости и направления приповерхностного ветра  $\mathbf{V}$ , например, для вектора Стокса

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}(\theta, \varphi, V). \quad (3)$$

В присутствии ветра даже при наблюдении в надир ( $\theta=0$ ) неполяризованное излучение становится эллиптически поляризованным, главные оси поляризационного эллипса ориентированы вдоль и поперёк вектора ветра  $\mathbf{V}$ , а степень поляризации зависит от скорости ветра.

Разница между коэффициентами отражения Френеля для вертикальной и горизонтальной поляризаций  $R_V$  и  $R_H$  на углах

визирования, близких к надиру, невелика и роль уклонов крупномасштабного волнения незначительна. Здесь превалирует механизм формирования поляризационных контрастов теплового излучения, связанный с мелкомасштабной рябью, предсказанный теоретически в работе [Кравцов и др., 1978] и обнаружен экспериментально [Эткин и др., 1978]. Это эффект связан с так называемыми «критическими явлениями» на мелкомасштабной шероховатой поверхности и имеет дифракционную природу.

Для больших углов визирования  $\theta \approx 50 \dots 60^\circ$  контрасты радиояркостной температуры, вызванные мелкомасштабной рябью и изменениями уклонов крупных волн, становятся сравнимыми. При наклонных измерениях изменения эллипса поляризации вызваны преимущественно крупномасштабными компонентами спектра ветрового волнения. Крупномасштабное волнение определяет локальный угол  $\theta'$  между линией наблюдения и локальной нормалью к поверхности моря [Stogryn, 1967]. Приращение коэффициента излучения может быть рассчитано с использованием двумерного распределения уклонов поверхности. Влияние крупномасштабного волнения на поляризационные характеристики теплового излучения морской поверхности анализировалось также в работе [Gasievski, Kunkee, 1994].

Для описания взволнованной водной поверхности широко применяется двухмасштабная модель, в рамках которой водная поверхность представляется совокупностью мелкомасштабных волн («ряби») с длиной волны одного порядка с длиной электромагнитных волн и крупномасштабных неровностей с размерами, существенно превышающими длину электромагнитных волн. Расчёты методом геометрической оптики для крупных волн, проведённые более 30 лет назад, показали, что крупномасштабные неровности при известных из опыта уклонах ветровых волн не в состоянии обеспечить наблюдаемые в натуральных измерениях величины радиояркостных контрастов.

Как уже отмечалось, тепловое радиоизлучение неровной водной поверхности в том случае, когда характерные размеры неровностей близки к длине волны излучения, обладает рядом специфических особенностей, называемых «критическими явлениями». В работе [Кравцов и др., 1978] анализировалось тепловое излучение водной поверхности с малыми периодическими неровностями синусоидальной формы в двумерном случае, т. е. профиль поверхности предполагался цилиндрическим, и плоскость наблюдения совпадала с волновым вектором неровностей. На основании прин-

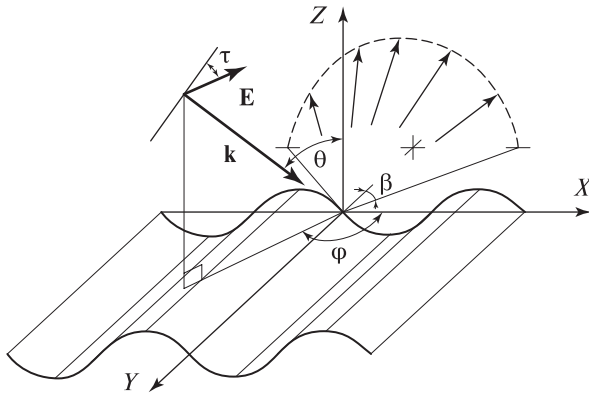
ципа Кирхгофа, обобщённого на случай стохастических (тепловых) полей [Левин, Рыгов, 1967], задача излучения заменялась эквивалентной задачей исследования поглощения пробной электромагнитной волны, падающей на неровную поверхность. Для решения задачи дифракции использовался метод малых возмущений, причём расчёт вёлся до величин второго порядка малости. Было обнаружено, что при некоторых критических условиях возникает резонансное увеличение коэффициента излучения поверхности, причём, если на горизонтальной поляризации на резонансных длинах волн отмечаются относительно незначительные скачки излучательной способности, то на вертикальной поляризации — резкие и высокие пики в излучении.

Физический смысл критических условий заключается в том, что при их соблюдении один из дифракционных максимумов рассеянной электромагнитной волны направлен вдоль поверхности. При этом происходит увеличение поглощения энергии вследствие её передачи от свободной электромагнитной волны к связанной, имеющей вертикальную поляризацию. При излучении наблюдается, соответственно, обратный эффект — увеличение радиояркости в направлениях углов  $\theta$ , определяемых соотношением длин поверхностной и электромагнитной волн, из-за резонансного обмена энергией со связанными волнами. Выяснилось, что в оптике подобный эффект известен уже более 100 лет под названием «аномалий Вуда» [Камоцкий, Назаров, 1998].

В дальнейшем теория явления была обобщена В.Г. Ирисовым [Ирисов, 1984] на случай произвольных поляризации волны и плоскости падения относительно волнового вектора неровностей [Гершензон и др., 1986].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим падающую электромагнитную волну произвольной линейной поляризации. Это предположение не нарушает общности поставленной задачи с учётом того, что любую эллиптическую поляризацию всегда можно разложить на две линейные и рассматривать каждую из них независимо. Электромагнитная волна падает на синусоидальную периодическую поверхность раздела двух сред (воздух — вода в нашем случае) вида  $Z = a \sin \Lambda x$ . Угол падения  $\theta$  отсчитывается от надира; азимутальный угол  $\varphi$  — угол между осью  $X$  и плоскостью падения; поляризация падающей волны задаётся углом  $\tau$  между плоскостью падения и вектором  $\mathbf{E}^{(i)}$  (рис. 2).



**Рис. 2.** Геометрия вспомогательной задачи о рассеянии пробной электромагнитной волны

Задача будет решена, если для произвольного угла  $\theta$  падения волны удастся построить решения для полей как в воздухе (индекс 0), так и в среде (индекс 1), удовлетворяющие уравнениям Максвелла [Ландау, Лифшиц, 2001]. Будем считать, что диэлектрическая проницаемость в воздухе равна единице. Для монохроматических полей эти уравнения переходят в уравнения Гельмгольца [Ландау, Лифшиц, 2001]:

$$\Delta \mathbf{E}, \mathbf{H} + |k|^2 \mathbf{E}, \mathbf{H} = 0. \quad (4)$$

Уравнения должны удовлетворять граничным условиям, описывающим тангенциальные составляющие для магнитных и электрических полей:

$$\left. \begin{aligned} H_{t_0} &= H_{t_1}, \\ E_{t_0} &= E_{t_1}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Напомним здесь, что условия

$$\left. \begin{aligned} B_{n_0} &= B_{n_1}, \\ D_{n_0} &= D_{n_1}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

есть следствие предыдущей пары условий и уравнений Максвелла, здесь  $B_n$  и  $D_n$  — нормальные компоненты магнитной индукции и электрического смещения.



Будем искать решения в виде бесконечного ряда по волнам с эквидистантными волновыми векторами. Тогда для  $k_{x_n}$  получаем следующее выражение:

$$k_{x_n} = k_{0x} + n\Lambda, \quad (7)$$

где  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

Решение будем искать в виде разложения по плоским волнам с волновыми векторами  $k_{x_n}$ ,  $k_{y_0}$  и  $k_{z_n} = \sqrt{k_{0,1}^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_0}^2}$ , где  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ,  $k_1 = \sqrt{\epsilon} \frac{\omega}{c}$ .

При этом стоит обратить внимание на тот факт, что  $k_{x_n}$  и  $k_{y_0}$  совпадают для отражённой и прошедшей волн.

Тогда поля для падающей прошедшей и отражённой волн запишутся в виде бесконечных рядов по периоду модуляции границы. Для решения этой задачи будем использовать подход, основанный на разделении поляризации. Падающая волна разбивается на две группы полей:

$$E_y, H_x, H_z; \quad (8)$$

$$H_y, E_x, E_z. \quad (9)$$

Компоненты волны (8) и (9) переходят в горизонтальную и вертикальную поляризации, соответственно, при нормальном падении. При этом группа (8) возбуждает прошедшую и отражённую волну с теми же компонентами полей (8) и соответственно группа (9) определяет цуг волн с компонентами (9).

Следует отметить, что подобная терминология продиктована исключительно соображениями удобства и некоторой аналогии с формулами Френеля для плоской границы. Другими словами, нужно рассматривать дальнейшие выкладки как обобщение формул Френеля для синусоидальной границы и цуга волн. В дальнейшем будем именовать тройку компонент (8) горизонтальной поляризацией (H), а тройку (9) — вертикальной поляризацией (V).

При падении под произвольным углом для волны произвольной поляризации в среде возникают сразу две волны — вертикальной и горизонтальной поляризации. При этом  $E_y$ -компонента (в нашей геометрии) падающей волны (и, соответственно,  $H_x, H_z$ ) возбуждают в среде  $E$ -волну (горизонтальную поляризацию), а  $H_y$ -компонента падающей волны (и, соответственно,  $E_x, E_z$ ), возбуждает в среде  $H$ -волну (вертикальную поляризацию). В этом случае

в среде распространяются обе волны, для которых коэффициенты разложения электромагнитных полей по плоским волнам  $B_n$  и  $C_n$  (они будут определены ниже), существенно различны.

### 3. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Расчёт проходит по следующей схеме. Сначала по известным компонентам ( $H_y, E_x, E_z$ ) падающей волны находятся коэффициенты разложения для вертикальной поляризации. Затем по компонентам ( $E_y, H_x, H_z$ ) падающей волны находятся коэффициенты  $B_n$  и  $C_n$  для горизонтальной поляризации. Суммарные поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  находятся векторным сложением.

Рассмотрим далее каждую из двух задач отдельно.

#### Вертикальная поляризация

Уравнения Максвелла для волн при условии, что нет свободных зарядов и токов, запишутся в виде:

$$\begin{cases} \rho = 0, & j = 0, \\ \text{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \end{cases} \quad (10)$$

Перейдём к спектральным составляющим. Для вертикальной поляризации выражения для полей будут иметь вид:

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \{0, H_y, 0\}, \\ \mathbf{E} = \{E_x, 0_y, E_z\}. \end{cases} \quad (11)$$

Будем предполагать, согласно гипотезе Рэлея [Вайнштейн, Суков, 1995], что допустимо представление поля в виде плоских волн во всем пространстве вплоть до границы раздела сред, а также во всем пространстве под границей:

$$\begin{cases} H_{y_{\text{над}}} = A_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x}x - ik_{0z}z + k_0 c_0) + \text{комплексно-сопряжённое}, \\ H_{y_{\text{отр}}} = \sum B_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n}x + ik_{0z_n}z) + \text{комплексно-сопряжённое}, \\ H_{y_{\text{прош}}} = \sum C_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}z) + \text{комплексно-сопряжённое}. \end{cases} \quad (12)$$

Выразим компоненты вектора  $\mathbf{E}$  из уравнения (10)

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{пад}} &= \left\{ -\frac{ic}{\omega\varepsilon_{01}}(-ik_{0z}), 0, \frac{ic}{\omega\varepsilon_0}(ik_{0x}) \right\} A_0 \exp(-i\omega t + ik_{0x}x - ik_{0z}z) + k_0c, \\ \mathbf{E}_{\text{отр}} &= \sum_n \left[ \left\{ -\frac{ic}{\omega\varepsilon_{01}}(ik_{0z_n}), 0, \frac{ic}{\omega\varepsilon_{01}}(ik_{0x_n}) \right\} B_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n}x + ik_{0z_n}z) \right] + k_0c, \\ \mathbf{E}_{\text{прош}} &= \sum_n \left[ \left\{ -\frac{ic}{\omega\varepsilon_1}(-ik_{1z_n}), 0, \frac{ic}{\omega\varepsilon_1}(ik_{0x_n}) \right\} C_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}z) \right] + k_0c. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Введём единичный вектор  $\mathbf{e}_{\text{кас}}$ , касательный к поверхности и расположенный в плоскости  $XZ$ , которую договоримся называть плоскостью падения волны:

$$\mathbf{e}_{\text{кас}} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + (a\Lambda)^2 \cos^2 \Lambda x}}, 0, \frac{a\Lambda \cos \Lambda x}{\sqrt{1 + (a\Lambda)^2 \cos^2 \Lambda x}} \right\}, \quad (14)$$

тогда граничные условия (5) дают:

$$\left( \mathbf{E}_{\text{пад}} + \mathbf{E}_{\text{отр}}, \mathbf{e}_{\text{кас}} \right) \Big|_{z=a \sin \Lambda x} = \left( \mathbf{E}_{\text{прош}}, \mathbf{e}_{\text{кас}} \right) \Big|_{z=a \sin \Lambda x}, \quad (15)$$

$$\left( \mathbf{H}_{y_{\text{отр}}} + \mathbf{H}_{y_{\text{пад}}} \right) \Big|_{z=a \sin \Lambda z} = \mathbf{H}_{y_{\text{прош}}} \Big|_{z=a \sin \Lambda z}. \quad (16)$$

После этого получим два уравнения: первое для вертикальной поляризации  $E_V$  (из соотношения (15)), уравнение которой состоит из суммы падающей (проекция на касательный орт) и отражённой (проекция на касательный орт), равной прошедшей (проекция на касательный орт), волн:

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{k_{0z}}{k_0} - \frac{k_{0x}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x \right\} A_0 \exp(ik_{0x}x - ik_{0z}a \cdot \sin \Lambda x) + \\ & + \sum_n \left\{ \frac{k_{0z_n}}{k_0} - \frac{k_{0x_n}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x \right\} B_n \exp(ik_{0x_n}x + ik_{0z_n}a \cdot \sin \Lambda x) = \\ & = \sum_n \left\{ \frac{k_{0z_n}}{k_0} - \frac{k_{0x_n}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x \right\} C_n \exp(ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}a \cdot \sin \Lambda x). \end{aligned} \quad (17)$$

Из уравнения (16) получим уравнение для  $H_V$ :

$$\begin{aligned}
& A_0 \exp(ik_{0x}x) - ik_{0z}a \sin \Lambda x + \sum_n B_n \exp(ik_{0x_n}x + ik_{0z_n}a \sin \Lambda x) = \\
& = \sum_n C_n \exp(ik_{0x_n} - ik_{1z_n}a \sin \Lambda x). \tag{18}
\end{aligned}$$

Аналогичным образом получаем промежуточную систему для горизонтальной поляризации. Подробные выкладки мы опускаем в силу их аналогичности.

Перепишем (13) в более компактном виде:

$$\left. \begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{пад}} &= \left\{ -\frac{k_{0z}}{k_0}, 0, -\frac{k_{0x}}{k_0} \right\} A_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x}x - ik_{0z}z), \\
\mathbf{E}_{\text{отр}} &= \sum_n \left\{ \frac{k_{0z_n}}{k_0}, 0, -\frac{k_{0x_n}}{k_0} \right\} B_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n}x + ik_{0z_n}z), \\
\mathbf{E}_{\text{прош}} &= \sum_n \left\{ -\frac{k_{1z_n}}{\varepsilon_1 k_0}, 0, -\frac{k_{0x_n}}{\varepsilon_1 k_0} \right\} C_n \exp(i\omega_0 t + ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}z).
\end{aligned} \right\} \tag{19}$$

Подставляя поля (12) и (19) в граничные условия (12) и (13), получим:

$$\begin{aligned}
& \left( -\frac{k_{0x}}{k_0} + (a\Lambda) \cos \Lambda x \frac{k_{0z}}{k_0} \right) A_0 \exp(ik_{0x}x - ik_{0z}z) + \\
& + \sum_n \left( -\frac{k_{0z_n}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x - \frac{k_{0x_n}}{k_0} \right) B_n \exp(ik_{0x_n}x + ik_{0z_n}z) = \\
& = \sum_n \left( \frac{k_{1z_n}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x - \frac{k_{0x_n}}{k_0 \varepsilon_1} \right) C_n \exp(ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}z), \\
& \left( -\frac{k_{0x}}{k_0} + (a\Lambda) \cos \Lambda x \frac{k_{0z}}{k_0} \right) A_0 + \\
& + \sum_n \left( -\frac{k_{0z_n}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x - \frac{k_{0x_n}}{k_0} \right) B_n \exp(in\Lambda x + i(k_{0z} + k_{0z_n})a \sin \Lambda x) = \\
& = \sum_n \left( \frac{k_{1z_n}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x - \frac{k_{0x_n}}{k_0} \right) C_n \exp(in\Lambda x + i(k_{0z} - k_{1z_n})a \sin \Lambda x),
\end{aligned}$$

и, учитывая уравнения Максвелла:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \mathbf{H}_{\omega_0} = -\frac{i\omega_0}{c} \varepsilon_{0,1} \mathbf{E}_{\omega_0} \\ \text{rot} \mathbf{E}_{\omega_0} = \frac{i\omega_0}{c} \mathbf{H}_{\omega_0} \end{array} \right\},$$

а также, принимая во внимание выражения для волновых векторов:

$$k_{1x_n} = k_{0x_n} = k_0 + n\Lambda, \quad \varepsilon_0 = 1,$$

$$k_{0x} = k_0 \sin \theta_0, \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c},$$

$$k_{0z} = k_0 \cos \theta_0, \quad k_{1z_n} = \sqrt{k_1^2 - k_{0x_n}^2},$$

$$k_1 = nk_0 = \sqrt{\varepsilon'} \cdot k_0 = \sqrt{\varepsilon} \frac{\omega_0}{c},$$

получаем явные выражения для полей:

$$\mathbf{E}_{\omega} = \frac{ic}{\omega_0 \varepsilon_{0,1}} \left| \begin{array}{ccc} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{array} \right| = \left\{ -\frac{ic}{\omega_0 \varepsilon_{01}} \frac{\partial H_y}{\partial z}, 0, \frac{ic}{\omega_0 \varepsilon_{01}} \frac{\partial H_x}{\partial x} \right\},$$

$$\mathbf{E}_{\text{пад}} = \left\{ -\frac{k_{0z}}{k_0}, 0, -\frac{k_{0x}}{k_0} \right\} A_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x} x - ik_{0z} z) + k_0 c_0,$$

$$\mathbf{E}_{\text{отр}} = \sum_n \left\{ \frac{k_{0z_n}}{k_0}, 0, -\frac{k_{0x_n}}{k_0} \right\} B_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n} x + ik_{0z_n} z) + k_0 c_0,$$

$$\mathbf{E}_{\text{прош}} = \sum_n \left\{ -\frac{k_{1z_n}}{k_0 \varepsilon_1}, 0, -\frac{k_{0x_n}}{k_0 \varepsilon_1} \right\} C_n \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n} x - ik_{1z_n} z) + k_0 c_0.$$

Тогда разложим граничные условия для тангенциальных компонент электрического поля (5) по периоду поверхностной волны:

$$\begin{aligned}
& \left[ -\frac{k_{0z}}{k_0} - \frac{k_{0x}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x \right] A_0 + \\
& + \sum_n B_n \sum_m \left[ \frac{k_{0z_n}}{k_0} - \frac{k_{0x_n}}{k_0} (a\Lambda) \frac{m}{(k_{0z_n} + k_{0z}) a} \right] Y_m \left[ (k_{0z_n} + k_{0z}) a \right] e^{i(n+m)\Lambda x} = \\
& = \sum_n C_n \sum_m \left[ -\frac{k_{1z_n}}{k_0 \varepsilon} - \frac{k_{0x_n}}{k_0 \varepsilon} (a\Lambda) \frac{m}{(k_{0z} - k_{1z_n}) a} \right] Y_m \left[ (k_{0z} - k_{1z_n}) \right] e^{i(n+m)\Lambda x}.
\end{aligned} \tag{20}$$

То же самое сделаем для тангенциальных компонент магнитного поля (5), разлагая по периоду поверхностной волны:

$$\begin{aligned}
& A_0 + \sum B_m \sum_m Y_m \left[ (k_{0z} + k_{0z_n}) a \right] e^{i(n+m)\Lambda x} = \\
& = \sum C_n \sum_m Y_m \left[ (k_{0z} - k_{1z_n}) a \right] e^{i(n+m)\Lambda x}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Разделим оба уравнения на  $\exp(ik_{0x} - ik_{0z} a \sin \Lambda x)$ , тогда для выражения (20) получим:

$$\begin{aligned}
& \left[ -\frac{k_{0z}}{k_0} - \frac{k_{0x}}{k_0} (a\Lambda) \cos \Lambda x \right] A_0 + \\
& + \sum_n \left[ \frac{k_{0z_n}}{k_0} - \frac{k_{0x_n}}{k_0} (a\Lambda) \right] B_n \exp(in\Lambda x) \cdot \exp\left[ i(k_{0z_n} + k_{0z}) a \sin \Lambda x \right] = \\
& = \sum_n \left[ -\frac{k_{1z_n}}{k_0 \varepsilon} - \frac{k_{0x_n}}{k_0 \varepsilon} (a\Lambda) \cos \Lambda x \right] C_n \exp\left[ in\Lambda x + i(k_{0z} - k_{1z_n}) a \sin \Lambda x \right],
\end{aligned} \tag{22}$$

а для выражения (21) —

$$\begin{aligned}
& A_0 + \sum B_n \exp\left[ i\Lambda n x + i(k_{0z_n} + k_{0z}) a \sin \Lambda x \right] = \\
& = \sum C_n \exp\left[ in\Lambda x + i(k_{0z} - k_{1z_n}) a \sin \Lambda x \right].
\end{aligned} \tag{23}$$

Используя некоторые вспомогательные соотношения, например, [Уиттекер, Ваттсон, 1963]:

$$\exp(ia\tilde{k} \sin \Lambda x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a\tilde{k}) \exp(im\Lambda x),$$

$$\cos \Lambda x \exp(i a \tilde{k} \sin \Lambda x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m}{a \tilde{k}} J_m(a \tilde{k}) \exp(i m \Lambda x),$$

$$\exp(i \alpha \sin \Lambda x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\alpha) \exp(i n \Lambda x),$$

$$i \alpha \Lambda \cos \Lambda x \cdot \exp(i \sin \Lambda x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i n \Lambda J_n(\alpha) \exp(i n \Lambda x),$$

при  $x=0$  получаем:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\alpha) = 1 \quad \text{и} \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} n J_n(\alpha) = \alpha.$$

Выпишем два соотношения, которые используются нами для проверки точности в процессе вычислений:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n - \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n = -A_0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \left[ \frac{k_{0z_n}}{k_0} - \frac{k_{0x_n}(a\Lambda)}{k_0} \right] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \left[ \frac{k_{1z_n}}{k_0 \varepsilon} + \frac{k_{0x_n}(a\Lambda)}{k_0} \right] = \\ & = A_0 \left[ \frac{k_{0z}}{k_0} + \frac{k_{0x}(a\Lambda)}{k_0} \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Введём переменную  $p = n + m$ , тогда для вертикальной поляризации получаются две системы уравнений:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_n \left[ \frac{k_{0z_n}}{k_0} - \frac{k_{0x_n}(\Lambda)}{k_0} \frac{p-n}{(k_{0z_n} + k_{0z})} \right] J_{p-n} \left[ (k_{0z_n} + k_{0z}) a \right] + \\ & + \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_n \left[ \frac{k_{1z_n}}{k_0 \varepsilon} + \frac{k_{0x_n}(\Lambda)}{k_0 \varepsilon} \frac{p-n}{(k_{0z} - k_{1z_n})} \right] J_{p-n} \left[ (k_{0z} - k_{1z_n}) a \right] = \\ & = A_0 \left[ \frac{k_{0z}}{k_0} \delta_{0,p} + \frac{k_{0x}(a\Lambda)}{k_0} \frac{1}{2} (\delta_{1,p} + \delta_{-1,p}) \right], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n Y_{p-n} \left[ (k_{0z} + k_{0z_n}) a \right] - \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n Y_{p-n} \left[ (k_{0z} - k_{1z_n}) a \right] = -A_0 \delta_{0,p}, \quad (27)$$

где  $p=0, \pm 1, \dots, \pm\infty$ . Выпишем два полезных соотношения для функций Бесселя комплексного аргумента [Рыжик, Градштейн, 2002], они понадобятся в дальнейшем:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} k J_{n-k}(nz) J_{m-k}(mz) = n(\delta_{m,n} - \delta_{0,n}),$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k} J_{k-m}(kz) J_{k-n}(kz) = \frac{1}{n} \delta_{m,n}.$$

### Горизонтальная поляризация

Для горизонтальной поляризации аналогично получаем две системы уравнений:

$$\begin{aligned} & H_{0x} \delta_{0,p} + \frac{H_{0z} a \Lambda}{2} (\delta_{p,1} + \delta_{p,-1}) = \\ & = \sum_n B_n \left( \frac{k_{0n_z}}{k_0} - \frac{k_{0n_x}}{k_0} \frac{\Lambda(p-n)}{k_{0z} + k_{0n_z}} \right) J_{p-n} \left( a \left( k_{0n_z} + k_{0z} \right) \right) + \\ & + \sum C_n \left( \frac{k_{1n_z}}{k_0} + \frac{k_{1n_x}}{k_0} \frac{\Lambda(p-n)}{k_{0z} - k_{1n_z}} \right) J_{p-n} \left( a \left( k_{0z} - k_{1n_z} \right) \right), \end{aligned} \quad (28)$$

$$E_{0y} \delta_{0,p} = - \sum_n B_n J_{p-n} \left( a \left( k_{0n_z} + k_{0z} \right) \right) + \sum_n C_n J_{p-n} \left( a \left( k_{0z} - k_{1n_z} \right) \right), \quad (29)$$

где  $p=0, \pm 1, \dots, \pm\infty$ .

Коэффициенты отражения и поглощения определяются по известным соотношениям [Ландау, Лифшиц, 2001]:

$$\left. \begin{aligned} |X|^2 &= \frac{S_{\text{погл}}}{S_{\text{пад}}} = 1 - |R|^2, \\ |R|^2 &= \frac{S_{\text{отр}}}{S_{\text{пад}}}, \\ \mathbf{S} &= \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Дальнейшее рассмотрение будем проводить для вертикальной поляризации. Коэффициент отражения  $|R|^2$  определяется как от-



ношение среднего (по времени) отражённого от поверхности потока энергии к падающему потоку. Каждый из этих потоков даётся средним значением  $z$  компоненты вектора Пойнтинга соответствующей волны.

Найдём  $z$ -компоненту вектора Пойнтинга  $S_z$ :

$$S_z = \left\langle \frac{c}{4\pi} \begin{vmatrix} i & j & k \\ E_x & E_y & E_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} \right\rangle = \frac{c}{4\pi} \overline{E_x H_y} \quad (\text{среднее по времени}),$$

где

$$H_{y_{\text{пад}}} = A_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x}x - ik_{0z}z) + k_0 c_0,$$

$$E_{x_{\text{пад}}} = -\frac{k_{0z}}{k_0} A_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x}x - ik_{0z}z) + k_0 c_0,$$

$$H_{y_{\text{погл}}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(i\omega_0 t + ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}z) + k_0 c_0,$$

$$E_{x_{\text{погл}}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{k_{1z_n}}{k_0 \epsilon_1} \exp(-i\omega_0 t + ik_{0x_n}x - ik_{1z_n}z) + k_0 c_0,$$

$$S_{z_{\text{пад}}} = -\frac{c}{4\pi} \left\langle \frac{2k_{0z}}{k_0} |A|^2 \right\rangle, \quad S_{z_{i\infty}} = \frac{c}{4\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\langle \frac{2k_{0z_n}}{k_0} |B_n|^2 \right\rangle.$$

Будем рассчитывать отражательную способность среды по формуле:

$$|R|^2 = \frac{S_{z_{i\infty}}}{S_{z_{i\infty}}} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{k_{0z_n}}{k_{0z_{i\infty}}} |B_n|^2. \quad (31)$$

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

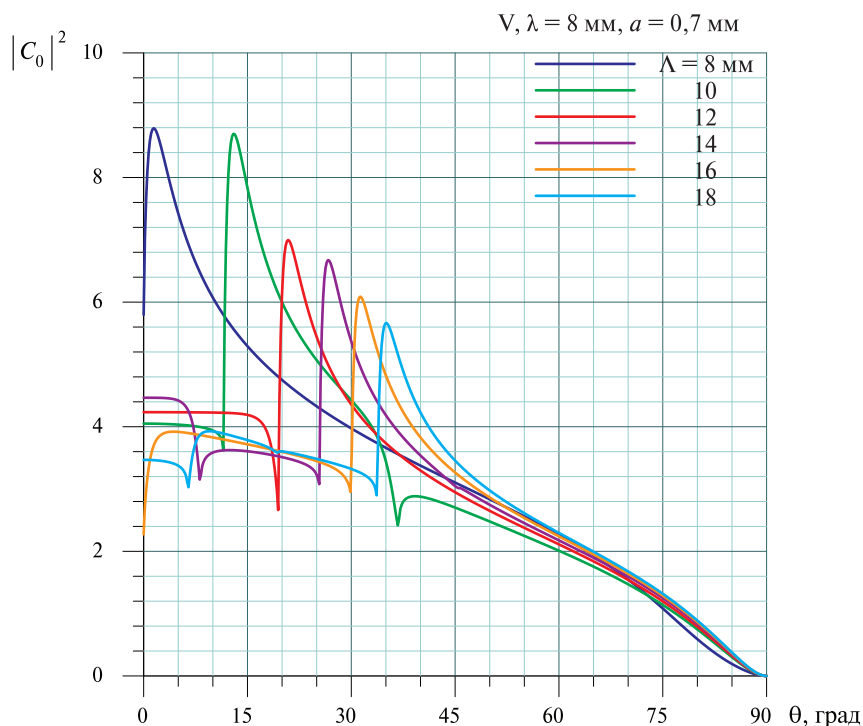
В этом разделе приводятся результаты численного расчёта зависимости поведения амплитуд отражённых и поглощающихся средой волн, полученных из решения систем уравнений (26) и (27). Диэлектрическая проницаемость среды для всех расчётов была взята равной  $\epsilon = 18,33 + i \cdot 28,27$ , что соответствует  $\epsilon$  пресной воды при  $20^\circ\text{C}$  на длине электромагнитной волны  $\lambda = 0,8$  см [Гершензон

и др., 1986]. На рис. 3 представлена зависимость члена  $|C_0|^2$  от угла визирования для падающей на водную поверхность электромагнитной волны вертикальной поляризации V с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм.

На рис. 3 ясно видна картина чередующихся максимумов и минимумов. При этом значения углов в точках локальных экстремумов точно совпадают с расчётами по кинетической теории

$$\sin \theta = \pm 1 - \frac{n\Lambda}{k_0}, \quad (32)$$

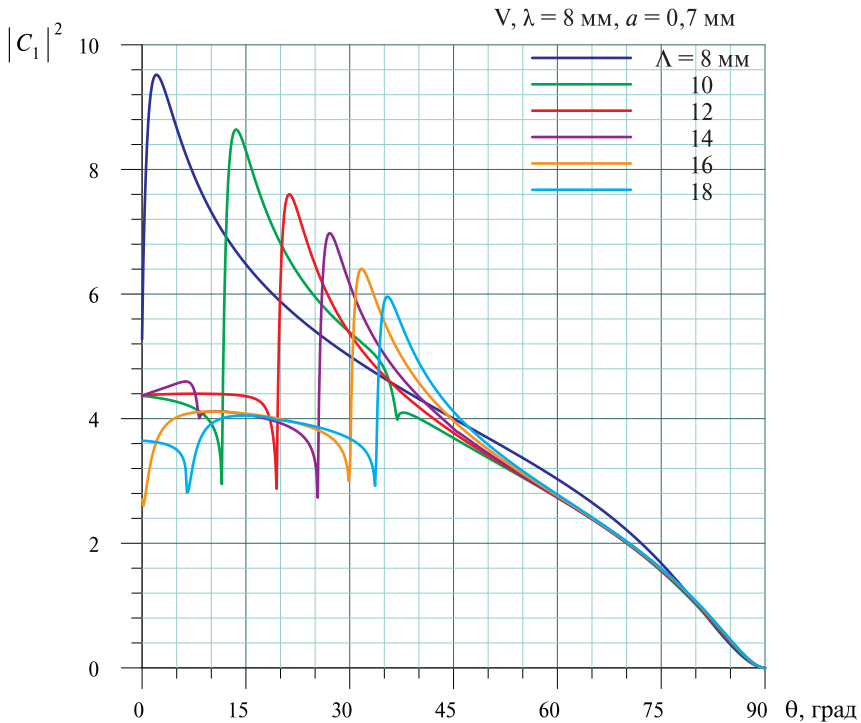
где  $n=0, \pm 1, \pm 2$ .



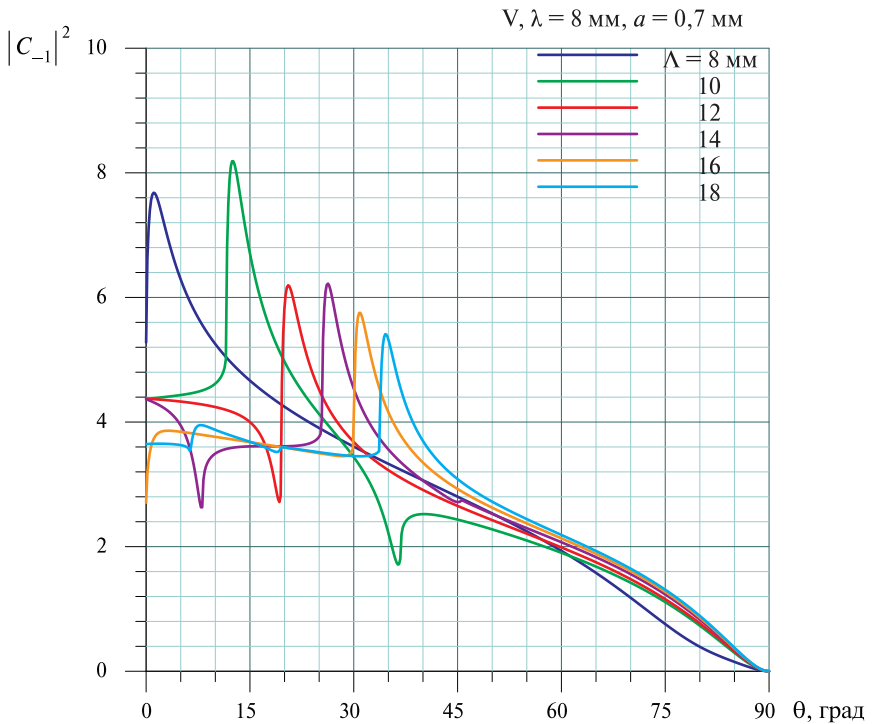
**Рис. 3.** Зависимость члена  $|C_0|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации V с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм

На рис. 4 представлена зависимость члена  $|C_1|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны вертикальной поляризации V с длиной волны  $\lambda = 8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм.

Картина для прошедшей волны 1-го порядка качественно повторяет предыдущий график (см. рис. 3). Экстремумы соответствуют тем же углам, что подтверждает расчётную формулу и основные выводы. Для прошедшей волны 1-го отрицательного порядка  $|C_{-1}|^2$  картина (рис. 5) несколько меняется. Некоторые экстремумы пропадают. Некоторые сдвигаются. Здесь кинематическая формула (29) выполняется не так хорошо.



**Рис. 4.** Зависимость члена  $|C_1|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации V с длиной волны  $\lambda = 8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм

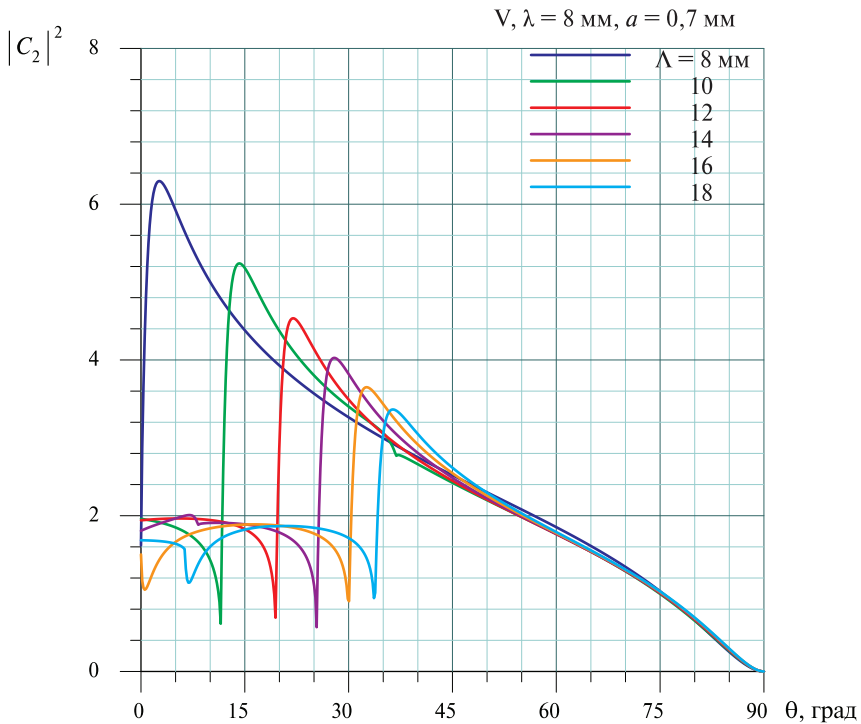


**Рис. 5.** Зависимость члена  $|C_{-1}|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм

На рис. 6 и 7 представлены зависимости членов прошедшей волны 2-го порядка от угла визирования  $\theta$  для тех же параметров электромагнитной и поверхностных волн.

Для 2-го положительного порядка формула (32) (см. рис. 6) снова хорошо подтверждается. Значения критических углов совпадают с соответствующими значениями для 0-го и 1-го порядка.

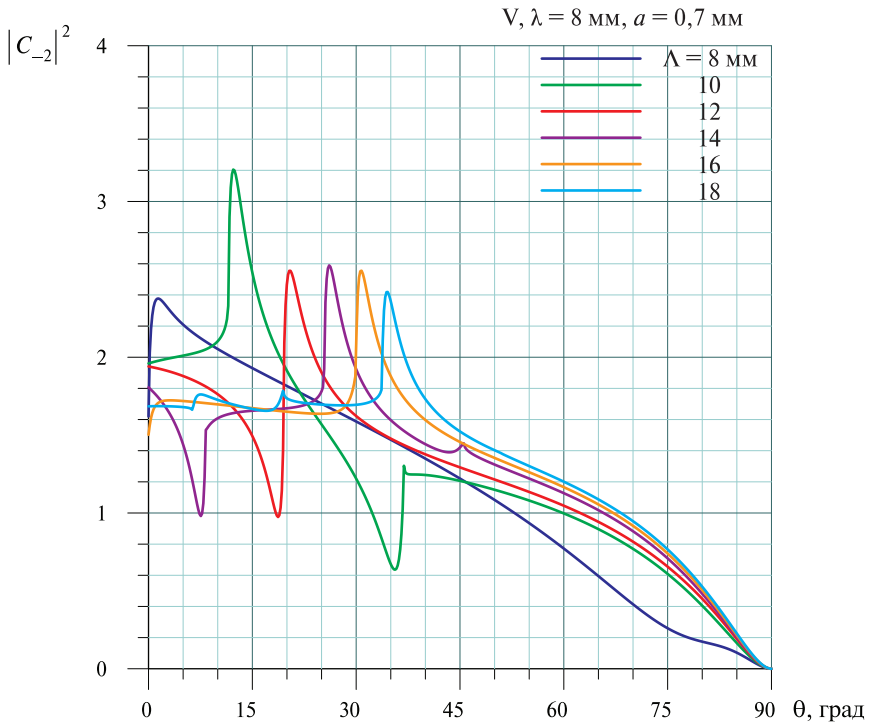
Для 2-го отрицательного порядка (см. рис. 7) критические углы вновь несколько сдвигаются. Можно сделать вывод, что формула (32) справедлива в большей степени для положительных порядков. Хотя и здесь расчёт по формуле (32) даёт точный результат. Например, для линии  $\Lambda=10$  мм получаем для минимума 2-го порядка ( $n=2$ )  $\theta_{\min} = 36,87^\circ$ , что совпадает с минимумом на графике.



**Рис. 6.** Зависимость члена  $|C_2|^2$  прошедшей волны 2-го положительного порядка от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda = 8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм

Суммарная интенсивность коэффициентов  $C_i$ , представленная на рис. 8, качественно повторяет картину распределения интенсивности по углу для положительных порядков. Формула (32) работает хорошо. Например, для линии  $\Lambda = 12$  мм получаем  $\theta_{\min} = 19,47^\circ$ , в полном соответствии с графиком.

Суммарная интенсивность коэффициентов  $C_i$  для различных значений амплитуд поверхностной волны  $\Lambda = 17$  мм представлена на рис. 9. Как можно видеть, положение угловых экстремумов, определяемое отношением  $\lambda/\Lambda$ , на оси абсцисс не меняется, изменяются только значения их полей. Для данного графика расчёт по формуле (31) даёт  $\theta_{\min} = 3,37^\circ$  и  $31,97^\circ$ .



**Рис. 7.** Зависимость члена  $|C_{-2}|^2$  прошедшей волны 2-го отрицательного порядка от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda = 8 \text{ мм}$  и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7 \text{ мм}$  и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм

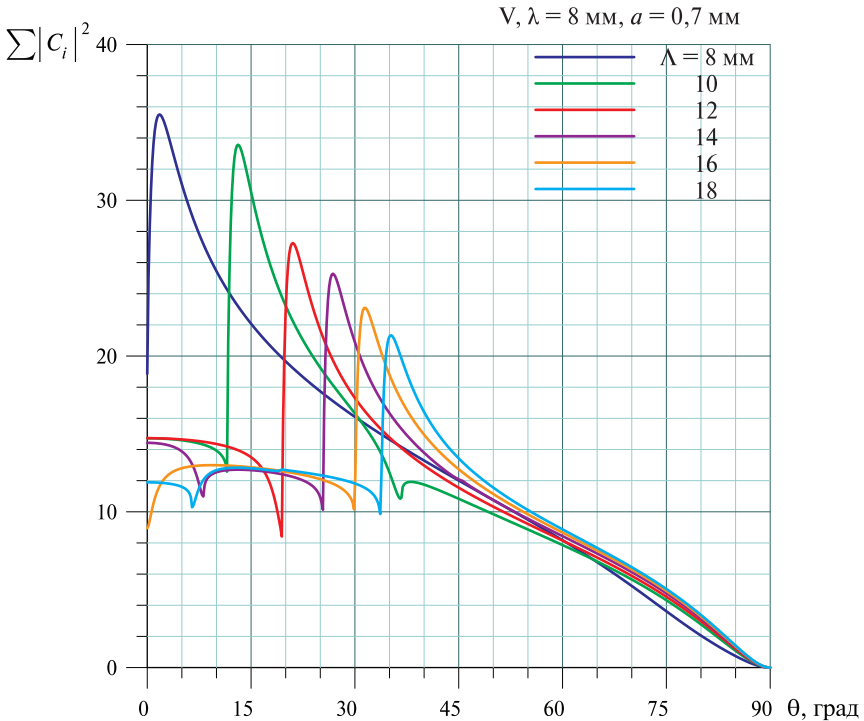
На рис. 10–12 приведены амплитуды коэффициентов  $B_i$  0-го и 1-го порядка для отражённых от синусоидальной водной границы волн.

Для отражённой амплитуды  $B_0$  (зеркальное отражение) хорошо видно движение минимума от  $0^\circ$  (линия  $\Lambda = 8 \text{ мм}$ ) к  $11,5^\circ$  (линия  $\Lambda = 10 \text{ мм}$ ),  $19,5^\circ$  (линия  $\Lambda = 12 \text{ мм}$ ) и до  $47,2^\circ$  (линия  $\Lambda = 30 \text{ мм}$ )

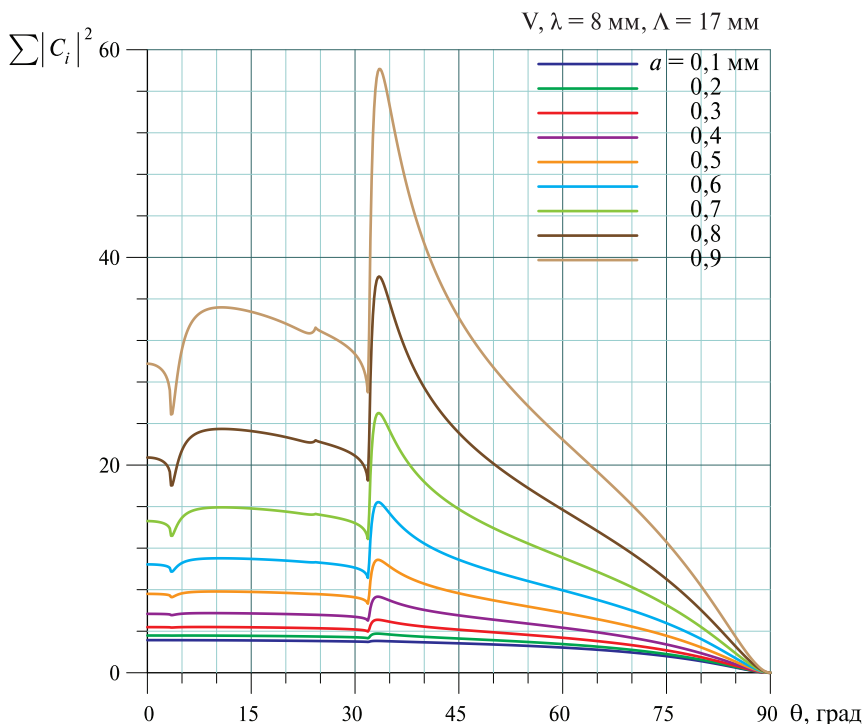
На рис. 13 и 14 представлены зависимости квадрата коэффициента отражения  $|R|^2$  от угла визирования для электромагнитной волны  $\lambda = 8 \text{ мм}$  на вертикальной и горизонтальной поляризациях и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7 \text{ мм}$  и длиной волны  $\Lambda$

от 8 до 32 мм, которые демонстрируют эффект «критических явлений». На основании закона Кирхгофа (2) минимумы в показателе отражения указывают на наличие максимумов в радиояркой температуре на вертикальной поляризации при радиометрическом наблюдении. «Критические» углы визирования соответствуют формуле (32).

На рис. 15 приведены зависимости яркостной температуры  $T_B$  на длине электромагнитной волны  $\lambda=8$  мм от угла визирования для таких же параметров водной поверхности с длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм. Вертикальная поляризация показана непрерывными линиями, а горизонтальная представлена пунктиром.



**Рис. 8.** Зависимость суммарного коэффициента  $\sum |C_i|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 18 мм



**Рис. 9.** Зависимость суммарного коэффициента  $\sum |C_i|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda = 8$  мм и поверхностных волн  $\Lambda = 17$  мм для амплитуд  $a$  от 0,1 до 0,9 мм

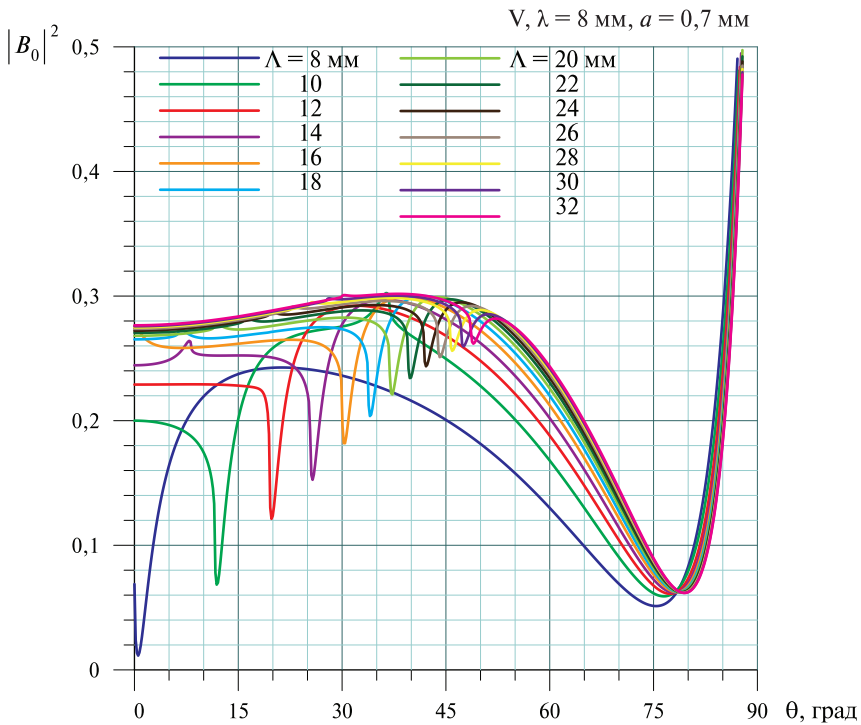
## 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Эффект «критических явлений», изучению которого в ИКИ РАН было посвящено много работ [Гершензон и др., 1987; Ирисов и др., 1987а, б; Трохимовский, 1987; Трохимовский и др., 1999; Irisov, 1994], вызывает все ещё большие споры о природе «критических явлений». До сих пор не существует единого объяснения появления экстремумов, возникающих при «критических» углах падения (32). Ясно только, что при этих углах перестают существовать отражённые волны 1-го, 2-го или 3-го порядка в дифракционной задаче. И, соответственно, возникают новые порядки волн излучения в излучательной задаче. Это приводит к минимумам в отражатель-

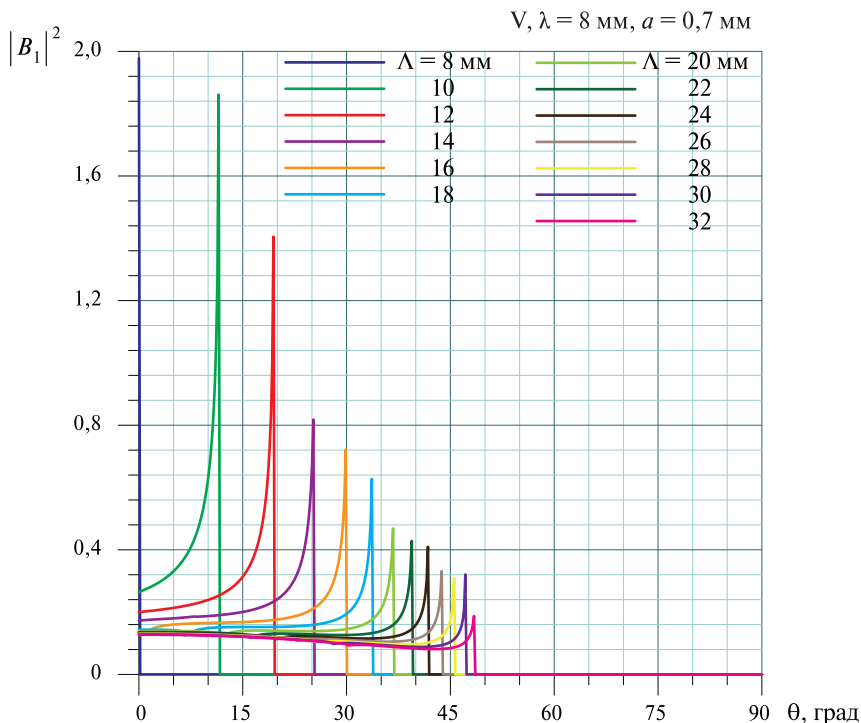


ной способности и, следовательно, к максимумам в излучательной способности.

На наш взгляд, здесь более точной будет трактовка критических явлений как решение обратной задачи дифракции плоской волны, т.е. излучение плоской волны как интерференция углового спектра (в виде цуга) излучаемых средой волн с отражёнными от границы водной поверхности волн излучения небосвода (атмосферы). Для такого взгляда на излучение достаточно мысленно поменять направление всех волн в задаче дифракции (рис. 1) на противоположное. Тогда падающая волна становится излучённой, волны поглощения переходят в волны излучения, а отражённые волны в атмосфере — в падающие.

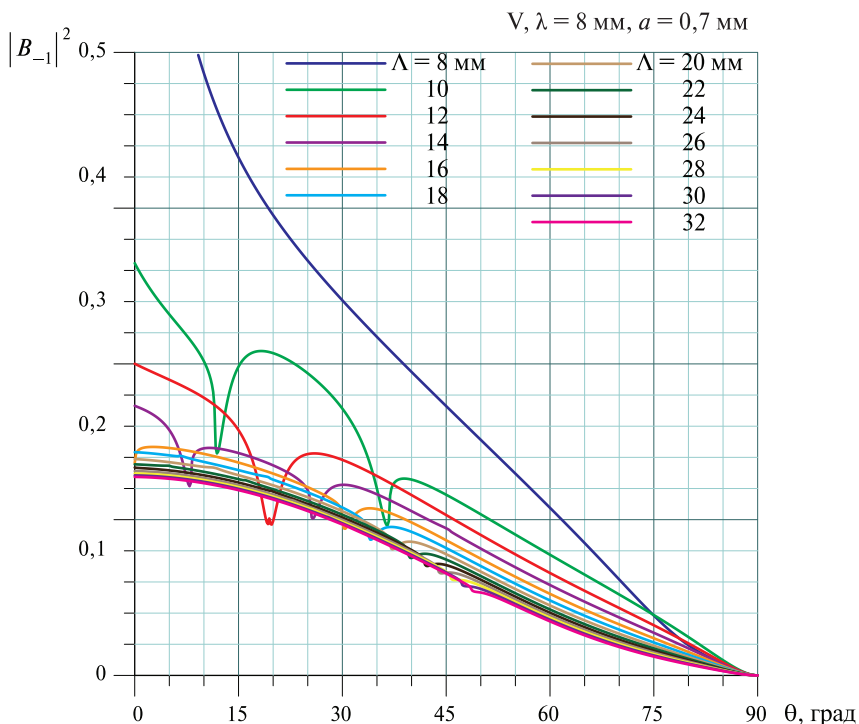


**Рис. 10.** Зависимость члена  $|B_0|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм



**Рис. 11.** Зависимость члена  $|B_1|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм

Другой чрезвычайно интересной темой в исследуемой модели является обсуждение гипотезы Рэля. Согласно этой гипотезе, волновое поле существует вплоть до границы среды. Если для достаточно гладких границ это выполняется с хорошей степенью точности, то для границ, амплитуды неровностей которых сравнимы с длиной волны, это может не выполняться совсем. Здесь следует остановиться подробнее на тех условиях, в которых рассматриваемая модель работает. При достаточно больших амплитудах поверхностной волны возникает проблема существования поля вблизи границы раздела вода — воздух в виде плоской волны. Если принять плосковолновую модель за основу, получим в ближней зоне некорректную картину — рост амплитуд затухающих волн на гра-

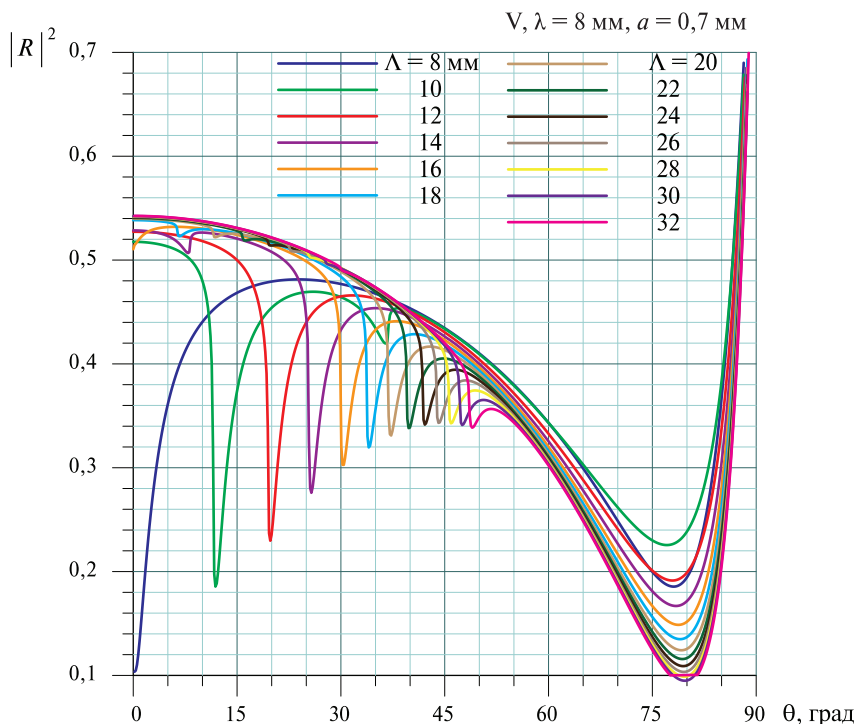


**Рис. 12.** Зависимость члена  $|B_{-1}|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda = 8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм

нице. Это объясняется тем, что плоская волна не является физически реальной и переносит в себе бесконечную энергию. Поэтому в ближней зоне плосковолновая модель работает плохо, что иллюстрируют графики для амплитуд проходящих волн.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

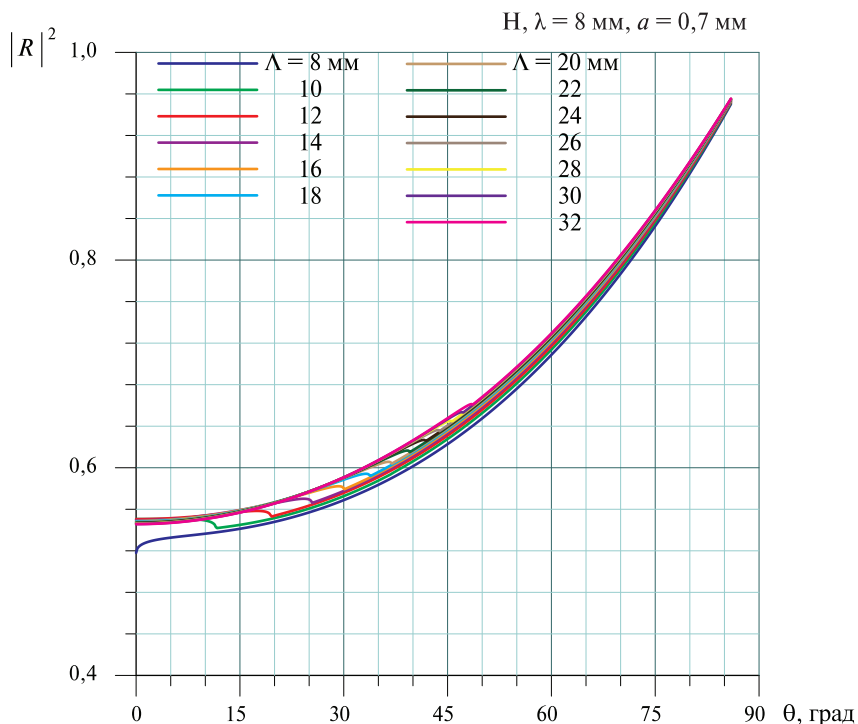
В работе развивается теория взаимодействия плоскополяризованной монохроматической электромагнитной волны с синусоидальной морской поверхностью. Получено точное решение волнового уравнения на синусоидальной границе вода – воздух для произвольной поляризации.



**Рис. 13.** Зависимость квадрата коэффициента отражения  $|R|^2$  от угла визирования  $\theta$  для электромагнитной волны на вертикальной поляризации  $V$  с длиной волны  $\lambda=8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a=0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм

Граничные условия на периодической поверхности разлагаются в ряды Фурье по пространственным гармоникам, после чего приравниваются коэффициенты при одинаковых экспонентах. Это приводит к бесконечномерной системе линейных уравнений, которая решается с любой выбранной степенью точности, в силу её диагональной сходимости. Впервые для периодических сред развит математический аппарат, позволяющий сводить расчёт дифракции произвольно поляризованной плоской волны к системе линейных алгебраических уравнений.

На основе полученного решения проведены расчёты зависимости коэффициента поглощения и излучения и радиояростной температуры морской поверхности от различных параметров.

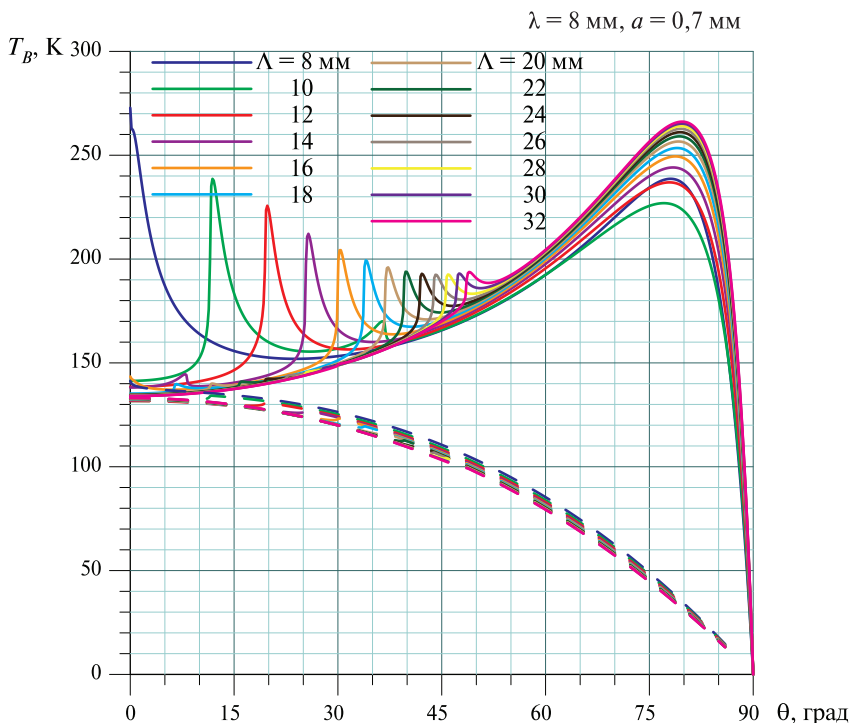


**Рис. 14.** Зависимость квадрата коэффициента отражения  $|R|^2$  от угла визирования для электромагнитной волны на горизонтальной поляризации  $\lambda = 8$  мм и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7$  мм и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм

Показаны резонансные особенности в коэффициентах излучения и поглощения. Максимальные эффекты связаны, как это и ожидалось, с вертикальной поляризацией излучения. Новизной предлагаемой работы является наблюдение экстремумов 2-го и 3-го порядков, что, по нашим данным, сделано впервые.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [Борн, Вольф, 1970] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
- [Вайнштейн, Суков, 1995] Дифракция на волнистой поверхности: сравнение численных методов // Вайнштейн Л.А. Теория дифракции. Электроника СВЧ. М.: Радио и связь, 1995. С. 261–267.



**Рис. 15.** Зависимость радиояркостной температуры  $T_B$  водной поверхности от угла визирования для электромагнитной волны на вертикальной (непрерывные линии) и горизонтальной поляризациях (пунктирные линии)  $\lambda = 8 \text{ мм}$  и поверхностных волн с амплитудой  $a = 0,7 \text{ мм}$  и длиной волны  $\Lambda$  от 8 до 32 мм, пресная вода с температурой  $20^\circ \text{C}$

[Гершензон и др., 1986] Гершензон В. Е., Ирисов В. Г., Трохимовский Ю. Г., Эткин В. С. Исследование резонансных эффектов в радиотепловом излучении водной поверхности // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 4. С. 379.

[Гершензон и др., 1987] Гершензон В. Е., Ирисов В. Г., Трохимовский Ю. Г., Эткин В. С. Критические явления в радиотепловом излучении неровной водной поверхности при произвольных углах наблюдения // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 9. С. 1159–1163.

[Ирисов, 1984] Ирисов В. Г. Исследования излучения электромагнитных волн периодически неровной поверхности: Препринт. Пр-944. М.: ИКИ АН СССР, 1984. 18 с.

[Ирисов и др., 1987а] Ирисов В. Г., Трохимовский Ю. Г., Эткин В. С. Радиотепловая спектроскопия морской поверхности // Докл. АН СССР. 1987. Т. 297. № 3. С. 587–589.

- [Ирисов и др., 1987б] *Ирисов В. Г., Трохимовский Ю. Г., Эткин В. С.* Радиометрические методы диагностики океана // Дистанционные методы исследования океана: Сб. / Под ред. Д. М. Браво-Животовского, Л. С. Долиной. Горький: ИПФ АН СССР, 1987. С. 34–58.
- [Камоцкий, Назаров, 1998] *Камоцкий И. В., Назаров С. А.* Аномалии Вуда и поверхностные волны в задаче рассеяния на периодической границе. 1 // Матем. сб. 1998. Т. 190. № 1. С. 109–138.
- [Кравцов и др., 1978] *Кравцов Ю. А., Миrowsкая Е. А., Попов Е. А.* и др. Критические явления при тепловом изучении периодически неровной водной поверхности // Изв. АН СССР. ФАО. 1978. Т. 14. № 7. С. 733.
- [Ландау, Лифшиц, 2001] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2001. 651 с.
- [Левин, Рытов, 1967] *Левин М. Л., Рытов С. М.* Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М.: Наука, 1967.
- [Рыжик, Градштейн, 2002] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 4-е изд. М.: Наука, 1963, 1108 с.
- [Трохимовский, 1987] *Трохимовский Ю. Г.* Модель радиотеплового излучения взволнованной морской поверхности // Исслед. Земли из космоса. 1997. № 1. С. 39–49.
- [Трохимовский и др., 1999] *Трохимовский Ю. Г., Кравцов Ю. А., Кузьмин А. В.* Применение микроволновых радиометрических методов для спектроскопии поверхности океана и прецизионных измерений температуры скин-слоя // Приповерхностный слой океана. Физ. процессы и дистанц. зондирование: Сб. науч. тр. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1999. Т. 2. С. 382–407.
- [Уиттекер, Ватсон, 1963] *Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н.* Курс современного анализа: Пер. с англ. В 2-х ч. М.: Гос. изд-во физико-мат. литературы, 1963. 516 с.
- [Эткин и др., 1978] *Эткин В. С., Ворсин Н. Н., Кравцов Ю. А.* и др. Обнаружение критических явлений при тепловом радиоизлучении периодически неровной водной поверхности // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 3. С. 454–456.
- [Irisov, 1994] *Irisov V. G.* Small Slope Approximation for Micro-wave Polarimetric Observation of Sea Surface // Intern. Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'94). Digest, Pasadena, California USA, Aug. 8–12, 1994. 1994. V. 4. P. 2421–2423.
- [Gasiewski, Kunkee, 1994] *Gasiewski A. J., Kunkee D. B.* Polarized micro-wave emission from water waves // Radio Science. 1994. V. 29. N. 6. P. 1449–1466.
- [Stogryn, 1967] *Stogryn A.* The apparent temperature of the sea at microwave frequencies // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1967. V. AP-15. N. 2. P. 278–286.

**Селунский Александр Борисович** — ведущий математик, тел. 8(495)-333-43-02, e-mail: alexendersel@mail.ru.

**Кузьмин Алексей Владимирович** — заведующий лабораторией, кандидат физико-математических наук.

**Комарова Наталия Юрьевна** — главный специалист.

055(02)2

Ротап rint ИКИ РАН

117997, Москва, Профсоюзная, 84/32

Подписано к печати 25.07.2013

Заказ 3315

Формат 70×108/32

Тираж 75

1,33 усл.-изд. л.