

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИКИ РАН)

На правах рукописи

АНАНЬЕВА ВЛАДИСЛАВА ИГОРЕВНА

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКЗОПЛАНЕТ ПО МАССАМ И ОРБИТАЛЬНЫМ ПЕРИОДАМ
С УЧЕТОМ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ СЕЛЕКЦИИ**

Специальность 01.03.02 – Астрофизика и звездная астрономия

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д.т.н.

Тавров Александр Викторович

Москва – 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКЗОПЛАНЕТ (ПО ЛИТЕРАТУРНЫМ ИСТОЧНИКАМ).....	12
1.1 Наблюдения и статистические исследования экзопланет.....	12
1.2 Статистические исследования экзопланет по массам (и орбитальным периодам).....	15
1.3 Выводы по главе 1.....	17
ГЛАВА 2. КОРРЕКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ RV-ПЛАНЕТ ПО МИНИМАЛЬНЫМ МАССАМ И ОРБИТАЛЬНЫМ ПЕРИОДАМ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ «ОКНА ВИДИМОСТИ».....	18
2.1. Метод лучевых скоростей.....	18
2.2 Концепция «окна видимости»	20
2.3 Параметры «окна видимости» γ и δ	28
2.4 Гистограммы распределений RV-планет по минимальным массам.....	31
2.4.1. Распределение по минимальным массам планет малых масс ($m < 0.14$ масс Юпитера).....	36
2.4.2. Распределение по минимальным массам планет средних масс (0.12-2.2 масс Юпитера).....	42
2.4.3 Распределение по минимальным массам планет больших масс (2.2-13 масс Юпитера)	47
2.4.4 Составное распределение RV-планет по минимальным массам. Сравнение с теорией популяционного синтеза.....	53
2.4.5 Минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера.....	56
2.4.6 Максимум в области 6-9 масс Юпитера	58
2.5 Гистограммы распределений RV-планет по орбитальным периодам	59
2.6 Выводы по главе 2.....	65
ГЛАВА 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО МАССАМ ТРАНЗИТНЫХ ПЛАНЕТ.....	68
3.1 Особенности исследования транзитных планет.....	68
3.2 Транзитные планеты, обнаруженные космическим телескопом «Кеплер»	70
3.2.1 Учет разной доли планет «Кеплера» с измеренной массой в зависимости от радиуса планеты. Коэффициент измеренности массы	70
3.2.2. Применяемые методы определения масс транзитных планет.....	74
3.2.3. Учет геометрической вероятности транзитной конфигурации планет «Кеплера»	76
3.2.4. Аппроксимация распределения планет «Кеплера» кусочным степенным законом	79
3.3 Транзитные планеты, обнаруженные наземными наблюдательными программами.....	80
3.4 Транзитные планеты, обнаруженные миссией TESS.....	81

3.5 Выводы по Главе 3	82
ГЛАВА 4. СРАВНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО МАССАМ ТРАНЗИТНЫХ И RV-ПЛАНЕТ	84
4.1 Прямая и обратная задача преобразования распределения по минимальным массам в распределение по истинным массам	84
4.1.1 Прямая задача: преобразование распределения по минимальным массам в распределение по истинным массам	84
4.1.2 Обратная задача: преобразование распределения по истинным массам в распределение по минимальным массам	85
4.2. Сравнение распределений по минимальным массам транзитных планет «Кеплера» и планет, открытых методом лучевых скоростей	87
4.3 Сравнение распределений по минимальным массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, и планет, открытых методом лучевых скоростей	90
4.4 Выводы по Главе 4	92
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	94
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	96
Приложение А.....	103
Приложение Б	104

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Изучение внесолнечных планет (экзопланет) играет важную роль в сравнительной планетологии, что необходимо для понимания строения и эволюции Солнечной системы. Внесолнечные планетные системы демонстрируют большее разнообразие и содержат планеты, в том числе и не имеющие аналогов в Солнечной системе. Исследование статистических закономерностей экзопланет верифицирует теории планетообразования, показывает распространенность планет определенных типов в Галактике (например, планет земного типа в обитаемой зоне), указывает на значимые физические процессы при формировании и эволюции планетных систем.

В ряду статистических исследований изучение распределений внесолнечных планет по массам и по орбитальным периодам позволяет выявить преимущественную (усредненную) структуру планетных систем. Однако каталогизированные распределения (формируемые непосредственно из Экзопланетного архива НАСА [1], Энциклопедии внесолнечных планет [2], и др.), значительно искажены наблюдательной селекцией и, следовательно, статистически недостоверны. Требуется учет эффектов наблюдательной селекции и их коррекция для восстановления истинных статистических распределений экзопланет, в частности, по массам и орбитальным периодам. Сравнение истинных (восстановленных) распределений с предсказаниями космогонических теорий, в частности, космогонической теории популяционного синтеза (Мордасини [3]), позволяет провести проверку полученных результатов.

В последние годы продолжается бурное развитие наземных и космических наблюдательных программ и инструментов, посвященных как поискам, так и детальному изучению экзопланет. В декабре 2021 года был произведен запуск космического инфракрасного телескопа им. Джеймса Уэбба (JWST) [4], на 2025 год запланирован запуск российского ультрафиолетового телескопа «Спектр-УФ» (WSO-UV) [5]. В 2026 году планируется запуск миссии ЕКА PLATO [6], посвященной широкомасштабным поискам экзопланет транзитным методом, в 2028 году – запуск инфракрасного телескопа ARIEL [7], посвященного изучению экзопланетных атмосфер. Также на середину 2020-х годов запланирован запуск шестой «великой» обсерватории НАСА имени Нэнси Роман (WFIRST) [8], снабженной коронографом для прямого наблюдения экзопланет.

В настоящий момент количество известных экзопланет превысило 5 тысяч, свыше 95% из них открыто методом измерения лучевых скоростей родительских звезд и фотометрией

транзитов. В настоящей работе детально исследованы статистические распределения по массам и по орбитальным периодам экзопланет, обнаруженных этими двумя методами.

Цели и задачи диссертационной работы

Основной целью настоящей диссертационной работы является исследование распределений по массам и по орбитальным периодам экзопланет, обнаруженных методом измерения лучевых скоростей родительских звезд (RV-планет) и методом фотометрии транзитов. Эту цель следует разделить на несколько пунктов:

1. Построение и анализ скорректированного с учетом наблюдательной селекции распределения по проективным (минимальным) массам планет, обнаруженных методом лучевых скоростей;
2. Построение и исследование скорректированного с учетом наблюдательной селекции распределения по орбитальным периодам планет, обнаруженных методом лучевых скоростей;
3. Построение и анализ скорректированного с учетом наблюдательной селекции распределения по массам транзитных планет;
4. Сравнение скорректированных распределений RV-планет и транзитных планет по массам, а также с распределениями согласно выводам космогонических теорий (популяционного синтеза).

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

1. Разработан матричный метод «окна видимости», определяющий вероятности обнаружения планеты на диаграмме минимальная масса – орбитальный период несколькими наблюдательными программами с различными точностями спектрографа, уровнями шума и продолжительностями наблюдений и т. п. для учета эффектов наблюдательной селекции при коррекции статистических распределений по массам и по орбитальным периодам планет, открытых методом лучевых скоростей.
2. Реализован алгоритм (вычислительный код в среде MatLab[®]) для определения вероятности обнаружения RV-планет в зависимости от их минимальных масс и орбитальных периодов.
3. Разработан метод учета разной доли транзитных планет с измеренной массой в зависимости от радиуса планет («коэффициент измеренности массы») для коррекции статистических распределений по массам планет, открытых транзитным методом.
4. Реализован алгоритм (вычислительный код в среде MatLab[®]) учета разной вероятности транзитной конфигурации и разной доли транзитных планет с измеренной массой в зависимости от радиуса планет.

Научная новизна

Все результаты диссертационной работы, представленные к защите, являются новыми.

Впервые был введен коэффициент измеренности массы для коррекции наблюдательной селекции транзитных планет «Кеплера», и с учетом его восстановлено и проанализировано скорректированное с учетом наблюдательной селекции статистическое распределение по массам транзитных экзопланет, для которых известна истинная масса. Впервые показано, что распределение по массам транзитных экзопланет статистически достоверно зависит от геометрической вероятности транзитной конфигурации, а, следовательно, от расстояния между планетой и звездой, что свидетельствует о наличии преимущественной (усредненной) структуре планетных систем.

Впервые реализован метод учета разной эффективности различных наблюдательных программ обнаружения экзопланет, открытых методом лучевых скоростей, который был применен ко всему массиву данных о RV-планетах. Было показано, что характер распределения RV-планет по массам зависит от орбитальных периодов, что также подтверждает наличие преимущественной (усредненной) структуры планетных систем.

Научная новизна исследования, определяется оригинальностью результатов и разработанных кодов. В случаях заимствования методов использование последних приводит к получению ранее не публиковавшихся результатов. Воспроизведение отдельных решений, не характеризующихся теоретической новизной, комментируется со ссылками на источники.

Научная и практическая значимость работы

Проведенные статистические исследования дают новую информацию об усредненном строении планетных систем у других звезд и находятся в хорошем согласии с космогонической теорией популяционного синтеза Мордасини [3]. Полученные распределения могут быть использованы для оценок распространенности планет различных типов в Галактике.

Вместе с тем, ряд обнаруженных особенностей статистических распределений отличается от теоретически предсказанных и указывает на значимые физические процессы в эволюции планетных систем. В частности, выявленная особенность (максимум) на распределении планет-гигантов, возможно, указывает на диапазон масс, где формирование планет происходит, в том числе, путем гравитационной неустойчивости в протопланетном диске, а другая особенность – минимум в области ~ 0.1 масс Юпитера в распределении по массам планет с короткими орбитальными периодами – известна как «пустыня горячих непунов».

Методология и методы исследования

Для восстановления скорректированных статистических распределений экзопланет по массам и по орбитальным периодам с учетом эффектов наблюдательной селекции были использованы оригинальные методы «коэффициент измеренности массы» и «окно видимости», а также метод учета геометрической вероятности транзитной конфигурации, представленный в [9]. При аппроксимации полученных распределений степенной функцией для определения показателя степени использовался стандартный метод наименьших квадратов и метод определения погрешности параметра линейной регрессии. Все расчеты были реализованы в виде комплексов вычислительных кодов в среде MatLab®.

Положения, выносимые на защиту:

1. Эффекты наблюдательной селекции в распределении по массам транзитных экзопланет существенно корректируются с помощью: коэффициента измеренности массы, учета вероятности транзитной конфигурации и исключения транзитных планет, массы которых измерены TTV методом. Коэффициент измеренности массы учитывает разную долю планет с измеренной массой в зависимости от радиуса транзитной планеты. Исключение транзитных планет, массы которых измерены TTV методом, позволяет избежать влияния на статистику недостоверных и нефизичных номинальных масс.

2. Эффекты наблюдательной селекции распределения по массам и орбитальным периодам планет, обнаруженных методом лучевых скоростей, корректируются с помощью учета вероятности обнаружения планеты с данными минимальной массой и орбитальным периодом. Вычисленная матрица («окно видимости»), содержит вероятности обнаружения планеты на диаграмме минимальная масса – орбитальный период и учитывает совокупную возможность детектирования планеты несколькими наблюдательными программами с различными точностями спектрографа, уровнями шума и продолжительностями наблюдений. Скорректированные распределения планет по массам и по орбитальным периодам находят делением на величину вероятности.

3. Скорректированные распределения RV-экзопланет по массам аппроксимируются кусочным степенным законом: в области 0.011-0.087 масс Юпитера (m_J) $dN/dm \propto m^{-3}$, в области 0.21-2.2 m_J $dN/dm \propto m^{-0.8\dots-1}$, в области 2.2-13 m_J $dN/dm \propto m^{-1.7\dots-2}$. В области 0.087-0.21 m_J наблюдается минимум, соответствующий т.н. «пустыне горячих нептоунов».

4. Скорректированные распределения по минимальным массам транзитных и RV-экзопланет в области 0.21-13 масс Юпитера согласуются друг с другом и с теоретическими предсказаниями космогонических теорий популяционного синтеза. В области 0.02-0.21 масс Юпитера оба распределения демонстрируют одинаковые наклоны, которые согласуются с

предсказаниями новых версий теории популяционного синтеза, однако отличаются друг от друга по абсолютной величине.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных в диссертационной работе результатов основана на:

1. Их публикации в статьях в высокорейтинговых международных рецензируемых научных журналах *Icarus* и *MNRAS*, входящих в список ВАК, а также их публикации в двух российских рецензируемых научных журналах «Письма в *Астрономический Журнал*» и «*Астрономический Вестник*»;
2. Их представлении на научных семинарах и международных научных конференциях;
3. Их сравнении с результатами, полученными другими авторами;
4. Их сравнении с предсказаниями теоретических моделей планетообразования.

Результаты диссертационной работы были представлены на следующих конференциях:

1. Vladislava Ananyeva, Alexander Tavrov, Inna Shashkova, Andrey Yudaev, Anastasia Ivanova, Oleg Korablev, and Jean-Loup Bertaux, Exoplanet mass distribution considering selection factors for transit technique, постерный доклад на EPSC-DPS Joint Meeting 2019, 15-20 Sep 2019, Geneva, Switzerland.
2. V. Ananyeva, A. Ivanova, I. Shashkova, A. Venkster, A. Tavrov and J.-L. Bertaux, Mass distribution of exoplanets considering observation selection effects in the transit detection technique, устный доклад на 10-м Московском симпозиуме по Солнечной системе (10M-S3).
3. V. Ananyeva, J.-L. Bertaux and A. Tavrov, Mass distribution of transit planets depending on the host star spectral class (considered: K, G, F), устный доклад на 10-м Московском симпозиуме по Солнечной системе (10M-S3).
4. В.И. Ананьева, А.Е. Иванова, А.В. Тавров, О.И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Статистические распределения экзопланет по массам и орбитальным периодам с учетом наблюдательной селекции, устный доклад на конференции «Наземная астрономия в России. XXI век», САО, 21 – 25 сентября 2020 года.
5. V. Ananyeva, A. Ivanova, I. Shashkova, A. Tavrov, J.-L. Bertaux, Radial velocity-exoplanets distributions by masses and by orbital periods, устный доклад на Одиннадцатом московском международном симпозиуме по исследованиям Солнечной системы (11M-S3), ИКИ, 5 – 9 октября 2020 года.

6. Ананьева В.И., Тавров А.В., Кораблев О.И., Берто Ж.-Л., Распределение RV- и транзитных экзопланет по массам и орбитальным периодам с учетом наблюдательной селекции, доклад на Всероссийской Астрономической Конференции, Москва, 23-28 августа 2021 года.

7. Ananyeva, V., Tavrov, A., Korablev, O., and Bertaux, J.-L.: Distribution of RV- and transiting exoplanets by masses and orbital periods taking into account observational selection, Europlanet Science Congress 2021, online, 13–24 Sep 2021, EPSC2021-802, <https://doi.org/10.5194/epsc2021-802>, 2021.

8. V. Ananyeva, A. Ivanova, I. Litosova, A. Tavrov, J.-L. Bertaux, Properties of RV-exoplanets' distributions by masses and by orbital periods, доклад 12MS3-EP-02 на The Twelfth Moscow Solar System Symposium, IKI RAS, 11-15 October 2021.

Публикации по теме диссертации

1. **В. И. Ананьева**, А. В. Тавров, А. А. Венкстерн, Д. В. Чурбанов, И. А. Шашкова, О. И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Распределение экзопланет-гигантов по истинным и проективным массам. Учет наблюдательной селекции, *Астрономический Вестник*, 2019, том 53, № 2, с. 133–146. DOI: 10.1134/S0320930X1901002X

2. А. Е. Иванова, **В. И. Ананьева**, А. А. Венкстерн, И. А. Шашкова, А.В.Юдаев, А. В. Тавров, О. И. Кораблев, Ж.-Л.Берто, Распределение транзитных экзопланет по массам с учетом факторов наблюдательной селекции, *Письма в Астрономический Журнал*, 2019, том 45, №10, с. 1–8. DOI: 10.1134/S0320010819100048

3. **V.I. Ananyeva**, A. E.Ivanova, A.A. Venkstern, I.A. Shashkova, A.V. Yudaev, A.V. Tavrov, O.I. Korablev, and J.-L. Bertaux, Mass distribution of exoplanets considering some observation selection effects in the transit detection technique, *Icarus*, Volume 346, August 2020, 113773. DOI: 10.1016/j.icarus.2020.113773

4. **В. И. Ананьева**, А. Е. Иванова, А. А. Векстерн, А. В. Тавров, О. И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Распределение экзопланет по массам в зависимости от спектрального класса родительских звезд, *АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК*, 2020, том 54, № 3, с. 195–207. DOI: 10.31857/S0320930X20030019

5. А.Е. Иванова, О.Я. Яковлев, **В.И. Ананьева**, И. А. Шашкова, А.В. Тавров, О.И. Кораблев, Ж.-Л. Берто, Метод «окна видимости» для учета наблюдательной селекции в статистике экзопланет, открытых по измерениям лучевых скоростей, *ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙЖУРНАЛ*, 2021, том 47, №1, с. 46–51. DOI:10.31857/S0320010821010058

6. О. Яковлев, А. Иванова, **В. Ананьева**, И. Шашкова, А. Юдаев, О. Кораблев, Ж.-Л. Берто, А. Тавров, Распределение транзитных экзопланет по массе с использованием зависимостей масса-радиус. Структурирование внутри планетных систем. *АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК*, 2021, том 55, № 3, с. 213–231. DOI: 10.31857/S0320930X21030099

7. Oleg Ya Yakovlev, **V I Ananyeva**, A E Ivanova, A V Tavrov, Comparison of the mass distributions of short-period exoplanets detected by transit and RV methods, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters, Volume 509, Issue 1, January 2022, Pages L17–L20. <https://doi.org/10.1093/mnrasl/slab115>

Личный вклад автора

Все работы из списка публикаций по теме диссертации выполнены в соавторстве. Основные результаты диссертации и выносимые на защиту положения основаны на работах [10–12]. В этих работах автору принадлежит ключевая роль, а именно: разработка методов учета наблюдательной селекции при анализе статистических распределений транзитных планет и планет, обнаруженных методом лучевых скоростей, поиск и отбор архивных данных, необходимых для коррекции статистических распределений, написание и отладка вычислительных кодов в среде MatLab, интерпретация полученных результатов, их оформление и представление.

В работах [13–14] использовались отобранные автором данные об экзопланетах из каталогов и оригинальных работ и написанный код в среде MatLab®. В работе [15] использовались отобранные автором данные, автор принимала непосредственное участие в обсуждении и интерпретации полученных результатов.

Структура и содержание диссертации

В данной работе исследуются распределения по массам и орбитальным периодам экзопланет, открытых транзитным методом и методом лучевых скоростей, с учетом наблюдательной селекции. Результаты работы представлены в семи опубликованных статьях.

Глава 1 посвящена истории экзопланетных исследований, в ней демонстрируется важность изучения статистических закономерностей и рассказывается (по данным из литературных источников) о предыдущих попытках учесть наблюдательную селекцию при исследовании распределений по массам экзопланет, открытых методом лучевых скоростей (RV-планет).

В Главе 2 обсуждаются распределения по минимальным массам и орбитальным периодам RV-планет. В частности, описываются ограничения, налагаемые на метод лучевых скоростей недостаточной точностью спектрографов, разным уровнем активности родительских звезд и ограниченным временем наблюдений, вводится метод коррекции наблюдательной селекции «окно видимости» и изучаются скорректированные распределения RV-планет. Показывается, что скорректированное распределение RV-планет по минимальным массам в целом следует кусочному степенному закону с изломами при 0.14 и 1.7 масс Юпитера, причем в области 0.02–0.087 масс Юпитера показатель степени равен $-2.5\dots-3$, в области 0.21–1.7 масс Юпитера –

-0.8...1.0, в области 1.7-13 масс Юпитера – -1.7...-2.0. В области 0.087-0.21 масс Юпитера наблюдается глубокий минимум, обусловленный резким дефицитом планет с орбитальными периодами меньше 10 суток («пустыней горячих непутов»).

В Главе 3 исследуются распределения по массам транзитных планет, открытых телескопом «Кеплер» и наземными наблюдательными программами. Поскольку масса подавляющего большинства планет «Кеплера» еще не измерена, вводится коррекция, названная «коэффициентом измеренности массы» и описывающая долю планет «Кеплера» с измеренной массой в зависимости от их радиуса. Подчеркивается необходимость учета способа измерения массы транзитных планет, поскольку метод тайминга транзитов (TTV) позволяет измерять не физическую, а т.н. номинальную массу, которая при не равном нулю эксцентриситете орбит может в несколько раз превышать физическую массу. Также для всех транзитных планет учитывается вероятность транзитной конфигурации, обратно пропорциональная расстоянию между планетой и звездой. Демонстрируется, что скорректированное распределение планет «Кеплера» по массам следует кусочному степенному закону с изломами при 0.28 и 1.7 масс Юпитера, причем в области 0.036-0.28 масс Юпитера показатель степени равен -2.77 ± 0.25 , в области 0.28-1.7 масс Юпитера – -1.17 ± 0.05 , но совместим с -1 с учетом погрешностей, в области 1.7-13 масс Юпитера – -2.2 ± 0.4 . Распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, в области 0.68-13 масс Юпитера следует степенному закону с показателем степени -2.15 ± 0.12 .

В Главе 4 сравниваются распределения, полученные во 2 и 3 Главе. Поскольку прямое сравнение минимальных масс и физических масс некорректно, а преобразование распределения по минимальным массам в распределение по физическим массам затруднено из-за низкого качества данных, проводится обратное преобразование распределения по массам транзитных планет в их распределение по минимальным массам. Показывается, что скорректированные распределения по минимальным массам RV-планет и транзитных планет «Кеплера» в целом находятся в хорошем согласии друг с другом и с предсказаниями космогонических теорий популяционного синтеза.

Заключение резюмирует основные результаты диссертации.

Диссертация содержит 106 страниц, 36 иллюстраций, 2 приложения и 91 ссылку на источники.

ГЛАВА 1. ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКЗОПЛАНЕТ (ПО ЛИТЕРАТУРНЫМ ИСТОЧНИКАМ)

1.1 Наблюдения и статистические исследования экзопланет

Изучение статистических закономерностей играет в исследованиях планетных систем важную роль: оно помогает верифицировать теории планетообразования, позволяет предсказывать распространенность планет определенных типов в Галактике (например, планет земного типа в обитаемой зоне), наконец, особенности статистических распределений могут указывать на значимые физические процессы, участвующие в формировании и эволюции планетных систем. Так, сильная корреляция между металличностью $[Fe/H]$ родительских звезд и распространенностью планет-гигантов явилась весомым доводом в пользу гипотезы аккреции на ядро как основного сценария формирования планет этого типа [16]. Обнаружение более чем двукратного минимума в области 1.5-2.0 радиусов Земли в распределении по радиусам планет с радиусами 1-4 радиусов Земли (т.н. «зазора Фултона», [17]) выявило характерный радиус перехода между планетами преимущественно железокаменного состава и планетами, обогащенными летучими элементами (т.н. мини-нептунами). Наконец, измерение наклона орбит ряда горячих юпитеров (т.е. планет-гигантов с орбитальными периодами короче 10 суток) к оси вращения их родительских звезд показало, что многие горячие юпитеры находятся на резко наклоненных, полярных и даже ретроградных орбитах, что, в свою очередь, свидетельствует о высокоэксцентричной миграции (в этом сценарии планета-гигант, сформировавшись в протопланетном диске за снеговой линией, сначала переходит на орбиту с высоким эксцентриситетом благодаря эпизоду планет-планетного рассеяния или резонансу Лидова-Козаи, а затем эта орбита скругляется приливными силами).

На момент написания диссертации количество известных внесолнечных планет (экзопланет) превысило 5 тысяч [1]. Свыше 95% из них открыто двумя методами – методом измерения лучевых скоростей родительских звезд (RV-метод, [18]) и методом фотометрических транзитов [19]. Исторически наиболее важную роль сыграл первый из них: первой экзопланетой, обнаруженной у нормальной (не нейтронной) звезды, оказался горячий юпитер 51 Пегаса b [20]. На протяжении восьми лет экзопланеты открывались исключительно методом лучевых скоростей. Только в 2000 году впервые был зафиксирован транзит по диску родительской звезды горячего юпитера HD 209458 b, открытого незадолго до этого методом лучевых скоростей [21]. Наконец, в 2002 году впервые была представлена планета, открытая транзитным методом – горячий юпитер OGLE-TR-56 b [22]. Начиная с 2004 года, транзитные планеты обнаруживают многочисленные наземные транзитные обзоры, такие, как OGLE (Optical Gravitational Lensing

Experiment), SuperWASP [23], HATNet [24], TrES (Trans-Atlantic Exoplanet Survey) [25], XO Project [26], и др.

Наблюдения сквозь турбулентную земную атмосферу, проводимые автоматическими телескопами небольшой апертуры, имеют ограниченную точность фотометрических измерений в 0.1-0.3%. Это существенно ограничивает возможности наземных транзитных наблюдательных программ. Вследствие невысокой точности фотометрии подавляющее большинство транзитных планет, открытых наземными обзорами, является горячими юпитерами, поскольку мелкие транзиты планет небольших размеров замываются звездными мерцаниями, и планеты остаются не обнаруженными. Таким образом, к середине 2000-х годов назрела необходимость вынести телескопы, осуществляющие поиск транзитных планет, за пределы земной атмосферы. В декабре 2006 года была запущена миссия CoRoT (COnvection ROtation and planetary Transits) [27, 28], созданная Национальным центром космических исследований Франции при участии Европейского космического агентства, а в марте 2009 года – миссия НАСА Kepler [29, 30].

CoRoT – космический телескоп с диаметром входного зрачка 27 см и фокусным расстоянием 1.1 м, оснащенный четырьмя ПЗС-детекторами размером 2048x2048 пикселей и разрешением 2.32 угловых секунд на пиксель (размер пикселя 13.5x13.5 мкм). Два детектора из четырех предназначались для астросейсмических исследований, остальные два – для поиска экзопланет транзитным методом. Телескоп находился на околоземной полярной орбите высотой ~900 км. Выбор области наблюдения диктовался, в том числе, необходимостью избегать засветки от Земли и Солнца. CoRoT в течение 150 суток непрерывно наблюдал одну из двух небольших областей на небесной сфере, расположенных перпендикулярно плоскости его орбиты: с апреля по октябрь – в направлении центра Галактики (в созвездии Змеи), с октября по апрель – в направлении анти-центра (в созвездии Единорога). После отказа одного из блоков обработки данных и потери половины поля зрения в марте 2009 года наблюдательная стратегия была скорректирована: каждое поле наблюдалось по три месяца, также некоторые поля наблюдались по одному месяцу.

За все время работы с января 2007 года по ноябрь 2012 года CoRoT получил кривые блеска 177 454 звезд, из них кривые блеска 163 665 звезд – в рамках экзопланетных исследований [31]. По результатам наблюдений была открыта 31 транзитная планета и 3 транзитных коричневых карлика, в том числе первая транзитная железоканечная планета CoRoT-7 b. Около ста кандидатов до сих пор ожидают своего подтверждения.

Космический телескоп Kepler (далее «Кеплер»), в отличие от CoRoT, был выведен на гелиоцентрическую орбиту и мог не опасаться засветки со стороны Земли и Луны. Телескоп системы Шмидта с диаметром входного зрачка 0.95 м при диаметре главного зеркала 1.4 м был оснащен матрицей из 42 ПЗС-детекторов размером 2200x1024 каждый (разрешение 3.98 угловых

секунд на пиксель), чувствительных в диапазоне 430–890 нм [32]. Показания снимались с каждого детектора каждые 6 секунд и суммировались в течение 59 секунд (короткая мода) или 29.4 минут (долгая мода). Заявленная фотометрическая точность телескопа достигала 20 ppm для звезды 12 звездной величины при интегрировании в течение 6.5 часов, однако в реальности она оказалась несколько хуже и составила 29 ppm [33].

Наблюдательная стратегия «Кеплера» отличалась от наблюдательной стратегии CoRoT. В течение трех лет космический телескоп практически непрерывно наблюдал одну и ту же область неба площадью 115 квадратных градусов в направлении созвездий Лебедя и Лиры, получившую наименование Поле «Кеплера». Непрерывное наблюдение одной области позволило обнаруживать, в том числе, долгопериодические транзитные планеты, находящиеся в обитаемой зоне своих звезд. Однако после выхода из строя второго маховика системы ориентации в мае 2013 года «Кеплер» больше не мог поддерживать свою ориентацию с требуемой точностью, и наблюдения Поля прервались. В дальнейшем инженеры миссии разработали стратегию расширенной миссии K2, в рамках которой телескоп по 3 месяца наблюдал различные участки неба вдоль эклиптики. Расширенная миссия продолжалась с мая 2014 года до октября 2018 года, когда исчерпание запасов топлива на борту «Кеплера» сделало аппарат неуправляемым. 15 ноября 2018 года телескоп был отключен.

Амбициозной целью создателей «Кеплера» было обнаружение аналогов Земли у звезд аналогов Солнца. Этой цели достичь не удалось – худшая относительно ожидаемой фотометрическая точность телескопа не позволила надежно фиксировать единичные транзиты глубиной ~84 ppm (глубина транзита Земли по диску Солнца). Однако «Кеплер» получил кривые блеска более 530 тыс. звезд [34] и обнаружил почти 4.8 тыс. транзитных кандидатов, из которых около 2.4 тыс. были подтверждены как планеты (из них 361 планета – в обитаемой зоне, [1]), что позволило построить статистическое распределение экзопланет по радиусам и орбитальным периодам и оценить распространенность планет разных размеров в Галактике. На момент написания диссертации (май 2022 года) на долю «Кеплера» приходится около 55% всех открытых экзопланет.

Огромную разницу в эффективности двух первых космических транзитных миссий можно объяснить несколькими причинами. Первая из них – неудачный выбор наблюдательной стратегии CoRoT, который вел фотометрический мониторинг небольшого количества тусклых звезд (одновременно – не более 11.5 тысяч против более 150 тыс. целевых звезд на Поле «Кеплера»). Во-вторых, малая апертура CoRoT (27 см против 95 см у «Кеплера») и наблюдения звезд преимущественно 14-16 звездной величины привели к тому, что из 31 планет, открытых CoRoT, только у 6 радиусы меньше 0.8 радиусов Юпитера [31]. Это говорит о низкой эффективности CoRoT в обнаружении планет за пределами размерного класса гигантов. При

этом данные, полученные «Кеплером», показали, что, начиная с ~ 0.6 радиусов Юпитера, количество планет очень быстро увеличивается по мере уменьшения их радиуса. Это означает, что подавляющее большинство планет с радиусами меньше 0.5-0.6 радиусов Юпитера было пропущено CoRoT. Наконец, тусклость родительских звезд транзитных кандидатов затрудняет подтверждение планетной природы транзитных кандидатов и измерение их массы методом лучевых скоростей.

Недостатки наблюдательной стратегии CoRoT были полностью учтены во время планирования третьей транзитной космической миссии NASA TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) [35]. TESS предназначена для поиска транзитных планет у ярких звезд (до +12 звездной величины), доступных для последующих спектроскопических исследований. Аппарат несет на борту четыре телескопа-рефрактора с апертурой 10 см, светосилой $f/1.4$ и полем зрения $24 \times 24^\circ$, каждый из которых оснащен широкоугольной камерой с зарядовой связью (ПЗС), чувствительной в диапазоне 0.6-1.0 мкм. Составное поле зрения телескопов образует полосу размерами $24 \times 96^\circ$ (2300 квадратных градусов). К настоящему моменту (май 2022 года) наблюдениями было охвачено 85% небесной сферы.

К концу мая 2022 года TESS обнаружила 5725 транзитных кандидатов, из которых только 217 подтверждены как планеты. Не менее 792 кандидатов являются ложными, т.е. имеют не планетную природу.

Следует отметить, что наблюдения транзитов позволяют определить только орбитальный период планеты и ее радиус в долях радиуса звезды, но не ее массу. Для измерения масс планет, как правило, используется метод лучевых скоростей, который применим только к сравнительно ярким звездам. Это приводит к тому, что массы большинства транзитных планет до сих пор остаются неизвестными.

1.2 Статистические исследования экзопланет по массам (и орбитальным периодам)

Изучение распределений внесолнечных планет по массам и орбитальным периодам является важным направлением статистических исследований, поскольку позволяет выявить преимущественную (усредненную) структуру планетных систем. Вместе с тем при анализе статистических закономерностей необходимо учитывать наблюдательную селекцию, способную существенно исказить наблюдаемые распределения. Факторы наблюдательной селекции различаются как для разных методов поиска экзопланет, так и для разных инструментов и наблюдательных программ, ведущих поиски в рамках одного метода.

Первые публикации по изучению распределения экзопланет по массам появились вскоре после открытия в 1995 году первой экзопланеты, и в них игнорировалась неоднородность наблюдательных данных. Так, в [36] построили распределение по проективным (минимальным) массам $m = M \cdot \sin i$ известных на тот момент 167 экзопланет и аппроксимировали его степенным законом $dN/dm \propto m^{-1.1}$, не принимая во внимание различия наблюдательных программ. Авторы в [37] попытались решить эту проблему, рассматривая только планеты, открытые в рамках наблюдений на обсерваториях Лик (Lick Observatory) [38] и Кек (W. M. Keck Observatory) [39] с помощью спектрографов с одинаковой инструментальной погрешностью единичного измерения 3 м/с, рассмотрев в итоге 104 планеты из 152, известных к тому моменту. В [37] нашли, что распределение следует степенному закону $dN/dm \propto m^{-1}$. В работе [40], рассматривая распределение планет с орбитальными периодами P от 2 до 2000 суток и минимальными массами m от 0.3 до 10 масс Юпитера, ввели «фактор полноты исследования» (completeness of the survey) и нашли, что распределение 182 RV-планет по массам и орбитальным периодам следует степенному закону вида $dN = C \cdot m^{-0.31 \pm 0.2} \cdot P^{0.26 \pm 0.1} d \ln(m) d \ln(P)$, где C – константа, m – минимальная масса планеты, P – орбитальный период планеты, что соответствует распределению по минимальным массам $dN/dm \propto m^{-1.31 \pm 0.2}$. Рассматривая распределение по массам планет, вращающихся вокруг 166 солнцеподобных звезд, наблюдавшихся на Кек с помощью спектрографа HIRES, в [41] ввели «функцию полноты» (completeness function) $C(P, m)$ как долю звезд, гарантированно не имеющих рядом с собой планеты с данным периодом и минимальной массой. Авторы [41] показали, что распределение планет с периодами менее 50 суток по минимальным массам можно аппроксимировать степенным законом $dN/d \log(m) \propto m^{-0.48 + 0.12/-0.14}$, или $dN/dm \propto m^{-1.48 + 0.12/-0.14}$.

В [42] проанализировали 23473 отдельных измерений лучевой скорости 426 красных карликов, полученных спектрографами HARPS, HIRES, PFS, UVES и некоторых других. Чтобы учесть различную продолжительность и чувствительность наблюдательных программ, для каждого набора данных (фактически, для каждой наблюдаемой звезды) была введена функция вероятности обнаружения (detection probability function) $p_i(\Delta m, \Delta P)$, которая может принимать дискретные значения 0 или 1 (1 – если полученные данные допускают существование планеты в области масс и орбитальных периодов $(\Delta m, \Delta P)$, и 0 – если не допускают). Общая функция вероятности обнаружения планет $f_p(\Delta m, \Delta P)$ была определена суммированием всех $p_i(\Delta m, \Delta P)$ по числу наблюдаемых звезд ($N = 426$, [42]):

$$f_p(\Delta m, \Delta P) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i(\Delta m, \Delta P) \quad (1.1)$$

Области масс и орбитальных периодов (Δm , ΔP) были представлены сеткой 8×8 , где орбитальные периоды занимали интервал $P = 1-10^4$ суток, а минимальные массы $m = 1-10^3$ масс Земли.

В [42] изучалась распространенность планет различных типов только у М звезд. До сих пор не было исследовано распределение планет по массам и орбитальным периодам у всех звезд, имеющих планеты.

1.3 Выводы по главе 1

Количество открытых экзопланет (свыше 5 тысяч) позволяет проводить различные статистические исследования, которые верифицируют космогонические теории и выявляют значимые физические процессы при формировании и эволюции планетных систем. Однако при анализе статистических закономерностей следует учитывать наблюдательную селекцию. Не учет наблюдательной селекции приводит к существенному искажению реальных распределений и недостоверным выводам.

Факторы наблюдательной селекции различаются как для разных методов поиска экзопланет, так и для разных инструментов и наблюдательных программ, ведущих поиски в рамках одного метода.

К настоящему моменту в литературе не было найдено работ, где изучались бы распределения всех известных экзопланет (авторы или ограничиваются планетами, обнаруженными на одном спектрографе, на одной обсерватории, или учитывают данные, полученные множеством спектрографов, но для родительских звезд одного спектрального класса). В представленной диссертационной работе предложены методы учета ряда факторов наблюдательной селекции для транзитных планет и планет, открытых методом лучевых скоростей, применимые к произвольной выборке звезд, в том числе, позволяющие охватить планеты у звезд главной последовательности FGK-классов, представляющие наибольший интерес.

ГЛАВА 2. КОРРЕКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ RV-ПЛАНЕТ ПО МИНИМАЛЬНЫМ МАССАМ И ОРБИТАЛЬНЫМ ПЕРИОДАМ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ «ОКНА ВИДИМОСТИ»

2.1. Метод лучевых скоростей

Метод лучевых скоростей основан на регистрации колебаний лучевой скорости звезды, обусловленных ее движением вокруг барицентра планетной системы. В случае наличия одной планеты задача полностью подобна задаче о движении звезд в двойной системе при малом отношении масс компонент пары. Кеплеровское движение системы двух тел полностью описывается семью параметрами: большой полуосью орбиты $a = a_1 + a_2$ (где a_1, a_2 – большие полуоси орбит обоих тел пары относительно барицентра системы), эксцентриситетом орбиты e , тремя углами, задающими ориентацию орбиты в пространстве i, ω, Ω (где i – наклонение нормали к плоскости орбиты к лучу зрения, ω – аргумент перигелия, Ω – долгота восходящего узла), моментами прохождения перигелия T_{per} и орбитальным периодом P (рисунок 2.1). Измерение лучевой скорости одного из компонентов двойной позволяет определить пять из них: a_1, e, ω, P, T [43].

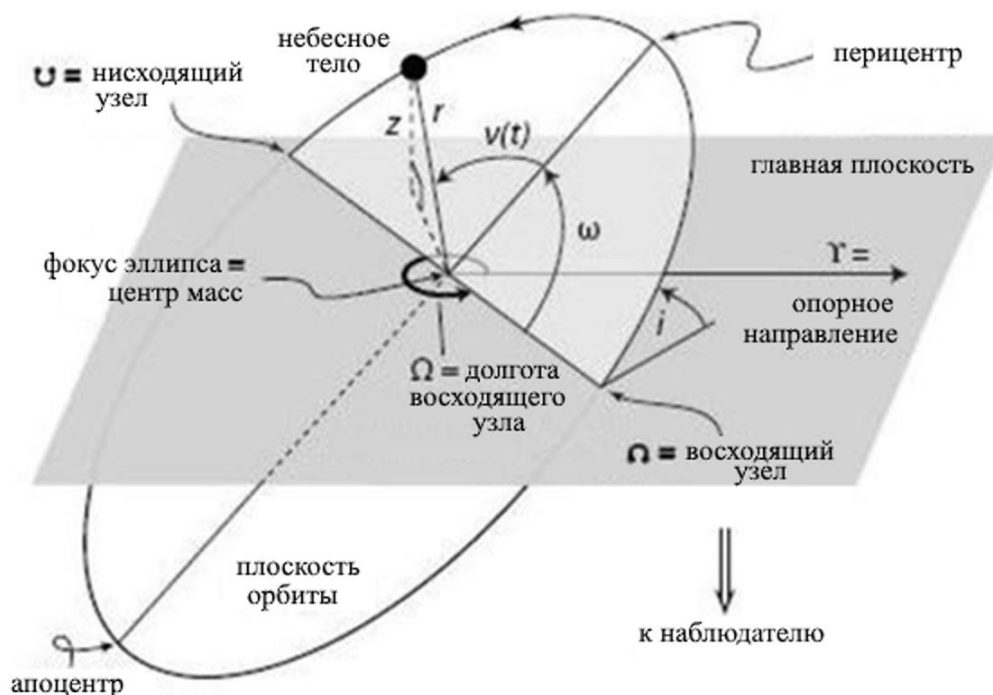


Рисунок 2.1 – Кеплеровские элементы орбит

Масса планеты m_2 связана с полуамплитудой колебаний лучевой скорости звезды K следующим соотношением:

$$\frac{m_2^3 \cdot \sin^3 i}{M^2} = \frac{(1 - e^2)^{3/2} \cdot K^3 \cdot P}{2 \pi G}, \quad (2.1)$$

где M – масса звезды,

G – гравитационная постоянная.

Выразив массу планеты в массах Юпитера, массу звезды – в массах Солнца, орбитальный период – в сутках, и приведя все множители, мы получим следующую формулу для полуамплитуды колебаний лучевой скорости звезды K , выраженной в м/с:

$$K = 203.25 \cdot m_2 \sin i \cdot M^{-2/3} \cdot P^{-1/3} \cdot (1 - e^2)^{-1/2} \quad (2.2)$$

Как следует из формулы (2.2), метод лучевых скоростей не позволяет определить истинную массу планеты, а только проективную, или минимальную массу $m = m_2 \sin i$. В случае, если угол i мал (орбита планеты расположена к наблюдателю «плашмя»), минимальная масса может быть в несколько раз меньше истинной массы. Соотношение между распределениями по минимальным массам и истинным массам обсуждается в Главе 4.

Полуамплитуды колебаний лучевой скорости родительских звезд, вызванных планетами, как правило, малы, поэтому для регистрации таких колебаний требуются высокоточные спектрографы. Так, гравитационное влияние Юпитера заставляет Солнце вращаться вокруг барицентра Солнечной системы со скоростью 12.5 м/с, гравитационное влияние Сатурна – со скоростью 2.7 м/с, Земли – со скоростью 0.09 м/с. До ввода в строй в октябре 2018 года спектрографа ESPRESSO, установленного на 8-метровом Очень Большом Телескопе (VLT) [44], в течение полутора десятилетий наилучшая достигнутая точность измерения лучевой скорости составляла 0.8-1.0 м/с для ярких звезд с низким уровнем активности (спектрографы HARPS, HIRES, PFS, HARPS-N [45-48]) и 3-10 м/с для большинства остальных звезд (спектрографы SOPHIE, CORALIE, CHIRON и др. [49-50]). Ограниченная точность спектрографов и различные проявления звездной активности накладывают ограничения на эффективность метода лучевых скоростей: колебания лучевой скорости звезды малой амплитуды, вызванные планетами малых масс, тонут в шумах и не регистрируются. Так, регистрация планет земного типа в зоне обитаемости солнцеподобных звезд методом лучевых скоростей до сих пор невозможна.

Кроме точности измерения лучевых скоростей родительских звезд важную роль играет продолжительность наблюдений. Чтобы выявить колебание лучевой скорости звезды, вызванное гравитационным влиянием планеты, необходимо наблюдать звезду в течение промежутка времени, сравнимого с орбитальным периодом этой планеты. Наиболее длительные наблюдательные программы по измерению лучевых скоростей целевых звезд с приемлемой

точностью продолжаются 25-30 лет (например, Ликский обзор ведет наблюдения с инструментальной точностью ~ 3 м/с с 1995 года [51]), но многие другие программы начали работу сравнительно недавно. Так, наблюдения в рамках программы HADES [52] с помощью высокоточного спектрографа HARPS-N, установленного на 3.6-метровом телескопе TNG, начаты лишь в 2013 году. Можно полагать, что большинство экзопланет с орбитальными периодами свыше 20-30 лет до сих пор не выявлено.

Кроме инструментальной погрешности при измерении лучевой скорости звезды важную роль играет собственная звездная активность. Различные проявления звездной активности, связанной с пятнами, вспышками, корональными выбросами и пр. вносят в данные дополнительный шум и могут имитировать колебания лучевой скорости, вызванные планетами. Рассмотрение этой важной темы выходит за рамки настоящей диссертационной работы. Совокупной мерой зашумленности данных в дальнейшем считается параметр $\sigma(O-C)$, имеющий размерность скорости и представляющий собой среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой (см. п. 2.2).

2.2 Концепция «окна видимости»

Планеты, обнаруженные методом лучевых скоростей (далее RV-планеты) и представленные в каталогах, открыты на спектрографах разной чувствительности, у звезд с разным уровнем активности, в рамках наблюдательных программ разной продолжительности, с разным количеством измерений лучевой скорости. Все это делает существующие каталоги RV-планет существенно неоднородными. Для компенсации этой неоднородности предложен метод, названный «окно видимости». «Окно видимости» – это матрица размерности $(n \times n)$ на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» (m, P) , элементы которой $\mathbf{V}(m, P)$ представляют собой вероятность обнаружить планету с данными минимальной массой m и орбитальным периодом P . Другими словами, элементы матрицы \mathbf{V} описывают долю звезд, у которых возможно обнаружить планету с данными (m, P) . Количество интервалов разбиения n может быть произвольным, но предпочтительно выбирать его по правилу Стёрджиса [53].

Если обозначить истинное распределение (двумерную гистограмму) RV-планет на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» как $\mathbf{N}(m, P)$, а наблюдаемое распределение как $\mathbf{N}_0(m, P)$, то наблюдаемое распределение может быть представлено как поэлементное скалярное произведение истинного распределения $\mathbf{N}(m, P)$ на матрицу \mathbf{V} :

$$\mathbf{N}_0(m_i, P_j) = \mathbf{N}(m_i, P_j) \times \mathbf{V}(m_i, P_j), \quad (2.3)$$

где индексы i, j пробегает от 1 до n .

Соответственно, истинное распределение $\mathbf{N}(m, P)$ может быть получено делением каждого элемента наблюдаемого распределения на значение соответствующего элемента матрицы \mathbf{V} , если последний не равен нулю:

$$\mathbf{N}(m_i, P_j) = \mathbf{N}_0(m_i, P_j) \times (1/\mathbf{V}(m_i, P_j)), \text{ если } \mathbf{V}(m_i, P_j) \neq 0. \quad (2.4)$$

Другими словами, для реконструкции истинного распределения $\mathbf{N}(m, P)$ следует брать каждую планету со статистическим весом, обратным вероятности ее обнаружения.

Аналогичный метод был предложен в [9] для учета наблюдательной селекции в распределениях по радиусам и орбитальным периодам транзитных экзопланет, обнаруженных «Кеплером».

В рамках диссертационной работы рассматривались RV-планеты с минимальными массами от 0.011 до 13 масс Юпитера и орбитальными периодами от 1 до 10^4 суток (см. Приложение Б). И выбранный диапазон масс, и выбранный диапазон орбитальных периодов был разбит на 12 интервалов, равных в логарифмическом масштабе, таким образом, диаграмма (m, P) оказалась разбита на 144 ячейки. В середину каждой ячейки была помещена искусственная планета, тем самым сформировался массив из 144 искусственных планет. Для каждой искусственной планеты вычислялась вероятность ее обнаружения по алгоритму, описанному ниже.

Для каждой известной RV-планеты из литературы определялись следующие два параметра наблюдательной программы, в рамках которой планета была обнаружена: полное время наблюдений T и среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой $\sigma(\text{O}-\text{C})$. Полное время наблюдений определялось как разница между юлианскими днями первого и последнего измерения лучевой скорости родительской звезды. В случае наличия нескольких публикаций, посвященных данной планетной системе (например, в случае нескольких независимых наблюдений одной звезды), полное время наблюдений определялось как разница между юлианской датой самого позднего наблюдения и юлианской датой самого раннего наблюдения. Среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой $\sigma(\text{O}-\text{C})$ бралось из публикации первооткрывателей, а в случае нескольких публикаций, посвященных одной планетной системе, выбиралось наименьшее значение $\sigma(\text{O}-\text{C})$ из имеющихся.

Параметр $\sigma(\text{O}-\text{C})$, имеющий размерность скорости и измеряющийся в м/с, характеризует уровень шума, который является суммой инструментальной погрешности спектрографа, шума, обусловленного хромосферной и магнитной активностью родительской звезды, и возможного

вклада еще не открытых планет. Чем выше уровень шума, тем больше может быть амплитуда возможных колебаний лучевой скорости, которые останутся необнаруженными.

Для каждой звезды, у которой была обнаружена хотя бы одна RV-планета, изучался вопрос: могла ли у этой звезды быть обнаружена каждая из 144 искусственных планет? Искусственная планета считалась обнаруживаемой, если для нее одновременно выполнялись два условия:

$$\left. \begin{aligned} P &\leq \delta T \\ K &\geq \gamma \sigma(O - C) \end{aligned} \right\} \quad (2.5.1)$$

$$(2.5.2)$$

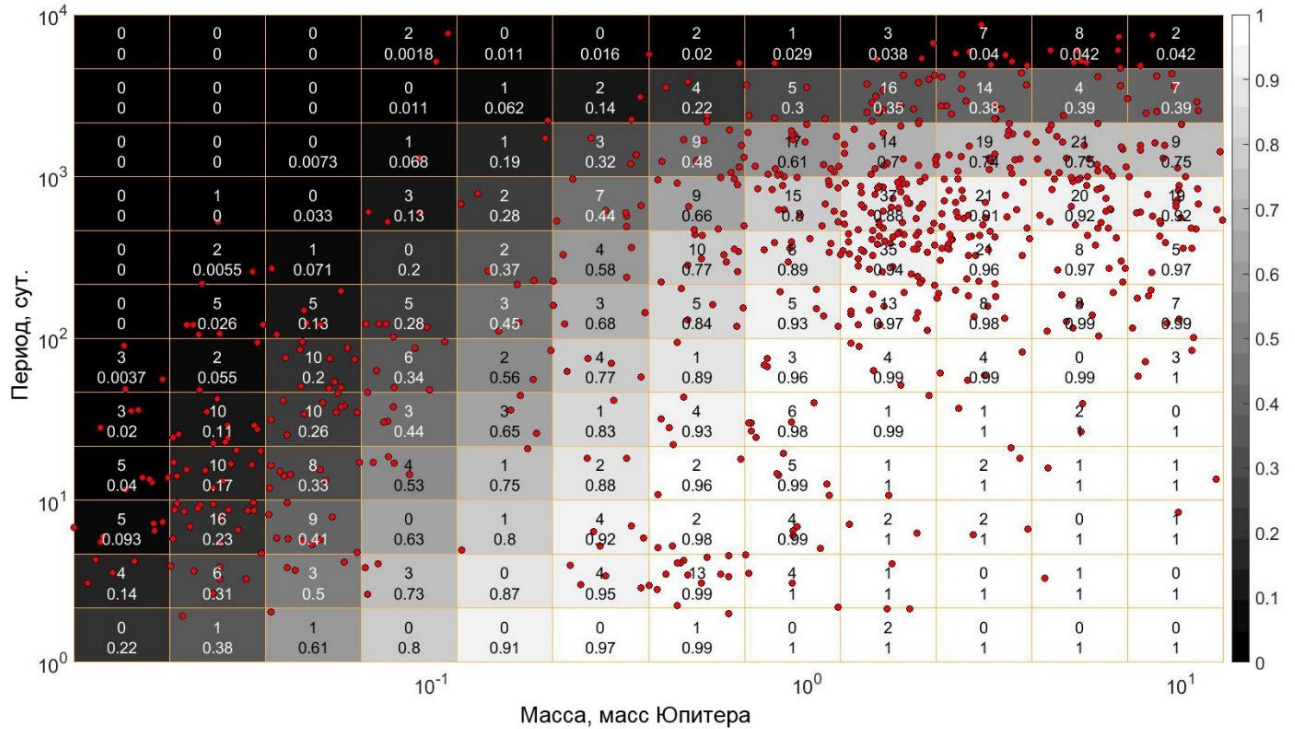
Здесь δ , γ – числовые коэффициенты порядка 1, численные значения которых будут определены ниже.

Условие (2.5.1) означает, что орбитальный период искусственной планеты должен быть меньше, чем произведение $\delta \cdot T$. Для $\delta = 1$ это означает, что за полное время наблюдений искусственная планета должна сделать хотя бы один полный оборот вокруг родительской звезды.

Условие (2.5.2) означает, что полуамплитуда колебаний лучевой скорости родительской звезды K , наводимых искусственной планетой, должна быть больше, чем произведение $\gamma \cdot \sigma(O-C)$. Для $\gamma = 1$ это означает, что полуамплитуда колебаний лучевой скорости K , наведенная искусственной планетой, должна быть больше, чем среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой.

В работе [14] «окно видимости» \mathbf{W} строилось по 547 звездам, у которых была открыта хотя бы одна RV-планета. Для каждой искусственной планеты в предположении эксцентриситета, равного нулю, вычислялась полуамплитуда колебаний лучевой скорости K . Если искусственная планета (m_i, P_j) удовлетворяла условиям (2.5), соответствующее значение элемента матрицы $\mathbf{W}(m_i, P_j)$ увеличивалось на 1. После рассмотрения всех звезд полученная матрица \mathbf{W} нормировалась на 1 путем деления всех элементов матрицы \mathbf{W} на количество рассмотренных звезд, т.е. на 547. В итоге все элементы матрицы \mathbf{W} приняли значение от 0 до 1: 0 в случае, если ни у одной из 547 звезд невозможно обнаружить планету с данными (m_i, P_j) , 1, если планету с данными (m_i, P_j) можно было обнаружить у каждой из 547 звезд, и некоторым промежуточным значением, если планету с данными (m_i, P_j) можно было обнаружить только у части звезд.

На рисунке 2.2 показан пример матрицы «окна видимости» \mathbf{W} , построенной с коэффициентами $\delta = 1$, $\gamma = 1$.



Красными точками показано 695 RV-планет у 547 звезд. Верхнее число в каждой ячейке показывает количество планет в ячейке, нижнее число – вероятность обнаружения искусственной планеты из середины этой ячейки. Эту же вероятность отображает цвет ячейки в оттенках серого, цветовая шкала расположена справа от графика.

Рисунок 2.2 – «Окно видимости» \mathbf{W} в форме карты на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» с коэффициентами $\delta = 1$, $\gamma = 1$

В работе [14] «окно видимости» \mathbf{W} строилось по звездам, у которых была открыта хотя бы одна RV-планета. Однако такая коррекция не полна и не точна, поскольку для построения точной матрицы \mathbf{V} необходимо учитывать также и звезды, которые наблюдались, но у которых не было обнаружено планет.

Действительно, зафиксируем орбитальный период P и рассмотрим L наблюдательных программ, из которых 1-я может обнаружить только наиболее массивные из искусственных планет с массой m_1 ; 2-я может обнаружить искусственные планеты с массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$); 3-я – искусственные планеты с массами m_1 , m_2 и m_3 ($m_1 > m_2 > m_3$), и т.д., L -я – искусственные планеты всех масс: m_1, m_2, \dots, m_L . Примем, что в рамках 1-й наблюдательной программы наблюдались N_{*1} звезд, в рамках 2-й – N_{*2} звезд, и т.д., в рамках L -той N_{*L} звезд. Распространенности планет каждого типа обозначим как f_1, f_2, \dots, f_L .

Тогда 1-я наблюдательная программа обнаружит $f_1 \cdot N_{*1}$ планет с массой m_1 , 2-я наблюдательная программа обнаружит $f_1 \cdot N_{*2}$ планет с массой m_1 и $f_2 \cdot N_{*2}$ планет с массой m_2 , 3-я наблюдательная

программа – $f_1 \cdot N_{*3}$ планет с массой m_1 , $f_2 \cdot N_{*3}$ планет с массой m_2 и $f_3 \cdot N_{*3}$ планет с массой m_3 , и т.д., а L -тая наблюдательная программа – $f_1 \cdot N_{*L}$ планет с массой m_1 , $f_2 \cdot N_{*L}$ планет с массой m_2 , ..., $f_L \cdot N_{*L}$ планет с массой m_L . Общее наблюдаемое количество наиболее тяжелых планет с массой m_1 окажется равным $f_1 \cdot N_{*1} + f_1 \cdot N_{*2} + \dots + f_1 \cdot N_{*L} = f_1 \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})$. Общее наблюдаемое количество планет с массой m_2 окажется равным $f_2 \cdot (N_{*2} + \dots + N_{*L})$, с массой m_3 – $f_3 \cdot (N_{*3} + \dots + N_{*L})$, и т.д., с массой m_L – $f_L \cdot N_{*L}$.

При этом в реальности количество планет с массой m_1 у всех наблюдаемых звезд будет равно $f_1 \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})$, планет с массой m_2 – $f_2 \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})$, планет с массой m_3 – $f_3 \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})$, и т.д., а планет с массой m_L – $f_L \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})$. Таким образом, элементы v_i матрицы «окна видимости» для планет с массами m_1, m_2, \dots, m_L будут равны:

$$v_1 = 1, \quad (2.6.1)$$

$$v_2 = f_2 \cdot (N_{*2} + \dots + N_{*L}) / (f_2 \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})) = \\ = (N_{*2} + \dots + N_{*L}) / (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L}) = (N_{*2} + \dots + N_{*L}) / \sum N_{*}, \quad (2.6.2)$$

...

$$v_L = f_L \cdot N_{*L} / (f_L \cdot (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L})) = N_{*L} / (N_{*1} + N_{*2} + \dots + N_{*L}) = N_{*L} / \sum N_{*}. \quad (2.6.3)$$

Другими словами, каждый коэффициент матрицы «окна видимости» является отношением суммы звезд, возле которых планету с данной массой можно обнаружить, к общему числу наблюдаемых звезд.

Однако полные списки звезд, наблюдаемых в рамках той или иной наблюдательной программы, в общем случае не публикуются, распространенности планет разных масс f_i остаются неизвестными или плохо определенными, поэтому прямое вычисление коэффициентов v_i оказывается недоступным. Из Экзопланетного архива НАСА [1] мы можем узнать лишь количество звезд, у которых были обнаружены планеты с массами m_1, m_2, \dots, m_L .

Оценим систематическую ошибку, возникающую, если учитывать только звезды с известными RV-планетами, а не все наблюдаемые звезды. Количество звезд, у которых были обнаружены планеты в рамках i -той наблюдательной программы, обозначим как S_i :

$$S_1 = d_1 \cdot f_1 \cdot N_{*1}, \quad (2.7.1)$$

$$S_2 = d_2 \cdot (f_1 \cdot N_{*2} + f_2 \cdot N_{*2}) = d_2 \cdot N_{*2} \cdot (f_1 + f_2), \quad (2.7.2)$$

...

$$S_L = d_L \cdot N_{*L} \cdot (f_1 + f_2 + \dots + f_L), \quad (2.7.3)$$

где S_1 – количество звезд с планетами, обнаруженными 1-й наблюдательной программой; S_2 – количество звезд с планетами, обнаруженными 2-й наблюдательной программой); S_L – количество звезд с планетами, обнаруженными L -той наблюдательной программой).

По определению, коэффициенты d_i обозначают отношение количества родительских звезд, у которых были найдены планеты, к количеству самих планет. При малых значениях распространенности f коэффициент d близок к 1 (как правило, у звезды есть только одна планета). При росте f коэффициент d уменьшается и в пределе $f \gg 1$ стремится к $1/f$ (в этом случае у каждой наблюдаемой звезды есть планеты, т.е. $S = N^*$). Для планет-гигантов с массами 2-13 масс Юпитера, рассмотренных в данной диссертационной работе, $d = 0.931$ (у 231 звезды обнаружено 248 планет). Для планет с массами меньше 0.1 масс Юпитера $d = 0.676$ (145 планет у 98 звезд). Чтобы исключить дополнительный фактор d , в дальнейшем каждая звезда учитывается столько раз, сколько планет у нее известно. В этом случае уравнения (2.7) могут быть переписаны в виде:

$$\tilde{S}_1 = f_1 \cdot N_{*1}, \quad (2.8.1)$$

$$\tilde{S}_2 = f_1 \cdot N_{*2} + f_2 \cdot N_{*2} = N_{*2} \cdot (f_1 + f_2), \quad (2.8.2)$$

...

$$\tilde{S}_L = N_{*L} \cdot (f_1 + f_2 + \dots + f_L), \quad (2.8.3)$$

где \tilde{S}_1 – количество планет, обнаруженных 1-й наблюдательной программой, \tilde{S}_2 – количество планет, обнаруженных 2-й наблюдательной программой, \tilde{S}_L – количество планет, обнаруженных L -той наблюдательной программой.

Зная \tilde{S}_i , можно построить промежуточную матрицу \tilde{W} , элементы которой вычисляются по формулам:

$$\tilde{w}_1 = 1, \quad (2.9.1)$$

$$\tilde{w}_2 = (\tilde{S}_2 + \dots + \tilde{S}_L) / (\tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \dots + \tilde{S}_L) = (\tilde{S}_2 + \dots + \tilde{S}_L) / \sum \tilde{S}, \quad (2.9.2)$$

...

$$\tilde{w}_L = \tilde{S}_L / \sum \tilde{S}, \quad (2.9.3)$$

где \tilde{w}_1 – для планет с массой m_1 ; \tilde{w}_2 – для планет с массой m_2 ; \tilde{w}_L – для планет с массой m_L .

Формулы (2.6) и (2.9) структурно идентичны, но включают в себя: (2.6) – наблюдаемые звезды, (2.9) – обнаруженные планеты.

Выразим \tilde{S}_i через элементы матрицы \tilde{w}_i :

$$\tilde{S}_1 = (1 - \tilde{w}_2) \cdot \sum \tilde{S}, \quad (2.10.1)$$

$$\tilde{S}_2 = (\tilde{w}_2 - \tilde{w}_3) \cdot \sum \tilde{S}, \quad (2.10.2)$$

...

$$\tilde{S}_L = \tilde{w}_L \cdot \sum \tilde{S}, \quad (2.10.3)$$

где \tilde{S}_1 – из (2.8.1).

Если принять граничные значения $\tilde{w}_1 = 1$ и $\tilde{w}_{L+1} = 0$, выражения (2.10) могут быть записаны в краткой форме как:

$$\tilde{S}_i = (\tilde{w}_i - \tilde{w}_{i+1}) \cdot \sum \tilde{S}, \quad (2.10.4)$$

Выразим количество звезд N_{*i} , наблюдаемых i -й наблюдательной программой, через количество обнаруженных ею планет \tilde{S}_i :

$$N_{*i} = \tilde{S}_i / \sum_{k=1}^i f_k. \quad (2.11)$$

Наконец, выразим элементы матрицы \mathbf{V} через элементы матрицы $\tilde{\mathbf{W}}$:

$$v_1 = \tilde{w}_1 = 1, \quad (2.12.1)$$

$$v_2 = 1 - 1/(1 + N_{*2}/N_{*1} + \dots + N_{*L}/N_{*1}) = 1 - 1/(1 + (\tilde{w}_2 - \tilde{w}_3)/(1 - \tilde{w}_2) \cdot f_1 / (f_1 + f_2) + \dots \quad (2.12.2)$$

$$+ \tilde{w}_L / (1 - \tilde{w}_2) \cdot f_1 / \sum f),$$

...

$$v_{i+1} = v_i - N_{*i} / \sum N_{*} = v_i - 1 / \sum_{j=1}^L \frac{N_{*j}}{N_{*i}}, \quad (2.12.3)$$

$$v_{L+1} = \tilde{w}_{L+1} = 0 \quad (2.12.4)$$

где v_1 – для планет с массами m_1 ; v_2 – для планет с массами m_2 ; отношение N_{*j}/N_{*i} можно привести к виду $N_{*j}/N_{*i} = \tilde{S}_j / \sum_{k=1}^j f_k / \tilde{S}_i / \sum_{k=1}^i f_k$, т.е. $N_{*j}/N_{*i} = \tilde{S}_j / \tilde{S}_i \times \sum_{k=1}^i f_k / \sum_{k=1}^j f_k = (\tilde{w}_j - \tilde{w}_{j+1}) / (\tilde{w}_i - \tilde{w}_{i+1}) \cdot \sum_{k=1}^i f_k / \sum_{k=1}^j f_k$.

В случае, если $f_i = \text{const}$ («плоское» распределение в логарифмическом масштабе $\frac{dN}{d \log(m)}$, соответствующее распределению по массам $\frac{dN}{dm} \propto m^{-1}$), $\sum_{k=1}^i f_k / \sum_{k=1}^j f_k = i/j$.

Если $dN/d \log m \propto m^{-\alpha}$, что соответствует распределению по массам $dN/dm \propto m^{-\alpha-1}$, т.е. $f_i = f_1 \cdot m_{\text{step}}^{i-1}$, где m_{step} есть $(m_i/m_{i+1})^\alpha$, $\sum_{k=1}^i f_k / \sum_{k=1}^j f_k = (m_{\text{step}}^{i+1} - 1) / (m_{\text{step}}^{j+1} - 1)$.

Не зная количества звезд, наблюдаемых в рамках каждой наблюдательной программы, мы не можем определить распространенности планет f_i . Однако поскольку f_i входят в выражения для v_i только в виде отношений $\sum_{k=1}^i f_k / \sum_{k=1}^j f_k$, мы можем вычислить v_i из \tilde{W}_i , предполагая определенный вид зависимости распространенности $f(m)$ при фиксированном периоде P .

Наглядно оценить систематическую погрешность, вызванную построением матрицы «окна видимости» только по звездам с планетами, а не по всем наблюдаемым звездам, можно, положив $L = 2$ (т.е. рассмотрев планеты только двух типов, обнаруженные в рамках двух наблюдательных программ). В этом случае матрицы \mathbf{V} и \mathbf{W} содержат только две ячейки, причем $w_1 = v_1 = 1$, $v_2 = N_2/(N_1 + N_2)$, $w_2 = S_2/(S_1 + S_2) = 1/(1 + S_1/S_2)$.

Отсюда $S_1/S_2 = 1/w_2 - 1$, и $v_2 = N_2/(N_1 + N_2) = 1/(1 + N_1/N_2) = 1/(1 + S_1/S_2 \cdot d_2/d_1 \cdot (f_1 + f_2)/f_1) = 1/(1 + (1/w_2 - 1) \cdot d_2/d_1 \cdot (f_1 + f_2)/f_1)$. Обозначив $k = d_2/d_1 \cdot (f_1 + f_2)/f_1$, получим $v_2 = 1/(1 + (1/w_2 - 1) \cdot k)$, а $w_2/v_2 = w_2 \cdot (1 - k) + k$. При $f_1, f_2 \ll 1$ $d_2/d_1 \rightarrow 1$, и $k = (f_1 + f_2)/f_1 = 1 + f_2/f_1$.

В этом случае $w_2/v_2 = -f_2/f_1 \cdot w_2 + 1 + f_2/f_1$. При малых значениях w_2 недооценка количества легких планет достигает $(1 + f_2/f_1)$, т.е. может превышать порядок величины (рисунок 2.3).

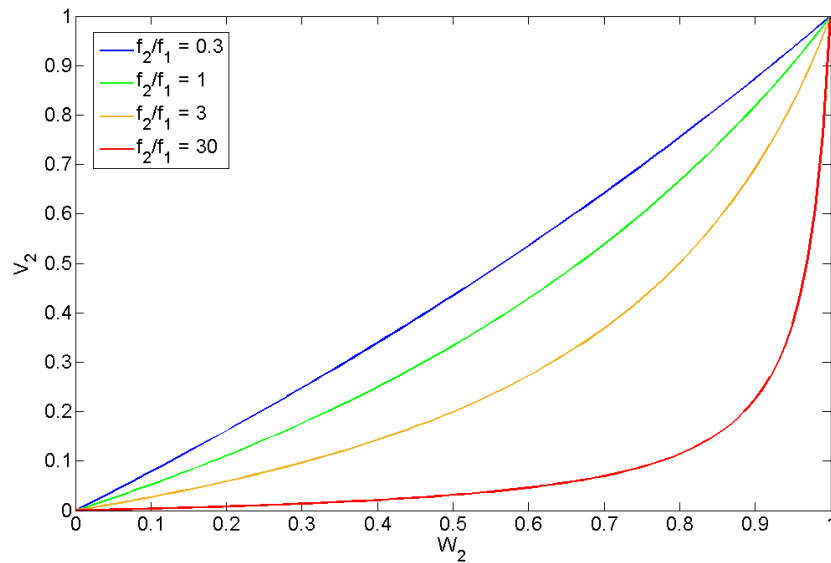


Рисунок 2.3 – Соотношение между элементами матриц «окна видимости» v_2 и w_2 при разных отношениях распространенностей планет двух типов f_2/f_1

При $f_1 \ll 1$ и $f_2 \gg 1$ $d_2/d_1 \rightarrow 1/f_2$ и $k = (f_1 + f_2)/(f_1 \cdot f_2) \rightarrow 1/f_1$, $w_2/v_2 = w_2 \cdot (1 - 1/f_1) + 1/f_1$.

При малых значениях w_2 недооценка количества легких планет достигает $1/f_1$.

Вместе с тем при малом отношении распространенностей f_2/f_1 систематическая ошибка, вызванная учетом только звезд с планетами, оказывается невелика, и в первом приближении ею можно пренебречь.

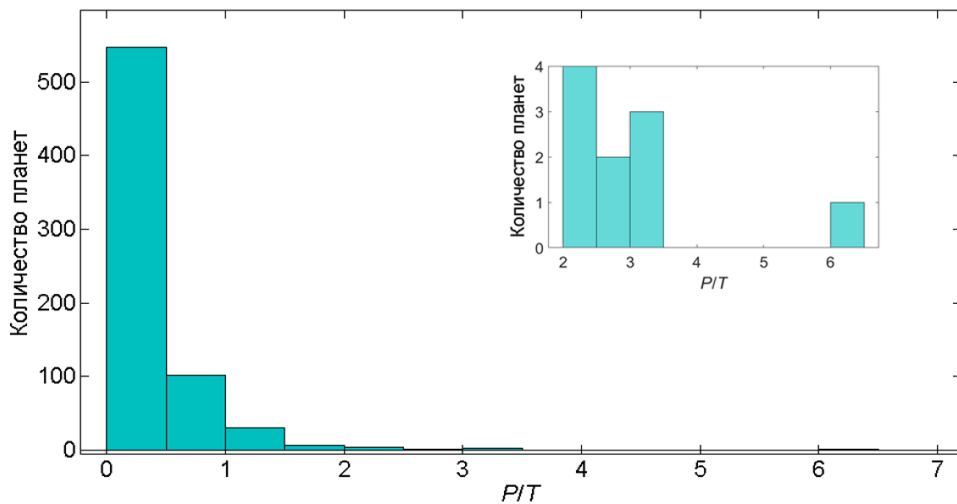
Представленный в выражениях (2.6)–(2.12) линейный подход применим, если вероятность обнаружения RV-планеты зависит только от одного параметра, в рассмотренном случае – от ее

минимальной массы. Однако в общем случае эффективность обнаружения зависит от нескольких параметров. В представленной диссертационной работе рассматривается зависимость эффективности обнаружения RV-планет от двух важнейших параметров: минимальной массы и орбитального периода (неравенства (2.5)). Однако следует отметить, что для ряда областей на диаграмме (m, P) одно из условий (2.5) выполняется всегда, и можно применять линейный подход (2.6)–(2.12). Далее для построения матриц \mathbf{W} , $\tilde{\mathbf{W}}$ и \mathbf{V} следует более точно определить параметры γ и δ .

2.3 Параметры «окна видимости» γ и δ

Априорные значения коэффициентов γ и δ в выражениях, определяющих обнаружимость искусственной планеты (2.5) $\gamma = 1$, $\delta = 1$ неточны, поскольку не соответствуют фактам обнаружения планет с орбитальными периодами, превышающими полное время наблюдений, например, WASP-8 с [Ошибка! Источник ссылки не найден.] и HD 181234 b [55]. Следовательно, $\delta > 1$. Аналогично, известны планеты, вызывающие колебания лучевой скорости родительских звезд с полуамплитудой K , меньшей $\sigma(O-C)$, например, GJ 433 d [56] и HD 26965 b [57]. Следовательно, $\gamma < 1$.

Чтобы определить δ , построим распределение в форме гистограммы известных RV-планет в зависимости от отношения орбитального периода к полному времени наблюдений P/T (рисунок 2.4):



Во врезке в большем масштабе показано это распределение в интервале $2.0 < P/T < 6.5$.

Рисунок 2.4 – Распределение RV-планет в зависимости от отношения орбитального периода P и полного времени наблюдений T

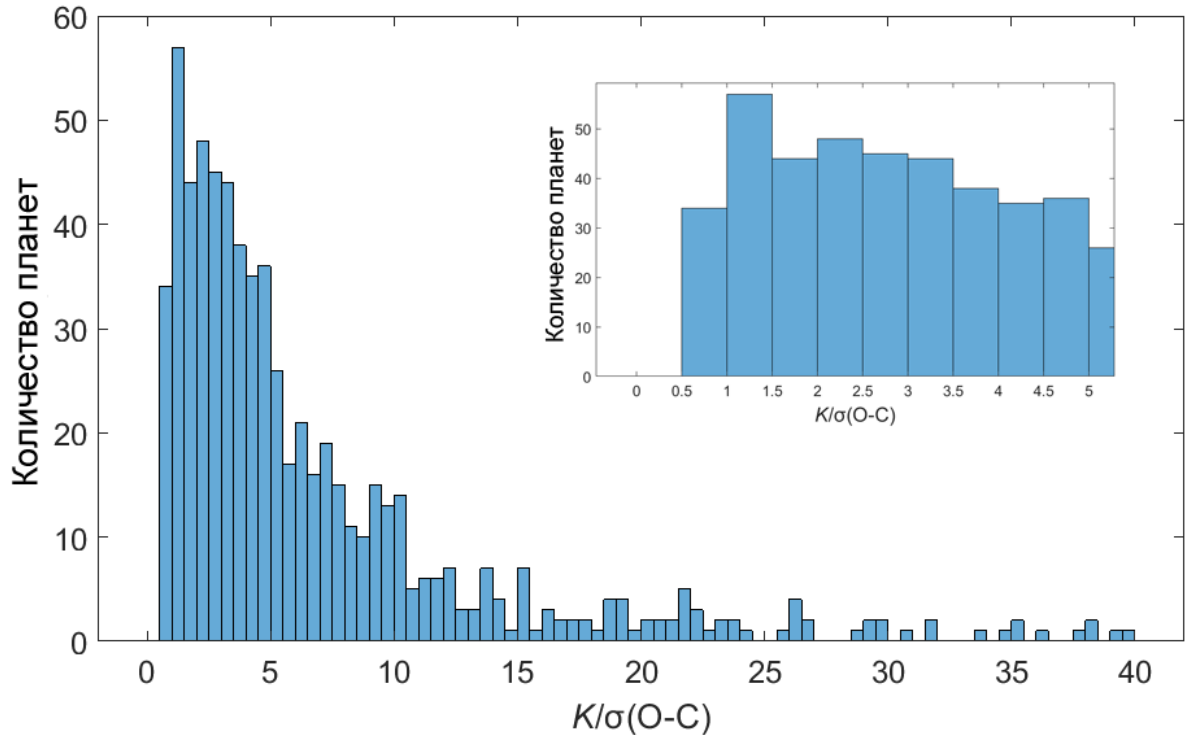
Согласно гистограмме, представленной на рисунке 2.4, для 97.7% планет $P/T < 1.5$, и для 99.1% $P/T < 2.5$. Выбирая величину δ , следует иметь в виду, что планеты, за все время наблюдений прошедшие только часть одного оборота вокруг своей звезды, также могут быть обнаружены. Однако, чем меньше эта часть, тем с меньшей точностью могут быть определены и минимальная масса планеты, и ее орбитальный период. Если часть орбиты, пройденная планетой за все время наблюдений, мала, то кеплеровская кривая вырождается в линейный или квадратичный дрейф лучевой скорости, который свидетельствует о наличии в системе тела на долгопериодической орбите, но не позволяет определить его массу и орбитальный период. Например, большинство планет с $P/T > 2.5$ (HD 221420 b, Pr0211 c, HAT-P-17 c, HR 5183 b, HD 190984 b и HD 133131 B b) находится на орбитах с высоким эксцентриситетом, причем за время наблюдений они прошли перигей своей орбиты, когда орбитальная скорость быстро меняется. Если бы эти планеты наблюдались вблизи апоцентра, они могли быть пропущены как плохо определенные источники дрейфа лучевой скорости их родительских звезд (работы об их открытии не были бы опубликованы). Для большинства планет с $P/T > 2.5$ их массы и орбитальные периоды определены с большими погрешностями.

Стоит отметить, что вариации коэффициента δ влияют на вероятность обнаружения лишь наиболее долгопериодических планет и почти не оказывают влияния на вероятность обнаружения планет с малыми и средними орбитальными периодами.

В разделе 2.5 представлены распределения RV-планет по минимальным массам и орбитальным периодам при $\delta = 1.5, 2.0$ и 2.5 . Эти вычисления показывают слабую зависимость полученных результатов от величины δ , за исключением распределения наиболее долгопериодических планет. Без утраты общности, для регуляризации данных и для анализа максимального количества планет в дальнейшем будет использоваться $\delta = 2.0$, другими словами, искусственная планета будет считаться обнаруживаемой, если за полное время наблюдений она сделала хотя бы половину одного оборота вокруг своей звезды.

Далее рассматривается возможность выбора универсального значения коэффициента γ , такого, что для большинства планет $\gamma < \frac{\sigma(O-C)}{K}$.

Распределение RV-планет в зависимости от отношения $K/\sigma(O-C)$ в форме гистограммы представлено на рисунке 2.5.

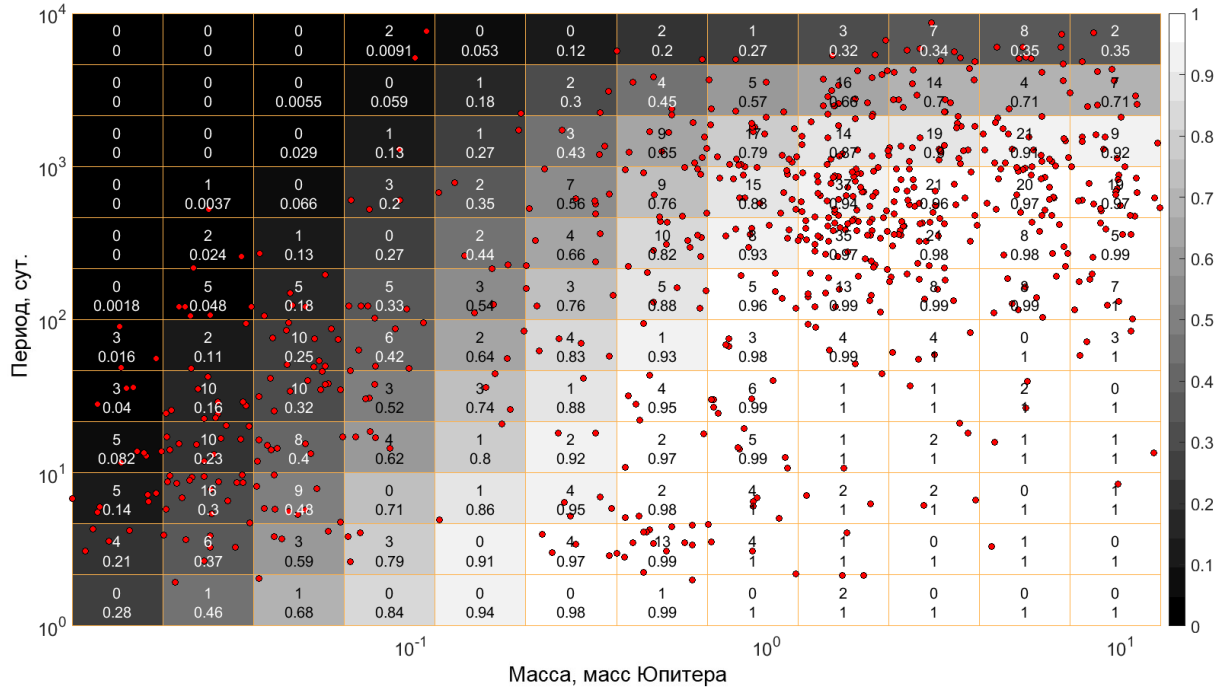


Во врезке показано это же распределение в интервале $0.0 \leq K/\sigma(O-C) < 4.5$ в большем масштабе.

Рисунок 2.5 – Распределение RV-планет в зависимости от отношения полуамплитуды колебаний лучевой скорости родительской звезды K к среднему отклонению от наилучшей кеплеровской кривой $\sigma(O-C)$

Для 95.1% планет $K/\sigma(O-C) > 1.0$, другими словами, полуамплитуда колебаний лучевой скорости родительской звезды K , вызванных гравитационным влиянием планеты, больше, чем среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой $\sigma(O-C)$. Однако для 34 планет из 695 (4.9%) $0.5 < K/\sigma(O-C) < 1.0$. В первом приближении в качестве универсальной аппроксимации в настоящей диссертационной работе было принято $\gamma = 0.75$, хотя в дальнейшем для каждого интервала минимальных масс выбор величины γ обсуждается отдельно.

На рисунке 2.6 показан пример «окна видимости» \mathbf{W} с коэффициентами $\gamma = 0.75$, $\delta = 2.0$, вместе с известными 695 RV-планетами, аналогично рисунку 2.2. Как можно видеть, с коэффициентами $\gamma = 0.75$, $\delta = 2.0$ вероятности обнаружения планет f_p во многих ячейках определены более аккуратно, в частности, в ячейке $W(2,4)$, в которую попадает планета GJ 229A b [56], вероятность обнаружения планеты $f_p = 0.0037$, а не $f_p = 0$ при $\gamma = 1$, $\delta = 1$ (см. рисунок 2.2).



Все обозначения как для рисунка 2.2.

Рисунок 2.6 – «Окно видимости» \mathbf{W} в форме карты на диаграмме «Минимальная масса – орбитальный период», полученное с коэффициентами $\gamma = 0.75$, $\delta = 2.0$

Тем не менее, даже с коэффициентами $\gamma = 0.75$, $\delta = 2.0$ ряд ячеек матрицы \mathbf{W} содержит нули, соответствующие нулевой вероятности обнаружить планету $f_p = 0$: $W(1,1)$, $W(2,1)$, $W(3,1)$, $W(1,2)$, $W(2,2)$, $W(1,3)$, $W(1,4)$ и $W(1,5)$. Эти «вырожденные» ячейки соответствуют планетам малых масс с большими орбитальными периодами. Область с нулевой вероятностью обнаружения планет получила название «слепое пятно». Обнаружить планету из «слепого пятна» при текущем состоянии наблюдательной техники невозможно, количество планет в той области остается неизвестным.

Необходимо отметить, что при $W(i,j) = 1$ $\tilde{W}(i,j) = 1$ и $V(i,j) = 1$, а при $W(i,j) = 0$ $\tilde{W}(i,j) = 0$ и $V(i,j) = 0$, так что размеры «слепого пятна» не меняются при переходе от неточной матрицы \mathbf{W} к точной матрице \mathbf{V} и наоборот.

2.4 Гистограммы распределений RV-планет по минимальным массам

Чтобы построить скорректированную гистограмму $N(m, P)$, запишем сначала количество планет, попавших в каждую ячейку на диаграмме (m, P) (они показаны числами в верхней части каждой ячейки на Рисунках 2.2 и 2.6) как двумерную гистограмму $N_0(m, P)$. Чтобы перейти от двумерной не скорректированной гистограммы $N_0(\Delta m, \Delta P)$ к скорректированному

распределению по массам RV-планет $N(m) = dN/dm$, просуммируем элементы матрицы $\mathbf{N}_0 \times (1/\mathbf{W})$ по столбцам, т.е. по орбитальным периодам:

$$N(m) = N(\Delta m) = \sum_{j=1}^{12} \mathbf{N}_0 (\Delta m, \Delta_j P) \times (1/\mathbf{W}(\Delta m, \Delta_j P)). \quad (2.13.1)$$

Однако из-за наличия «слепого пятна» (нулевого значения вероятности обнаружения планет в ячейках $W(1,1)$, $W(2,1)$, $W(3,1)$, $W(1,2)$, $W(2,2)$, $W(1,3)$, $W(1,4)$ и $W(1,5)$) соответствующие элементы матрицы N не могут быть определены из-за операции деления на ноль. Соответственно, невозможно построить распределение $N(m)$ на всей диаграмме (m, P) , т.е. для всех индексов i, j , пробегающих значения от 1 до 12. Можно предложить два пути обхода этой проблемы:

(А) Рассмотреть планеты всех масс с короткими орбитальными периодами, т.е. $i = 1-12$ и $j = 7-12$:

$$N_A(m) = N(\Delta_{i=1..12} m) = \sum_{j=7}^{12} \mathbf{N} (\Delta_i m, \Delta_j P) \times (1/\mathbf{W}(\Delta_i m, \Delta_j P)). \quad (2.13.2)$$

(Б) Рассмотреть планеты всех орбитальных периодов, но ограничиться достаточно массивными планетами, т.е. $i = 4-12$ и $j = 1-12$:

$$N_B(m) = N(\Delta_{i=4..12} m) = \sum_{j=1}^{12} \mathbf{N} (\Delta_i m, \Delta_j P) \times (1/\mathbf{W}(\Delta_i m, \Delta_j P)). \quad (2.13.3)$$

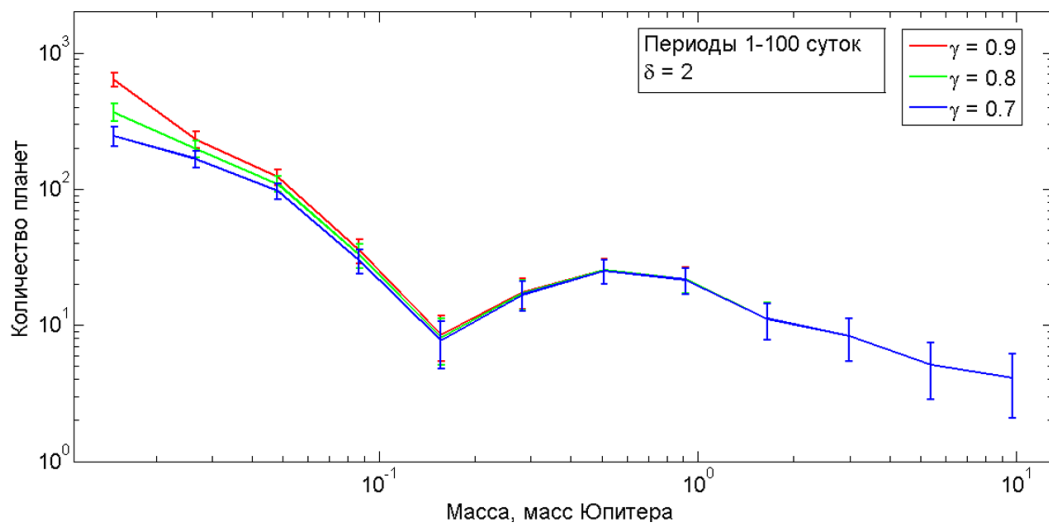
На рисунках 2.7а) и 2.7в) показаны распределения в форме гистограммы $N_A(m)$ планет всех рассмотренных масс с орбитальными периодами $\Delta_{j=7..12} P$ от 1 до 100 суток, полученные из уравнения (2.13.2) для нескольких различных значений коэффициентов γ и δ . На рисунках 2.7б) и 2.7г) показаны распределения в форме гистограммы $N_B(m)$ планет всех рассмотренных орбитальных периодов с массами больше 0.065 масс Юпитера (21 масс Земли), полученные из уравнения (2.13.3), также для нескольких различных значений коэффициентов γ и δ .

При переходе от целого (см. рисунок 2.6, верхнее число в таблице) числа планет \mathbf{N}_0 в формуле (2.12.1) к дробному числу планет \mathbf{N} в формулах (2.12.2) и (2.12.3) была учтена погрешность определения масс планет с помощью ядерной плотностью вероятности (KDE) с гауссовым профилем в случае равенства верхней и нижней погрешности (методика сглаживания описана в [58] и более подробно приведена в [10]), и с профилем скошенного нормального распределения в случае их неравенства [13].

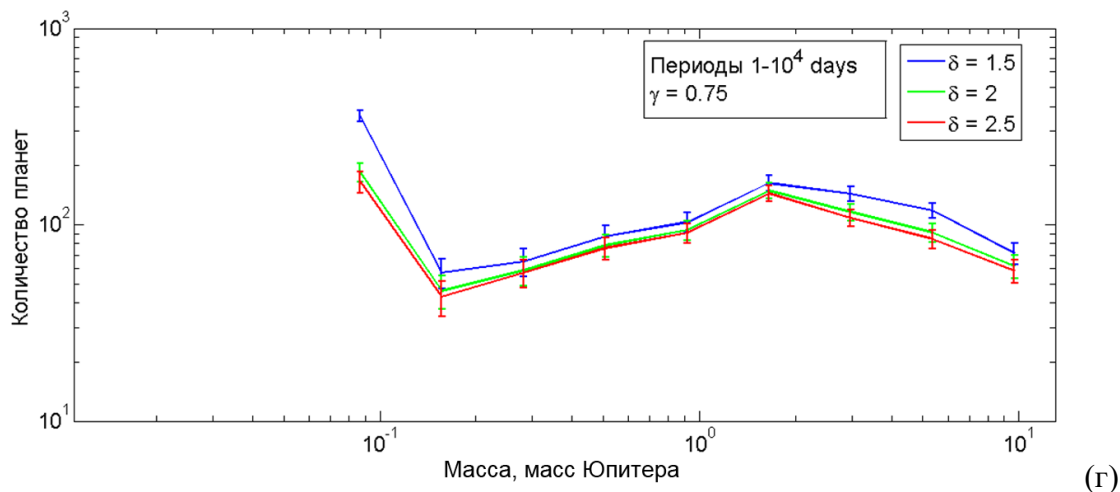
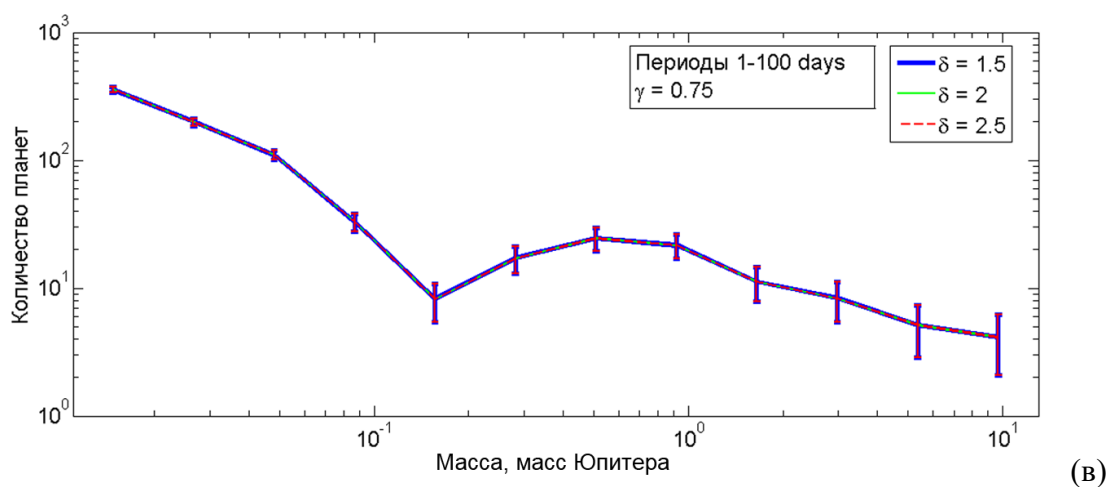
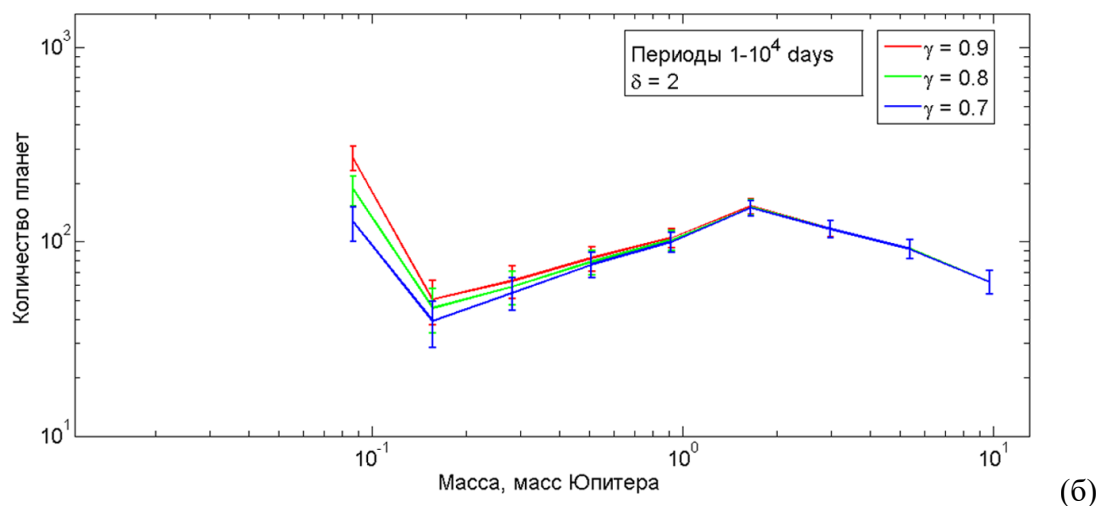
В первом приближении распределение по минимальным массам RV-планет на рисунках 2.7 следует кусочному степенному закону с изломами в точках 0.14 и 1.7 масс Юпитера (см. рисунки 2.7б) и 2.7г)). Важно, что положение точек изломов не зависит от выбора значений коэффициентов γ и δ . Положение изломов определено с точностью ширины интервала разбиения на гистограмме.

Следует отметить, что распределение по минимальным массам планет с орбитальными периодами 1-100 суток существенно отличается от распределения планет с периодами 1-10⁴ суток даже в диапазоне минимальных масс, общих для обоих распределений (0.065-13 масс Юпитера). Если положение минимума (0.14 масс Юпитера) совпадает на обоих распределениях, положения максимума различаются (~0.5 масс Юпитера для короткопериодических планет и ~1.7 масс Юпитера для планет со всеми орбитальными периодами). Как будет показано в Разделе 2.5, наиболее массивные планеты находятся преимущественно на широких орбитах с периодами больше 100 суток.

Как видно из рисунка 2.7в), распределение планет с периодами 1-100 суток не зависит от выбора δ (распределения полностью идентичны для $\delta = 1.5, 2.0$ и 2.5). Это объясняется тем, что для короткопериодических планет полное время наблюдений всегда больше орбитального периода, т.е. $P/T < 1$.



(a)

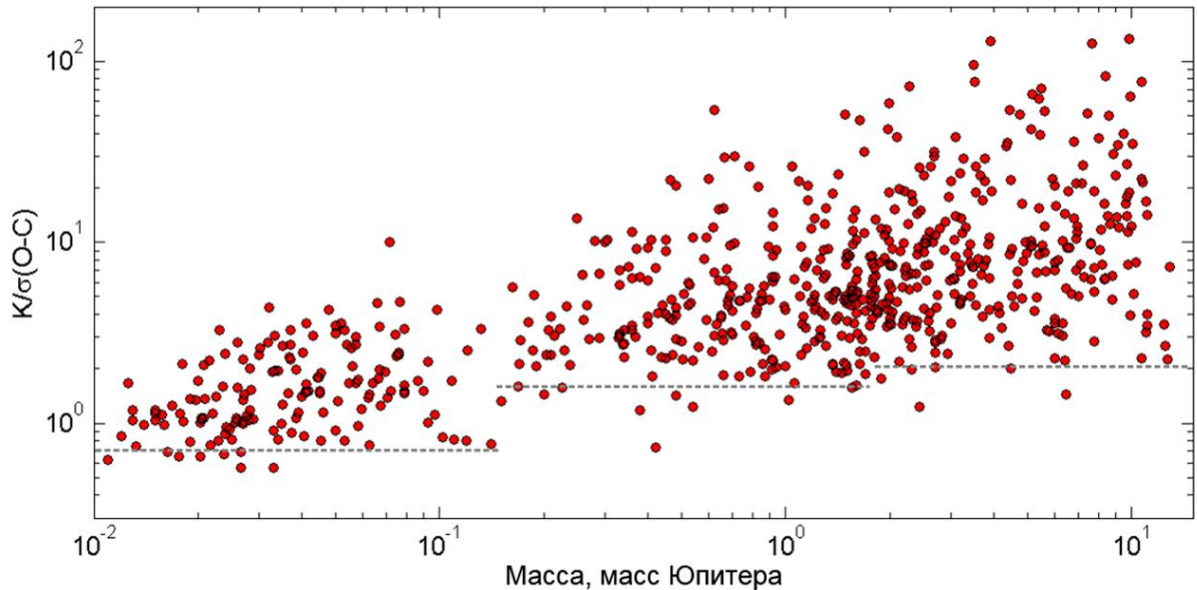


- (а) Распределение планет с массами 0.011-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 земных суток; (б) Распределение планет с массами 0.065-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10⁴ суток. С коэффициентами $\delta = 1.5, 2$ и $2.5, \gamma = 0.75$; (в) Распределение планет с массами 0.011-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 земных суток; (г) Распределение планет с массами 0.065-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10⁴ суток. Бары ошибок оценены по Пуассону.

Рисунок 2.7 – Скорректированные распределения RV-планет по минимальным массам. С коэффициентами $\delta = 2, \gamma = 0.7, 0.8$ и 0.9

Если положение точек излома кусочного степенного закона не зависит от конкретных значений коэффициентов γ и δ , наклоны распределений в трех интервалах масс существенно зависят от γ . Чтобы определить показатели степени на каждом из интервалов, следует рассмотреть каждый из них по отдельности.

Рассмотрим распределение известных 695 RV-планет на диаграмме $m-K/\sigma(O-C)$, представленное на рисунке 2.8.



Серые пунктирные линии показывают нижнюю границу отношения $K/\sigma(O-C)$ в трех интервалах масс: 0.011-0.14 масс Юпитера ($K/\sigma(O-C) = 0.75$), 0.14–1.7 масс Юпитера ($K/\sigma(O-C) = 1.6$) и 1.7–13 масс Юпитера ($K/\sigma(O-C) = 2.0$).

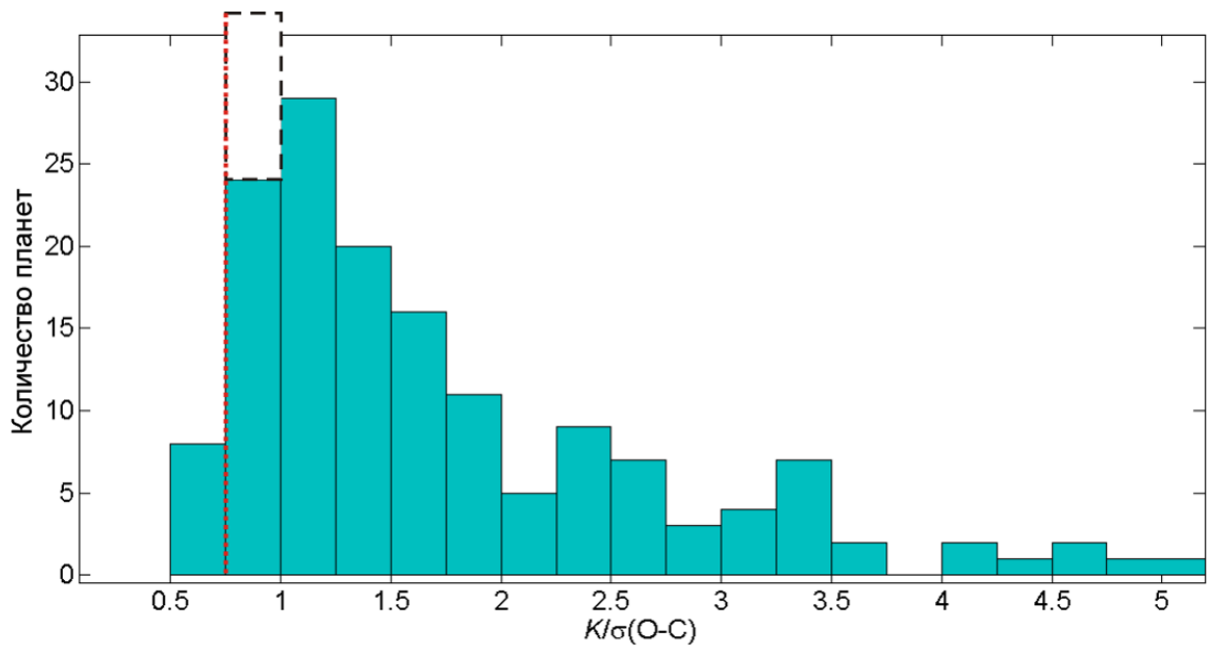
Рисунок 2.8 – Распределение 695 RV-планет на диаграмме $m-K/\sigma(O-C)$

Как можно видеть на рисунке 2.8, минимальные значения $K/\sigma(O-C)$ различаются для планет из разных диапазонов масс (0.011-0.14 масс Юпитера, 0.14-1.7 масс Юпитера, 1.7-13 масс Юпитера, показаны серой пунктирной линией и приблизительно равны 0.75, 1.6 и 2, соответственно). Вероятно, это связано с тем, что при поиске планет малых масс требуется регистрация RV-сигналов малой амплитуды, сравнимых с уровнем шума $\sigma(O-C)$, поэтому исследователи накапливают более богатые и плотные ряды измерений. Так, чтобы обнаружить планету Проксима Центавра b [59], вызывающую колебания лучевой скорости звезды с полуамплитудой 1.38 ± 0.21 м/с, потребовалось получить 216 измерений, а чтобы обнаружить планету у звезды Барнарда [60], вызывающую колебания лучевой скорости с полуамплитудой 1.20 ± 0.12 м/с – 771 измерений. При этом для обнаружения массивных планет, вызывающих колебания лучевой скорости большой амплитуды K , достаточно 20-30 измерений. Так, для

обнаружения планет-гигантов HD 208527 b и HD 220074 b [61], наводящих на родительские звезды колебания лучевой скорости с полуамплитудой 155.4 ± 3.2 м/с и 230.8 ± 5.0 м/с, потребовалось всего 24 и 32 измерения, соответственно.

2.4.1. Распределение по минимальным массам планет малых масс ($m < 0.14$ масс Юпитера)

Гистограмма распределения планет с минимальными массами 0.011-0.14 масс Юпитера в зависимости от отношения $K/\sigma(O-C)$ показана на рисунке 2.9. С уменьшением отношения $K/\sigma(O-C)$ от 5.0 до 1.0 количество планет в среднем растет. Далее, при $K/\sigma(O-C) < 1$ количество подтвержденных планет начинает быстро уменьшаться. Это может означать, что значительная часть планет с $0.5 < K/\sigma(O-C) < 1$ пока еще не обнаружена и не подтверждена, а быстрое уменьшение количества подтвержденных планет при уменьшении $K/\sigma(O-C)$ от 1 до 0.5 объясняется уменьшением эффективности их обнаружения.



Красная вертикальная пунктирная линия проведена на середине наклона графика в области $0.5 < K/\sigma(O-C) < 1$ и приблизительно соответствует значению $\gamma = 0.75$.

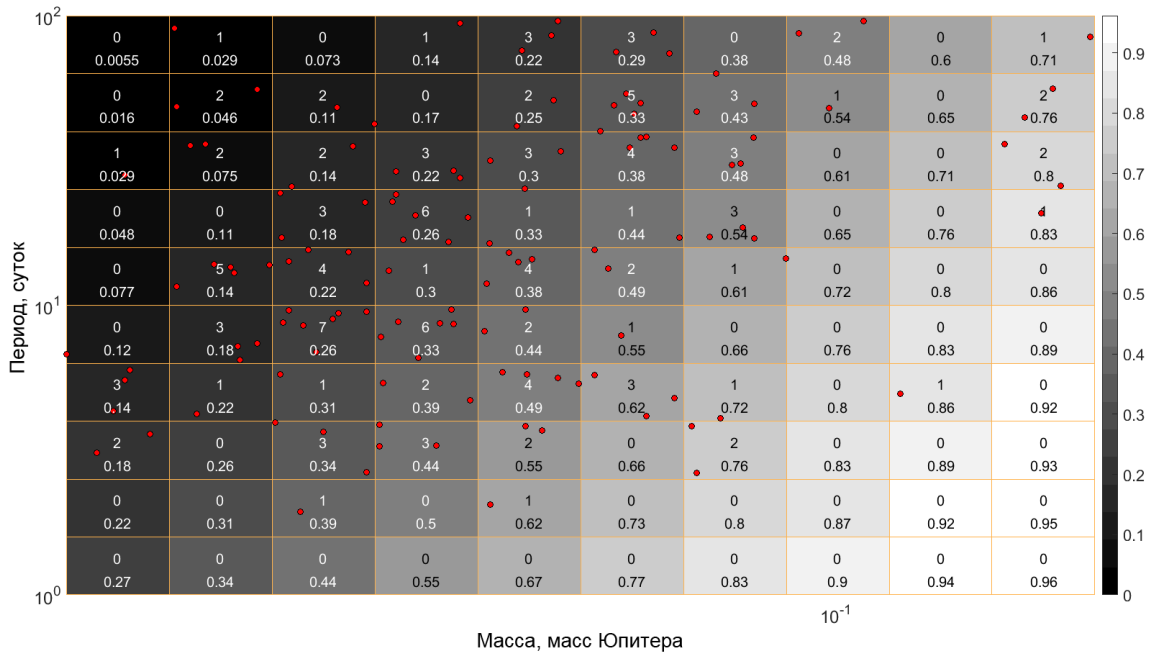
Рисунок 2.9 – Распределение RV-планет с минимальными массами 0.011-0.14 масс Юпитера в зависимости от отношения $K/\sigma(O-C)$ полуамплитуды K колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению $\sigma(O-C)$ от наилучшей кеплеровской кривой

Значение γ разделяет области вдоль оси $K/\sigma(O-C)$, где планета гарантированно будет обнаружена (справа от красной пунктирной линии на рисунке 2.9), от области, где ее обнаружение невозможно (слева от красной пунктирной линии на рисунке 2.9). Поскольку строго

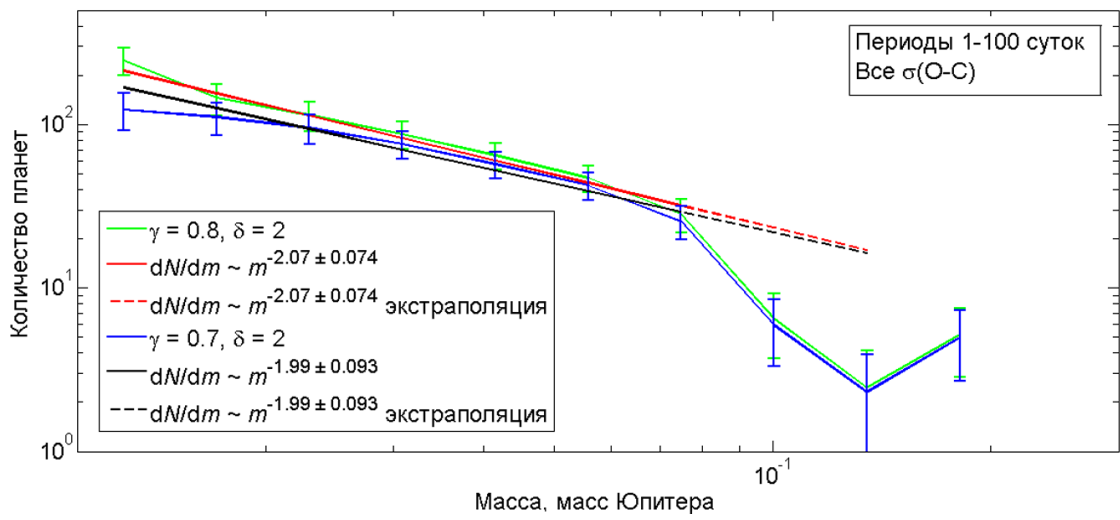
порог детектируемости на оси $K/\sigma(\text{O-C})$ определить невозможно, величина γ имеет смысл усредненного коэффициента, при котором количество пропущенных планет с $K/\sigma(\text{O-C}) > \gamma$ приблизительно равно количеству известных планет с $K/\sigma(\text{O-C}) < \gamma$, наличием которых мы пренебрегаем. При значениях $K/\sigma(\text{O-C}) = [0.5\dots 1]$ часть планет детектируется, а часть не детектируется – или теряется в шумах, или остается RV-сигналами низкой достоверности, планетная природа которых еще не подтверждена.

Самые легкие планеты открываются, во-первых, на самых точных спектрографах (HIRES, HARPS, HARPS-N, PFS, с недавних пор ESPRESSO) с примерно одинаковой инструментальной точностью единичного измерения ~ 1 м/с, а во-вторых, у звезд с низкой активностью, так, что значения $\sigma(\text{O-C})$ для большинства легких планет лежат в диапазоне 1-3 м/с. В среднем, уменьшение отношения $K/\sigma(\text{O-C})$ означает уменьшение масс планет, при этом мы ожидаем, что по мере уменьшения массы планет количество планет будет расти. Поэтому быстрое уменьшение количества зарегистрированных планет при уменьшении $K/\sigma(\text{O-C})$ от 1 до 0.5 маркирует порог детектируемости RV-планет современными средствами. Приблизленно оценка γ соответствует середине области $[0.5\dots 1]$ по оси $K/\sigma(\text{O-C})$, т.е. значению 0.75.

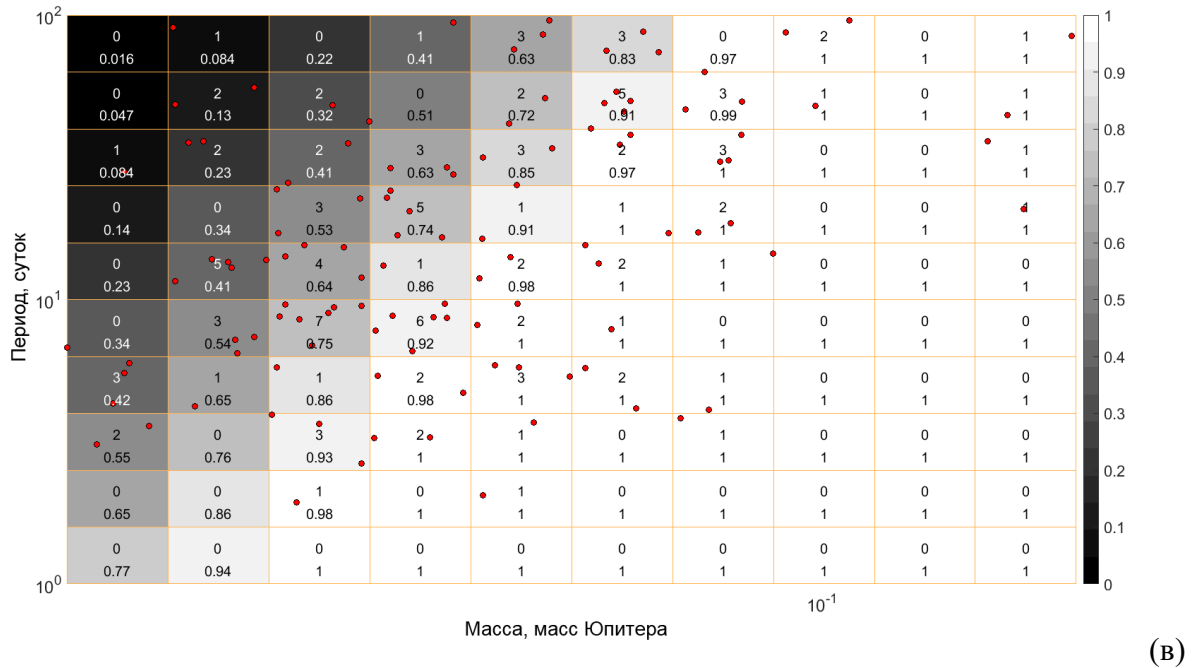
Распределение по минимальным массам маломассивных планет возможно построить лишь для орбитальных периодов короче 100 суток (более долгопериодические планеты попадают в вырожденную область с нулевой вероятностью обнаружения («слепое пятно») и не обнаруживаются современными средствами). Для уточнения формы распределения маломассивных планет были рассмотрены планеты с минимальными массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток (всего 129 планет), и построено «окно видимости» в виде матрицы (10x10), не содержащей вырожденную область с вероятностью обнаружения $f_p = 0$ (рисунок 2.10а).



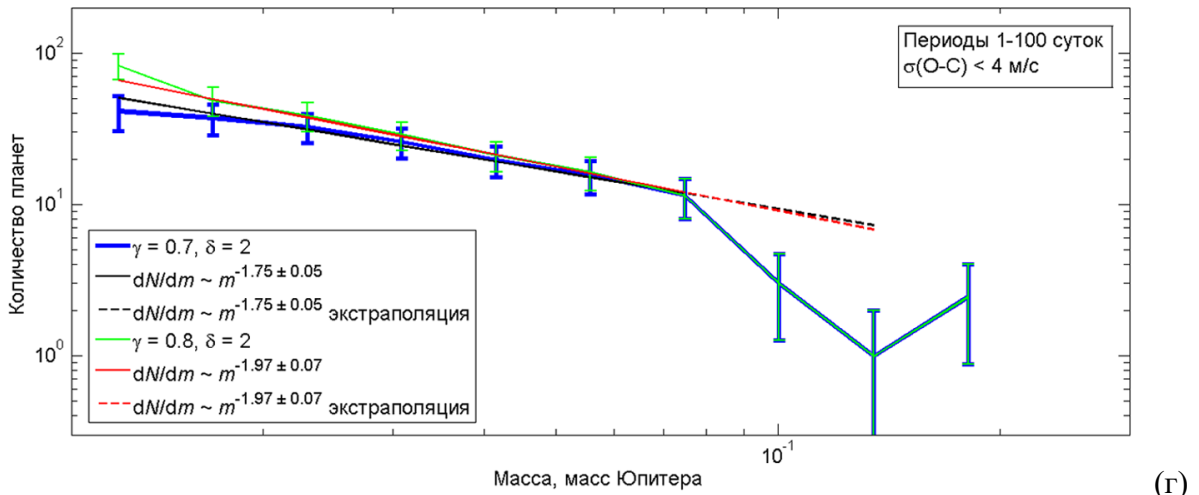
(a)



(б)



(B)



(Г)

(а) Матрица «окна видимости» W на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» с коэффициентами $\gamma = 0.75$ и $\delta = 2$ (все обозначения как для рисунка 2.2). Массы планет находятся в диапазоне 0.011-0.21 масс Юпитера, орбитальные периоды – 1-100 суток. В указанную область попадает 129 планет. (б) Скорректированные распределения по минимальным массам всех планет с массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток для $\gamma = 0.7$ и $\gamma = 0.8$. Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени -2.07 и -1.99, соответственно. (в) и (г): то же, что и (а) и (б), соответственно, но рассмотрены только планеты из малозумных систем, для которых $\sigma(O-C) < 4$ м/с (115 планет). Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени -1.97 и -1.75, соответственно. Бары ошибок оценены по Пуассону.

Рисунок 2.10 – К распределению по минимальным массам планет малых масс

В диапазоне 0.011-0.087 масс Юпитера (3.5-28 масс Земли) скорректированные распределения с хорошей точностью следуют степенному закону (рисунок 2.10 б). Однако в области 0.087-0.14 масс Юпитера (28-43 масс Земли) скорректированные распределения отклоняются от степенного закона, существенно выходя за диапазоны ошибок (по Пуассону). Показатель степени определен по методу наименьших квадратов: для $\gamma = 0.7$ он равен -1.99 ± 0.093 , для $\gamma = 0.75$ – -2.01 ± 0.06 , для $\gamma = 0.8$ – -2.07 ± 0.074 , причем для масс планет больше 4.7 масс Земли все три распределения отличаются друг от друга менее, чем на одно стандартное отклонение.

Чтобы избежать возможных систематических ошибок, связанных с некорректным вычислением матрицы вероятностей обнаружения \mathbf{W} («окна видимости»), и для проверки полученного результата, были рассмотрены планеты с теми же характеристиками (массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток), но входящие в состав систем с низким уровнем шума $\sigma(O-C) < 4$ м/с (115 планет). Матрица «окна видимости» для этой группы планет показана на рисунке 2.10в. Отбор малошумных систем увеличивает вероятности обнаружения планет, приближая их к 1, и уменьшает влияние «окна видимости» на скорректированное распределение, что видно из сравнения вероятности обнаружения (нижнее число в ячейке) на рисунках 2.10а и 2.10в.

Скорректированное распределение планет из малошумных систем в целом имеет тот же вид, что и распределение планет из всех систем: в области 0.011-0.087 масс Юпитера (3.5-28 масс Земли) оно с хорошей точностью следует степенному закону с показателем степени -1.97 ± 0.07 для $\gamma = 0.8$, -1.95 ± 0.03 для $\gamma = 0.75$ и -1.75 ± 0.05 для $\gamma = 0.7$ (рисунок 2.10г), причем в области масс 4.7-28 масс Земли все три распределения отличаются друг от друга меньше, чем на одно стандартное отклонение. В области масс 0.087-0.14 масс Юпитера наблюдается глубокий минимум, природа которого обсуждается в разделе 2.4.5.

Таким образом, распределение по минимальным массам планет с массами 0.011-0.087 масс Юпитера (3.5-28 масс Земли) и орбитальными периодами 1-100 суток, скорректированное при помощи «окна видимости» \mathbf{W} , построенного по звездам с уже известными RV-планетами, следует степенному закону с показателем степени -2 ($\frac{dN}{dm} \propto m^{-2}$). Однако, как было показано в п. 2.2. (2.6)–(2.12), такой подход чреват систематическими ошибками, тем большими, чем больше отношение распространенностей планет с близкими массами, т.е. чем круче зависимость $\frac{dN}{dm}$.

Чтобы установить итоговую зависимость $N(m)$ в форме гистограммы с помощью истинного «окна видимости» \mathbf{V} , построенного по всем наблюдаемым звездам, а не только по звездам с известными планетами, были вычислены отношения $\sum_{k=1}^i f_k / \sum_{k=1}^j f_k$ (2.12) в предположении, что истинное распределение по минимальным массам планет малых масс

следует степенному закону $f(m) \propto m^{-\alpha}$ с показателем степени $\alpha = 1, 2, 3, 4$. Это позволило перейти от элементов матрицы $\tilde{\mathbf{W}}(m, P)$ к элементам матрицы $\mathbf{V}(m, P)$ для каждой строки, т.е. для каждого фиксированного P .

На рисунке 2.11 показаны скорректированные распределения $N(\Delta m)$ для каждого из рассмотренных случаев, т.е. для $f(m) \propto m^{-\alpha}$ при $\alpha = 1, 2, 3, 4$. Самосогласованным является распределение $\frac{dN}{dm} \propto m^{-2.95 \pm 0.08}$, полученное в предположении, что истинное распределение по минимальным массам планет малых масс следует степенному закону $f(m) \propto m^{-3}$.

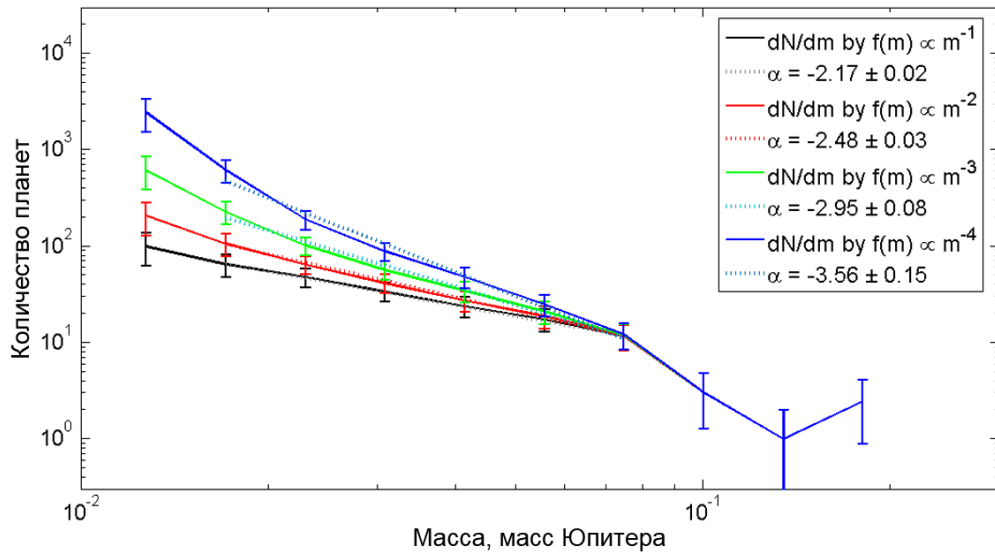
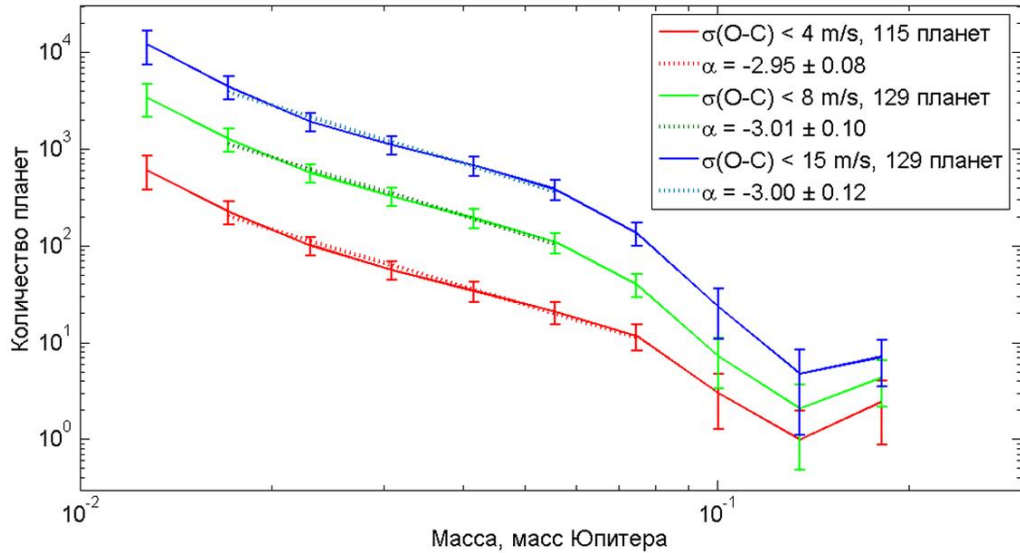


Рисунок 2.11 – Распределения по минимальным массам $N(\Delta m)$ планет с массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток из систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 4$ м/с, скорректированные с помощью матриц $\mathbf{V}(\Delta m, \Delta P)$, полученных в предположении, что распространенность планет $f_p(m)$ следует степенному закону с показателем степени: -1 (черная сплошная линия), -2 (красная сплошная линия), -3 (зеленая сплошная линия), -4 (синяя сплошная линия). Соответствующие распределения аппроксимируются степенными функциями с показателями степени -2.17 ± 0.02 (черная пунктирная линия), -2.48 ± 0.03 (красная пунктирная линия), -2.95 ± 0.08 (зеленая пунктирная линия) и -3.56 ± 0.15 (синяя пунктирная линия). Решение является самосогласованным при показателе степени, равном -3.

Аналогичные вычисления были проведены для планет из систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 8$ м/с и $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с. Полученные распределения $N(\Delta m)$ были аппроксимированы степенным законом, показатели степени которого совместимы с -3 для всех рассмотренных случаев (см. рисунок 2.12).

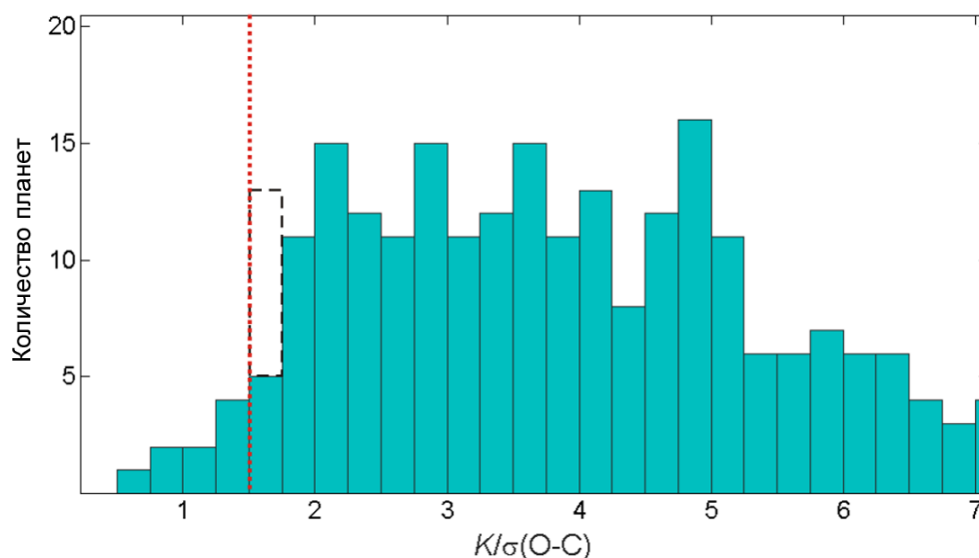


Рассмотрены планеты из планетных систем с уровнем шума $\sigma(O-C) < 4$ м/с (соответствующее распределение показано красной линией), $\sigma(O-C) < 8$ м/с (распределение показано зеленой линией) и $\sigma(O-C) < 15$ м/с (показано синей линией). В диапазоне 0.015-0.065 масс Юпитера все полученные распределения следуют степенному закону с показателем степени, близким к -3. Рисунок 2.12 – Распределения $N(\Delta m)$ по минимальным массам планет с массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток, скорректированные с помощью матрицы $V(\Delta m, \Delta P)$

В области 0.087-0.14 масс Юпитера (28-43 масс Земли) наблюдается минимум, характеристики которого обсуждаются в Разделе 2.4.5.

2.4.2. Распределение по минимальным массам планет средних масс (0.12-2.2 масс Юпитера)

Гистограмма распределения количества RV-планет в зависимости от отношения $K/\sigma(O-C)$ для планет с массами от 0.12 до 2.2 масс Юпитера показана на рисунке 2.13. В этот диапазон попадает 315 планет.

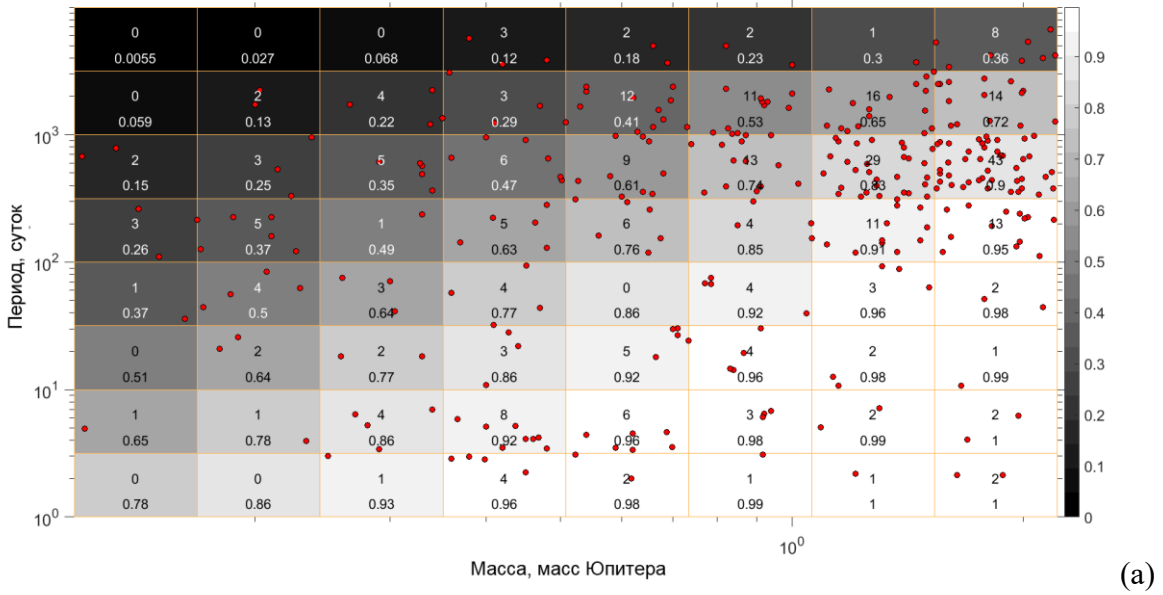


Прямоугольник, очерченный черной пунктирной линией, показывает ожидаемое количество планет, полученное экстраполяцией тенденции со стороны больших значений $K/\sigma(O-C)$, но которые фактически пропущены. Ожидаемое количество пропущенных планет приблизительно равно количеству планет с $K/\sigma(O-C) < 1.5$. Вертикальная красная пунктирная линия соответствует $\gamma = 1.5$.

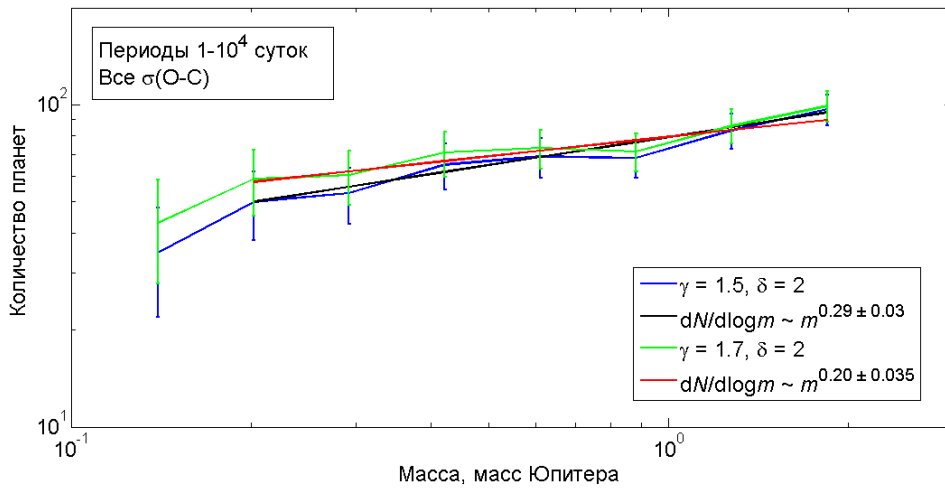
Рисунок 2.13 – Распределение RV-планет с проективными массами 0.12-2.2 масс Юпитера в зависимости от отношения полуамплитуды K колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению $\sigma(O-C)$ от наилучшей кеплеровской кривой $K/\sigma(O-C)$

При уменьшении величины $K/\sigma(O-C)$ от 5 до 1.75 количество планет в каждом интервале разбиения остается приблизительно постоянным и в среднем равным 12. Продолжая эту тенденцию для значений $K/\sigma(O-C)$ в диапазоне 1.50-1.75, получаем ожидаемое количество планет, которое существенно превышает наблюдаемое. Полагая, что резкое уменьшение количества планет с $K/\sigma(O-C)$ от 1.5 до 1.75 вызвано уменьшением эффективности их обнаружения, находим, что для планет с минимальными массами от 0.12 до 2.2 масс Юпитера $\gamma = 1.5-1.7$.

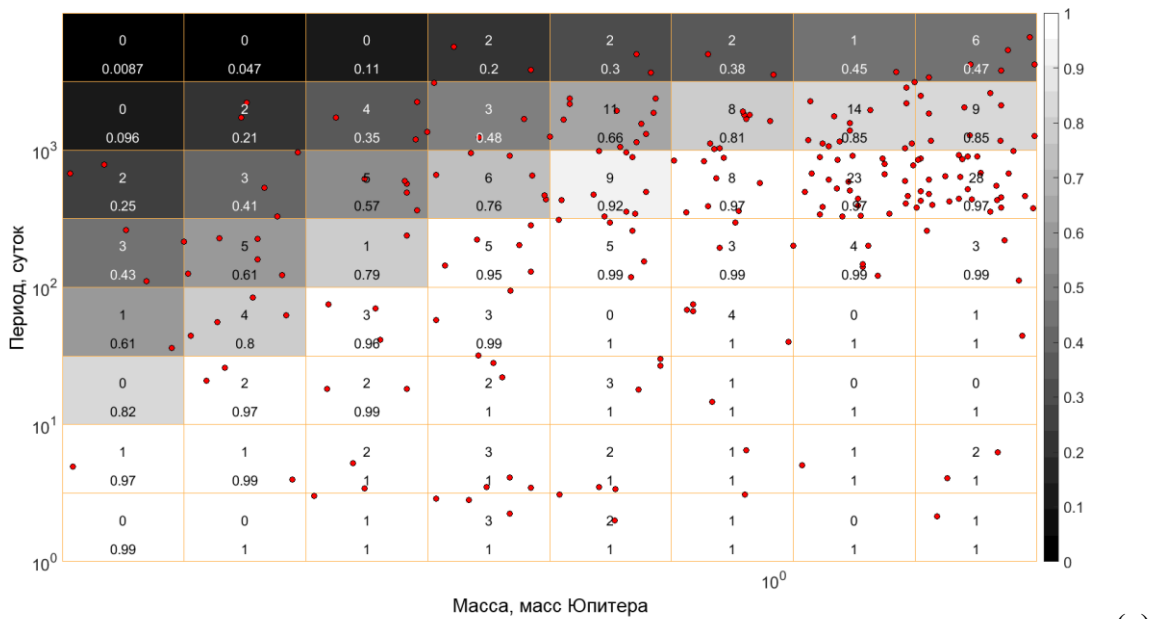
Матрица «окна видимости» \mathbf{W} для планет с минимальными массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами $1-10^4$ суток, построенная с $\gamma = 1.6$, $\delta = 2$, показана на рисунке 2.14а. На рисунке 2.14б представлено распределение планет с минимальными массами 0.12-2.2 масс Юпитера, скорректированное посредством матрицы \mathbf{W} с $\gamma = 1.5$ и 1.7, $\delta = 2$.



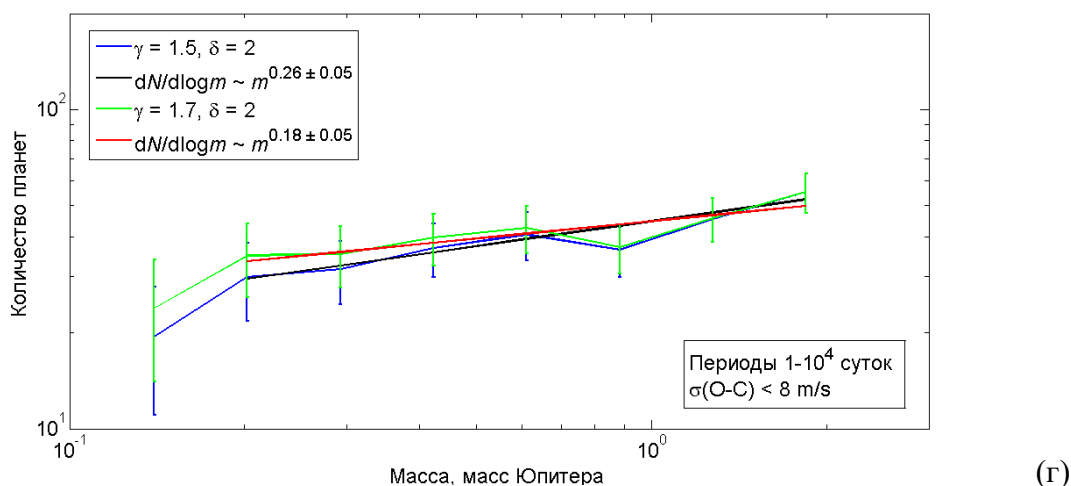
(a)



(b)



(B)



Минимальные массы планет находятся в диапазоне 0.12-2.2 масс Юпитера, орбитальные периоды – $1-10^4$ суток, всего охвачено 315 планет. (б) Скорректированные распределения по минимальным массам всех планет с массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами $1-10^4$ суток для $\gamma = 1.5$ и $\gamma = 1.7$. Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени -0.8 и -0.71, соответственно.

(в) и (г) – то же, что и (а), (б), но рассмотрены только планеты из малозумных систем, для которых $\sigma(O-C) < 8$ м/с (225 планет). Красной и черной прямыми линиями показаны степенные законы с показателем степени -0.82 и -0.74.

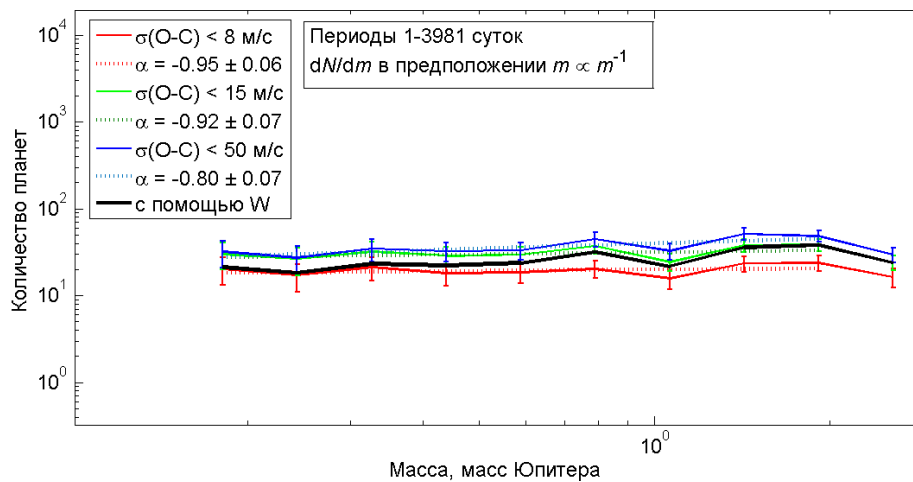
Рисунок 2.14 – (а) Матрица «окна видимости» \mathbf{W} на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» с коэффициентами $\gamma = 1.6$ и $\delta = 2$, все обозначения как для рисунка 2.2

Скорректированное с помощью матрицы $\mathbf{W}(m,P)$, распределение по минимальным массам планет dN/dm с массами 0.21-2.2 масс Юпитера следует степенному закону с показателем степени -0.71 ± 0.03 и -0.80 ± 0.04 для $\gamma = 1.5$ и 1.7, соответственно. При аппроксимации степенным законом была исключена из рассмотрения крайняя левая точка, т.е. область масс 0.12-0.21 масс Юпитера, которая обсуждалась в разделе 2.4.1.

Для проверки полученного результата были рассмотрены планеты с такими же характеристиками (массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами $1-10^4$ суток), но входящие в состав систем с низким уровнем шума $\sigma(O-C) < 8$ м/с (225 планет) (Рисунки 2.14 в, г). Скорректированное с помощью матрицы $\mathbf{W}(m,P)$, распределение по минимальным массам dN/dm планет из малозумных систем следует степенному закону с показателем степени -0.74 ± 0.03 и -0.82 ± 0.04 для $\gamma = 1.5$ и 1.7, соответственно. Как можно видеть, выбор планет из малозумных систем не существенно влияет на показатели степени степенных законов, аппроксимирующих распределения RV-планет средних масс (эти показатели отличаются друг от друга меньше, чем на одно стандартное отклонение).

В области средних масс эффективность обнаружения планет зависит и от уровня шума $\sigma(O-C)$ (который ограничивает эффективность обнаружения со стороны малых масс), и от времени наблюдения T (которое ограничивает эффективность обнаружения со стороны больших орбитальных периодов), поэтому нельзя прямо применить подход, описанный в Разделе 2.2 (2.6)–(2.12). Однако возможно выбрать системы с достаточно долгим временем наблюдений так, чтобы для них условие (2.5.1) всегда было выполнено. Чтобы по возможности охватить как можно больше планет, были рассмотрены системы со временем наблюдений, большим ≈ 2000 (1990.5) суток. Для планет в этих системах с орбитальными периодами меньше 3981 суток условие (2.5.1) выполняется всегда, и можно применять формализм (2.6)–(2.12). Таким образом, при построении гистограмм исключаются из рассмотрения планеты с наибольшими орбитальными периодами (3981- 10^4 суток), попадающими в самую верхнюю строку матрицы \mathbf{W} (рисунки 2.14 а, в).

Чтобы вычислить элементы матрицы $\mathbf{V}(m, P)$ через элементы матрицы $\tilde{\mathbf{W}}(m, P)$, было принято, что распределение по минимальным массам планет средних масс (0.12-2.2 масс Юпитера) следует степенному закону $f(m) \propto m^\alpha$ с показателем степени $\alpha = -0.8, -1, -1.2$. На рисунке 2.15 показано распределение по минимальным массам, полученное в предположении $\alpha = -1$.



Черной линией показано распределение, скорректированное с помощью матрицы $\mathbf{W}(m, P)$ с $\gamma = 1.6$ и $\delta = 2$. Синяя, зеленая и красная пунктирные линии соответствуют степенным законам с показателем степени $-0.80, -0.92$ и -0.95 , соответственно.

Рисунок 2.15 – Распределение по минимальным массам $N(\Delta m)$ планет с массами 0.12-2.2 масс Юпитера с орбитальными периодами 1-3981 суток, скорректированное с помощью матрицы «окна видимости» $\mathbf{V}(m, P)$ для систем с уровнем шума $\sigma(O-C) < 50$ м/с (показано синей сплошной линией), $\sigma(O-C) < 15$ м/с (показано зеленой сплошной линией), $\sigma(O-C) < 8$ м/с (показано красной сплошной линией)

В Таблице 2.1 проведено сравнение предполагаемых показателей степени α истинного распределения по минимальным массам $f(m) \propto m^\alpha$ планет с массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-3981 суток, с показателями степени, полученными аппроксимацией степенным законом распределений, скорректированных при помощи матрицы $V(m, P)$. Рассматривались три гипотезы о значении α : -0.8, -1.0, -1.2, для систем с уровнем шума $\sigma(O-C) < 50$ м/с, $\sigma(O-C) < 15$ м/с и $\sigma(O-C) < 8$ м/с. Гипотеза с $\alpha = -1.2$ исключается, однако имеющиеся данные не позволяют сделать выбор между гипотезами с $\alpha = -0.8$ и $\alpha = -1.0$.

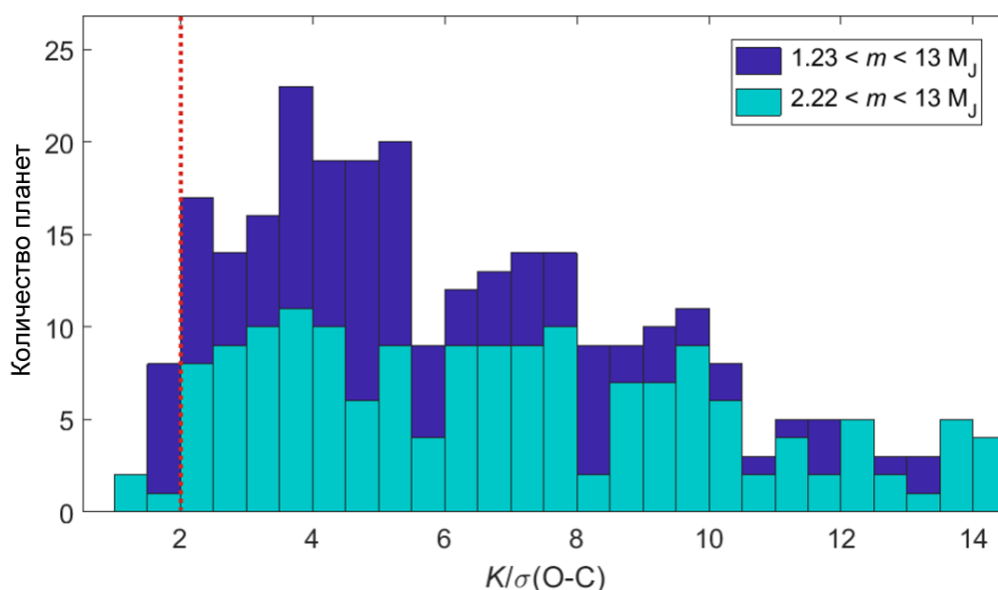
Таблица 2.1 – Гипотеза о величине α в ожидаемом распределении $N(\Delta m) \propto m^\alpha$ и значения α , полученные аппроксимацией степенным законом скорректированных распределений

$\sigma(O-C)$, количество планет	Гипотеза о величине α , Скорректированное с $V(m, P)$ распределение, аппроксимированное степенным законом с показателем степени α		
	$\alpha = -0.8$	$\alpha = -1$	$\alpha = -1.2$
$\sigma(O-C) < 50$ м/с, 201 планета	-0.73 ± 0.06	-0.80 ± 0.06	-0.83 ± 0.06
$\sigma(O-C) < 15$ м/с, 188 планет	-0.86 ± 0.07	-0.92 ± 0.07	-0.93 ± 0.07
$\sigma(O-C) < 8$ м/с, 144 планеты	-0.91 ± 0.06	-0.95 ± 0.06	-0.99 ± 0.07

Результаты вычислений, представленные в Таблице 2.1, показывают, что распределение по минимальным массам планет с массами 0.12-2.2 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-3981 суток, следует степенному закону с показателем степени -0.8...-1: $N(\Delta m) \propto m^{-0.8...-1}$. Для планет из малозумных систем ($\sigma(O-C) < 8$ м/с) самосогласованной является гипотеза, что показатель степени равен -1: $N(\Delta m) \propto m^{-1}$. Для шумных систем ($\sigma(O-C) < 50$ м/с) показатель степени ближе к -0.8: $N(\Delta m) \propto m^{-0.8}$. Имеющиеся данные не позволяют сделать выбор между этими гипотезами.

2.4.3 Распределение по минимальным массам планет больших масс (2.2-13 масс Юпитера)

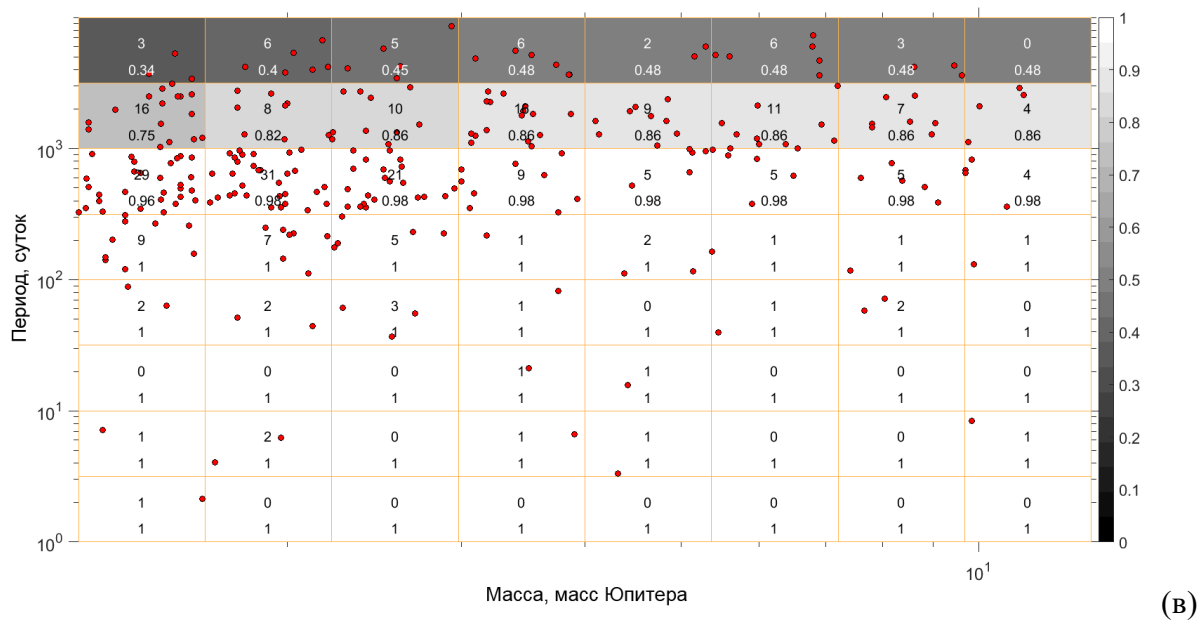
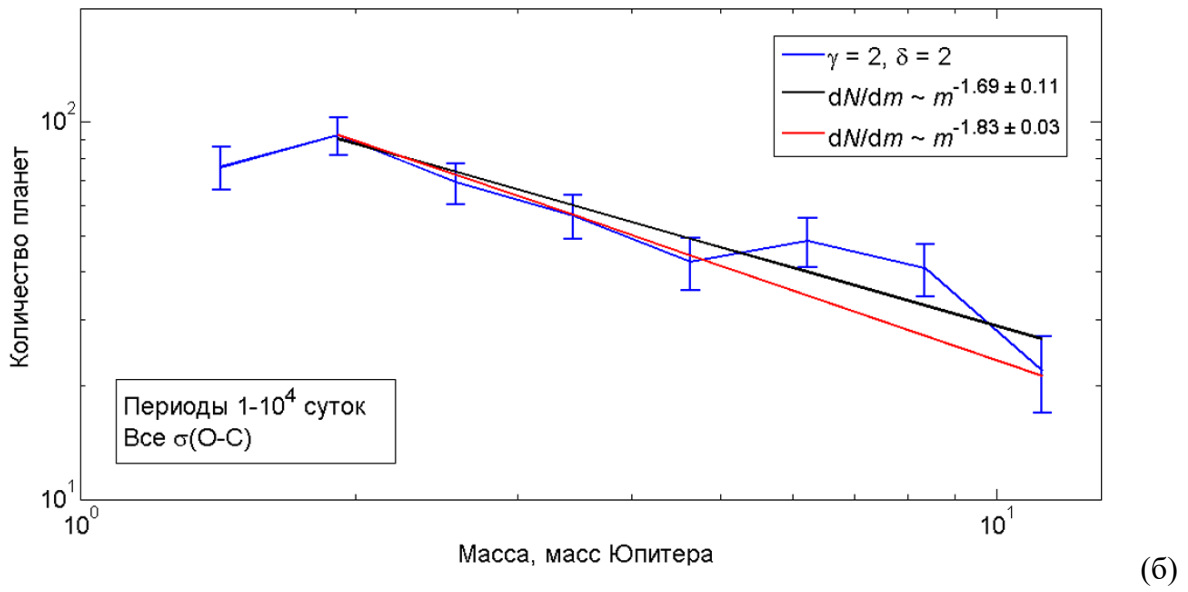
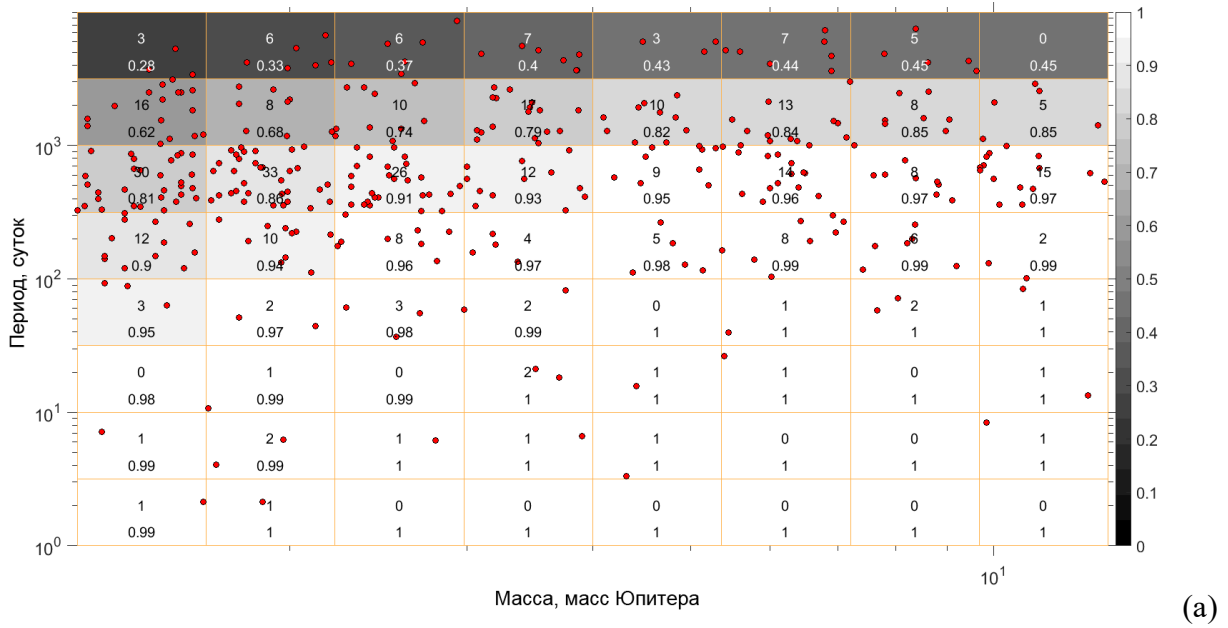
На рисунке 2.16 показаны гистограммы распределения количества RV-планет в зависимости от отношения $K/\sigma(O-C)$ для планет с массами 1.2-13 и 2.2-13 масс Юпитера. В первый диапазон попадает 361 планета, во второй – 231 планета.

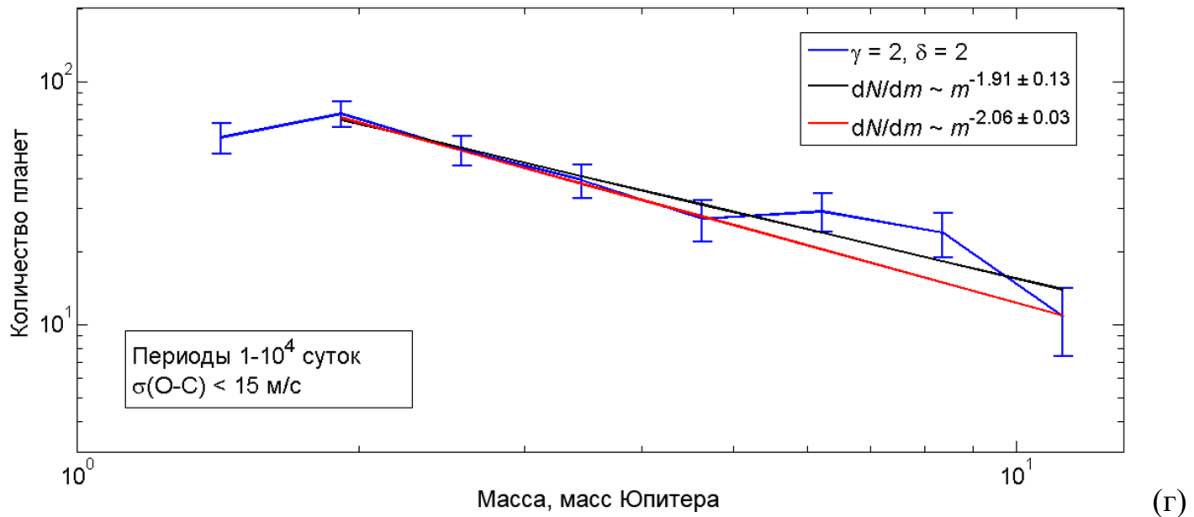


Вертикальная красная пунктирная линия соответствует $\gamma = 2$.

Рисунок 2.16 – Распределения в зависимости от отношения полуамплитуды K колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению $\sigma(\text{O-C})$ от наилучшей кеплеровской кривой $K/\sigma(\text{O-C})$ RV-планет с минимальными массами 1.2-13 масс Юпитера (показано синим цветом) и 2.2-13 масс Юпитера (показано изумрудным цветом).

Значение 1.7 масс Юпитера соответствует середине интервала разбиения, левая граница которого – 1.2 масс Юпитера, а правая – 2.2 масс Юпитера. Хотя в диапазоне 1.2-13 масс Юпитера у 10 планет $K/\sigma(\text{O-C}) < 2$, 7 из них попадают в интервал 1.2-2.2 масс Юпитера, и только 3 – в диапазон 2.2-13 масс Юпитера (см. рисунок 2.16). Поскольку только для 3 планет из 231 (1.3%) $K/\sigma(\text{O-C}) < 2$, для планет с минимальными массами 2.2-13 масс Юпитера было принято $\gamma = 2$.





(а) Матрица «окна видимости» \mathbf{W} на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» с коэффициентами $\gamma = 2$ и $\delta = 2$, все обозначения как для рисунка 2.2. Минимальные массы планет находятся в диапазоне 1.2-13 масс Юпитера, орбитальные периоды – 1-10⁴ суток, всего охвачено 355 планет. (б) Скорректированное с помощью матрицы \mathbf{W} распределение по минимальным массам планет с массами 1.2-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10⁴ суток. Красной и черной линиями показаны степенные законы с показателями степени -1.83 и -1.69, соответственно. (в) и (г) – то же, что и (а), (б), но для 268 планет из систем с низким уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с. Красной и черной линиями показаны степенные законы с показателями степени -2.06 и -1.91, соответственно.

Рисунок 2.17 – К распределению по минимальным массам планет больших масс

Скорректированное с помощью матрицы \mathbf{W} , распределение по минимальным массам планет с массами 2.2-13 масс Юпитера следует степенному закону плохо (рисунок 2.17б): в области 6-9 масс Юпитера на распределении наблюдается особенность (избыток количества планет). Если аппроксимировать распределение степенным законом (черная линия на рисунке 2.17б), показатель степени окажется равным -1.69 ± 0.11 (при аппроксимации была исключена из рассмотрения крайняя левая точка, т.е. область масс 1.2-2.2 масс Юпитера, которая обсуждалась в разделе 2.4.2). Если описать распределение в виде суммы степенного закона и избытка массивных планет (красная линия на рисунке 2.17б), то показатель степени окажется равным -1.83 ± 0.03 .

Для проверки полученного результата были рассмотрены планеты с теми же характеристиками (минимальные массы 2.2-13 масс Юпитера, орбитальные периоды 1-10⁴ суток), но входящие в состав систем с низким уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с (268 планет) (рисунках 2.17в и 2.17г).

Распределение по минимальным массам планет из малошумных систем демонстрирует форму, аналогичную распределению планет из систем с произвольным уровнем шума (рисунок 2.17г) – в области 6-9 масс Юпитера наблюдается избыток планет. Если аппроксимировать распределение единым степенным законом (черная линия на рисунке 2.17г), показатель степени будет равен -1.91 ± 0.13 , а если представить распределение в виде суммы степенного закона и избытка массивных планет (красная линия на рисунке 2.17г), показатель степени будет равен -2.06 ± 0.03 .

Различия в наклоне обоих распределений обусловлены не влиянием «окна видимости» W , которое в этой области масс почти прозрачно (т.е. вероятности обнаружения планет в соответствующих ячейках матрицы W близки к 1), а отбором планет (рисунки 2.17 б, г). Наблюдаемые (не скорректированные) распределения планет из «шумных» и «не шумных» систем значительно различаются между собой (рисунок 2.18).

58 из 85 планет (~68%) «шумной» группы вращаются вокруг звезд красных гигантов (звезд с радиусами больше 4 радиусов Солнца), среди остальных – планеты у молодых звезд с очень высоким уровнем хромосферной активности и у быстро вращающихся F-звезд (HD 1666 b, HD 113337 b). Значительная часть планет с массами 1-5 масс Юпитера у звезд этого типа может быть пропущена, кроме того, распределение планет у звезд промежуточной массы (1.3-3 солнечных масс) может отличаться от распределения планет у солнцеподобных звезд и красных карликов.

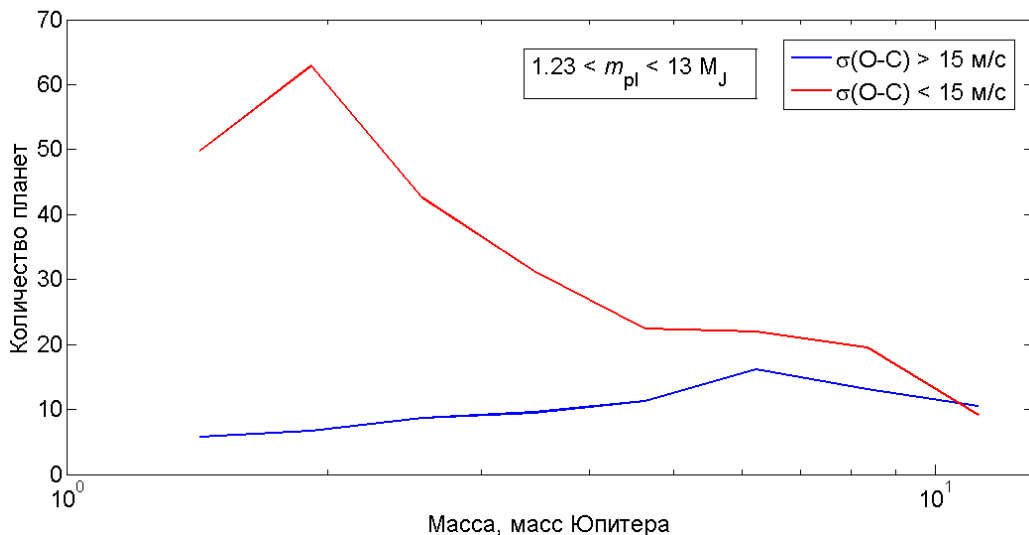
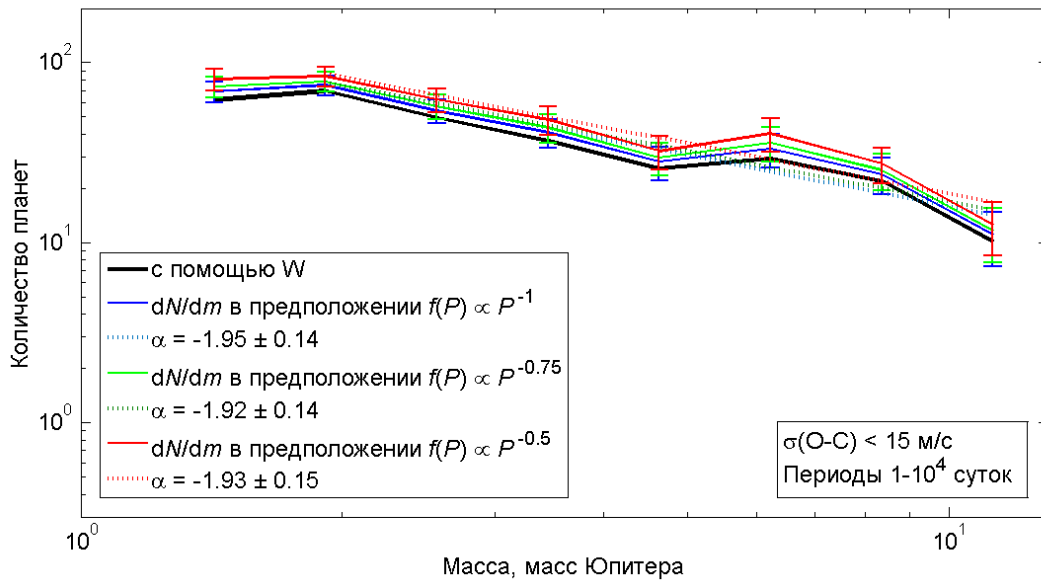


Рисунок 2.18 – Наблюдаемые (не скорректированные, из [1]) распределения по минимальным массам планет с массами 1.2-13 масс Юпитера из «шумных» систем ($\sigma(O-C) > 15$ м/с, синяя линия, 85 планет) и «не шумных» систем ($\sigma(O-C) < 15$ м/с, красная линия, 268 планет)

Для планет с минимальными массами 2.2-13 масс Юпитера, открытых в системах с низким уровнем шума $\sigma(O-C) < 15$ м/с, условие (2.5.2) выполняется всегда, т.е. эффективность обнаружения планет определяется одним фактором – временем наблюдений T . Соответственно, можно применить формализм, описанный в Разделе 2.2, с заменой минимальной массы искусственных планет m на орбитальный период P , и перейти от матрицы $\tilde{W}(\Delta m, \Delta P)$ к матрице $V(\Delta m, \Delta P)$. В качестве предположений о зависимости распространенности массивных планет-гигантов от их орбитального периода были рассмотрены 3 гипотезы: $dN/d\log(P) \propto \text{const}$, $dN/d\log(P) \propto P^{0.25}$ и $dN/d\log(P) \propto P^{0.5}$. Более детально распределение планет-гигантов в зависимости от орбитального периода рассмотрено в разделе 2.5.

Как можно видеть на рисунке 2.19, финальная коррекция с помощью матрицы $V(\Delta m, \Delta P)$ почти не влияет на форму распределения по минимальным массам планет с массами 2.2-13 масс Юпитера.



Черной линией показано распределение, скорректированное матрицей W с $\delta = 2$, $\gamma = 2$. Синяя, зеленая и красная пунктирные линии соответствуют степенным законам с показателем степени -1.95, -1.92 и -1.93, соответственно.

Рисунок 2.19 – Распределение по минимальным массам $N(\Delta m)$ планет с массами 2.2-13 масс Юпитера, скорректированное с помощью матрицы «окна видимости» V , вычисленной для трех гипотез о зависимости распространенности планет-гигантов от орбитальных периодов P :

$$f(P) \propto P^{-1} \text{ (показано синей линией), } f(P) \propto P^{-0.75} \text{ (показано зеленой линией),}$$

$$f(P) \propto P^{-0.5} \text{ (показано красной линией)}$$

Распределение по минимальным массам массивных планет-гигантов, скорректированное матрицей V , плохо описывается степенным законом – наблюдается максимум в области 6-9 масс Юпитера. Если аппроксимировать степенным законом распределение массивных планет-

гигантов из малозумных систем с $\sigma(O-C) < 15$ м/с, показатель степени совместим с -2 независимо от предположений о зависимости распространенности планет от их орбитального периода $f(P)$. Если аппроксимировать степенным законом распределение массивных планет-гигантов из систем с произвольным уровнем шума $\sigma(O-C)$, показатель степени оказывается равен -1.7 ± 0.15 .

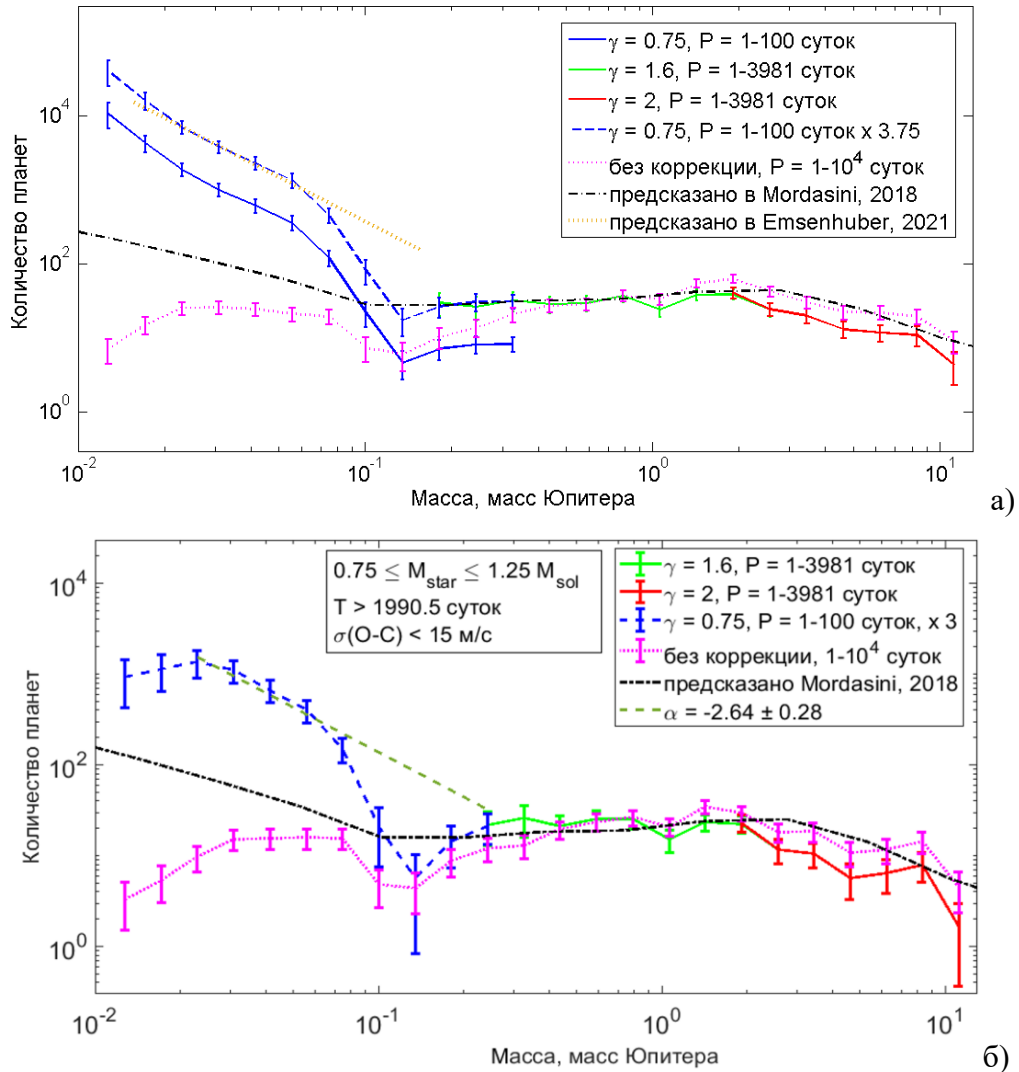
2.4.4 Составное распределение RV-планет по минимальным массам. Сравнение с теорией популяционного синтеза

Распределение RV-планет по минимальным массам, скорректированное с помощью алгоритма «окна видимости», с хорошей точностью следует кусочному степенному закону. В области 0.011-0.087 масс Юпитера (3.5-28 масс Земли) показатель степени равен -3: $dN/dm \propto m^{-3}$ (рисунок 2.11). В области 0.087-0.21 масс Юпитера (28-67 масс Земли) распределение демонстрирует минимум, глубина которого максимальна в области 0.12-0.16 масс Юпитера (37-50 масс Земли), где количество планет в 7.7 раз меньше значения, предсказанного степенным законом с показателем степени -3 (рисунок 2.12). В области 0.21-2.2 масс Юпитера распределение следует степенному закону с показателем степени, находящемся в диапазоне -0.8... -1.0: $dN/dm \propto m^{-0.8...-1}$. В области 2.2-13 масс Юпитера распределение может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени, находящемся в диапазоне -1.7... -2.0: $dN/dm \propto m^{-1.7...-2.0}$ (рисунок 2.19).

Из-за наличия «слепого пятна», т.е. области на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период», где эффективность обнаружения планет методом лучевых скоростей равна нулю, невозможно построить скорректированное распределение всех RV-планет с минимальными массами 0.011-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10⁴ суток. Однако возможно построить составное распределение, расположив на одном графике распределение легких планет с массами 0.011-0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток, и распределение планет средних и больших масс (0.21-13 масс Юпитера) с орбитальными периодами 1-3981 суток. Для большего единообразия учитывались только системы с уровнем шума $\sigma(O-C) < 15$ м/с (598 планет). При построении распределений планет средних и больших масс учитывались только системы, для которых время наблюдений превышает 1990.5 суток.

На рисунке 2.20 а) распределение легких планет представлено дважды, в оригинальном виде и умноженное на 3.75 (последнее показано синей пунктирной линией). Коэффициент 3.75 был получен как отношение количества планет с минимальными массами 0.16-0.38 масс Юпитера с периодами 1-3981 суток и 1-100 суток. Тем самым было проиллюстрировано предположение, что распределение не поддающихся обнаружению (на сегодняшний день) легких

планет из «слепого пятна», т.е. с периодами 10^2 - 10^4 суток, имеет тот же вид, что и распределение легких планет с периодами 1-100 суток.



(а) Составное скорректированное распределение по минимальным массам 598 RV-планет с массами 0.011-13 масс Юпитера из систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с. Для всех распределений принято $\delta = 2$. Синяя сплошная линия показывает распределение планет с периодами 1-100 суток ($\gamma = 0.75$), синяя пунктирная линия показывает это же распределение, умноженное на 3.75. Зеленая и красная линии показывают скорректированное распределение планет с периодами 1-3981 суток с $\gamma = 1.6$ и $\gamma = 2$, соответственно. Точечная малиновая линия показывает первоначальное (не скорректированное) распределение RV-планет с периодами 1- 10^4 суток (из [1]). Черная штрихпунктирная линия показывает распределение экзопланет по массам, предсказанное теорией популяционного синтеза [3], оранжевая точечная линия – распределение планет с массами 5-50 масс Земли согласно новому поколению моделей популяционного синтеза [62]. (б) То же, что и на рисунке 2.20а, но для планет, вращающихся вокруг звезд с массами 1.00 ± 0.25 солнечных масс. Серо-зеленой линией показан степенной закон с показателем степени -2.64 ± 0.28 .

Рисунок 2.20 – К составному распределению RV-планет по минимальным массам

До сих пор рассматривались планеты у звезд с массами от 0.123 солнечных масс (GJ 3512 b) до 10.8 солнечных масс (BD+20 2457 c). Однако распределения экзопланет по массам и орбитальным периодам могут зависеть от масс родительских звезд, поэтому совместный анализ всех планет может приводить к появлению систематических погрешностей, связанных с тем, что распределение по массам звезд Галактики и распределение по массам звезд, у которых были обнаружены планеты, существенно различаются. Подавляющее большинство звезд Галактики являются красными карликами [63], тогда как большинство звезд с обнаруженными планетами являются солнцеподобными. Из 695 RV-планет, рассмотренных в Главе 2, 407 (58.6%) вращаются вокруг звезд с массами 1.0 ± 0.25 солнечных масс, 97 (14.0%) вращаются вокруг звезд с массами меньше 0.75 солнечных масс, и 191 (27.4%) – вокруг звезд с массами больше 1.25 солнечных масс.

На рисунке 2.20 б) представлено составное распределение по минимальным массам RV-планет, вращающихся вокруг звезд с массами 1.00 ± 0.25 солнечных масс. Хотя в общих чертах распределение RV-планет у солнцеподобных звезд имеет тот же вид, что и при рассмотрении всех RV-планет, в области малых масс наблюдается существенное различие. В диапазоне 0.011-0.02 масс Юпитера распределение планет у солнцеподобных звезд выглядит плоским, а в диапазоне 0.02-0.087 масс Юпитера показатель степени равен -2.64 ± 0.28 , а не -3. С уменьшением массы планет нарастает вклад планет звезд оранжевых и красных карликов относительно вклада планет солнцеподобных звезд.

Положение изломов кусочного степенного закона определено с точностью до ширины интервала разбиения. Излом в области 5-6 масс Земли, возможно, соответствует переходу от земледобных планет к мини-нептунам, излом в области 0.14-0.21 масс Юпитера – переходу от нептунов к газовым гигантам. Природа излома в области 1.2-2.2 масс Юпитера пока не ясна.

С помощью методов популяционного синтеза [3] разработал теоретическую модель формирования и эволюции планет, следовательно, теоретическое распределение планет по массам можно сравнить с наблюдаемым. Предсказанное [3] распределение экзопланет по массам, представленное на рисунке 10 (верхний левый график) его работы, воспроизведено в настоящей диссертационной работе на рисунке 2.20 черной штрихпунктирной линией. В диапазоне 1-30 масс Земли (0.003-0.1 масс Юпитера) предсказанное распределение следует степенному закону с показателем степени -2, т.е. $dN/dm \propto m^{-2}$. В диапазоне 0.1-5 масс Юпитера это распределение следует степенному закону с показателем степени -1, т.е. $dN/dm \propto m^{-1}$ (плоское в логарифмическом масштабе), а для планет с массами больше 5 масс Юпитера показатель степени снова становится равным -2. Распределение по минимальным массам RV-планет, скорректированное с помощью алгоритма «окна видимости», хорошо согласуется с предсказаниями теории популяционного синтеза [3] в области 0.21-13 масс Юпитера, но не

согласуется для легких планет ($m < 0.21$ масс Юпитера). Однако новое поколение моделей популяционного синтеза (например, [62]) предсказывает распределение $dN/dm \propto m^{-3}$ в области масс планет, равных 5-50 масс Земли, и плоское распределение в области масс, меньших 5 масс Земли. В диапазоне 0.087-0.21 масс Юпитера наблюдается дефицит планет (т.н. «пустыня горячих нептун»), природа которого обсуждается ниже.

2.4.5 Минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера

В области масс 0.087-0.21 масс Юпитера скорректированное распределение RV-планет по минимальным массам демонстрирует глубокий минимум. Вместе с тем стоит отметить, что в этой области происходит скачок в эффективности обнаружения планет: для планет меньших масс применяется коэффициент $\gamma = 0.75$, для планет больших масс – $\gamma = 1.6$. Необходимо определить, может ли наблюдаемый минимум быть следствием некорректной оценки эффективности обнаружения планет с массами 0.087-0.21 масс Юпитера, т.е. локальной некорректной оценкой коэффициента γ (скачкообразным переходом от $\gamma = 0.75$ к $\gamma = 1.6$).

На рисунке 2.21 показано распределение в форме гистограммы 58 RV-планет с массами 0.087-0.38 масс Юпитера в зависимости от отношения $K/\sigma(\text{O-C})$ полуамплитуды K колебаний лучевой скорости родительской звезды к среднему отклонению $\sigma(\text{O-C})$ от наилучшей кеплеровской кривой, аналогичное распределениям, представленным на рисунках 2.9, 2.13 и 2.16.

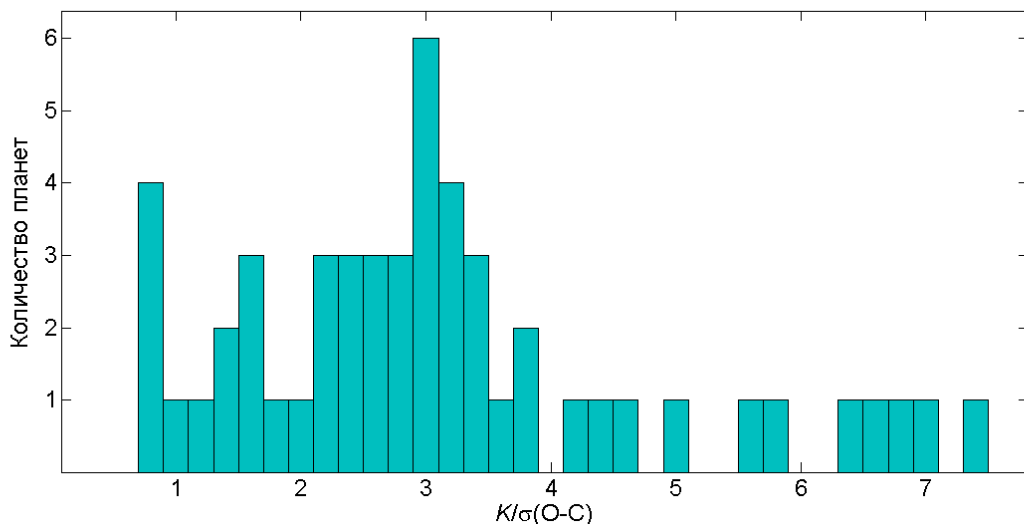
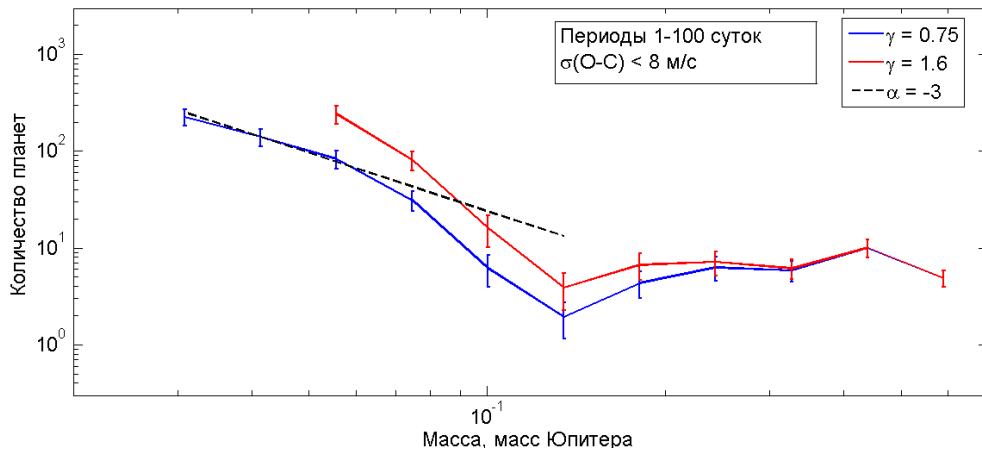
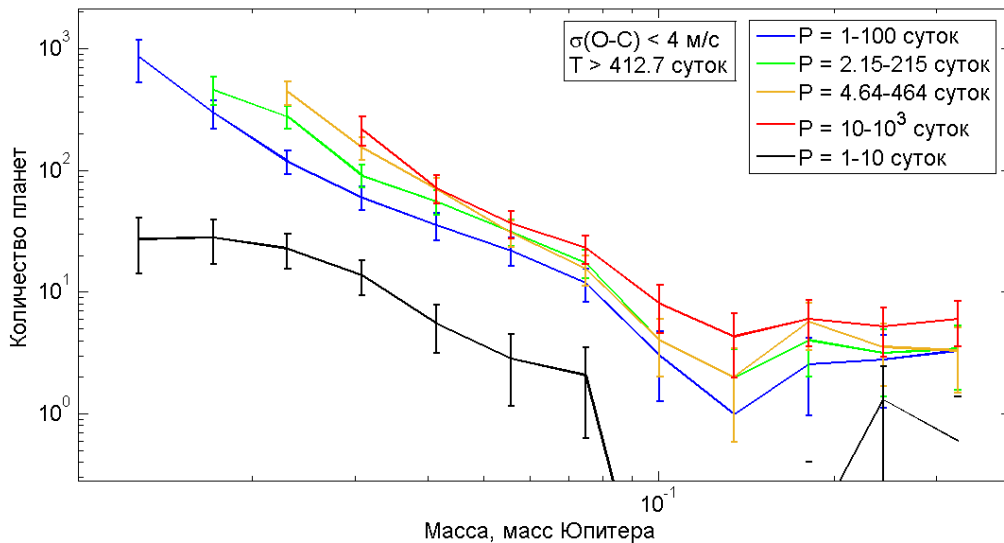


Рисунок 2.21 – Распределение 58 RV-планет с массами 0.087-0.38 масс Юпитера и периодами 1-10⁴ суток в зависимости от отношения $K/\sigma(\text{O-C})$

Хотя для данного диапазона масс $\gamma = 0.75$, было проанализировано влияние изменения коэффициента γ на глубину минимума в распределении RV-планет по минимальным массам путем сравнения скорректированных распределений, полученных с помощью $\gamma = 0.75$ и $\gamma = 1.6$. Были рассмотрены планеты с орбитальными периодами 1-100 суток из систем с уровнем шума $\sigma(O-C) < 8$ м/с. Результат представлен на рисунке 2.22а).



(a)



(б)

(а) Скорректированные с помощью матрицы \mathbf{V} распределения по минимальным массам RV-планет с массами 0.036-0.38 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток из систем с уровнем шума $\sigma(O-C) < 8$ м/с. Синей линией показано распределение, скорректированное с $\gamma = 0.75$, красной линией – распределение, скорректированное с $\gamma = 1.6$.

Черной пунктирной линией показан степенной закон с показателем степени -3 ($dN/d\log m \propto m^{-2}$, соответствующий $dN/dm \propto m^{-3}$).

(б) Скорректированные с помощью матрицы \mathbf{V} распределения по минимальным массам планет из систем с низким уровнем шума $\sigma(O-C) < 4$ м/с, полное время наблюдений которых превышает 412.7 суток: с орбитальными периодами 1-100 суток (показано синей линией), 2.15-

215 суток (показано зеленой линией), 4.64-464 суток (показано желтой линией), $10-10^3$ суток (показано красной линией), 1-10 суток (показано черной линией). Таким образом, можно сделать вывод, что минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера обусловлен дефицитом планет с короткими орбитальными периодами.

Рисунок 2.22 – Скорректированные с помощью матрицы V распределения по минимальным массам RV-планет

Как можно видеть на рисунке 2.22а), изменение коэффициента γ качественно не меняет вида распределения. В области минимума (0.108-0.135 масс Юпитера или 34-43 масс Земли) количество планет, предсказанное степенным законом со стороны малых масс (черная пунктирная линия на рисунке 2.22а), в ~ 7 раза больше количества планет, скорректированного «окном видимости» V для $\gamma = 0.75$. При этом количество планет в этой же области, скорректированное «окном видимости» с $\gamma = 1.6$, в 3.6 раза меньше количества планет, предсказанного степенным законом. Таким образом, можно сделать вывод, что минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера не может быть объяснен только за счет скачка в значении γ .

На рисунке 2.22б) исследованы распределения RV-планет по минимальным массам в зависимости от орбитальных периодов: 10-1000 суток, 4.64-464 суток, 2.15-215 суток и 1-100 суток (были выбраны интервалы периодов, равные в логарифмическом масштабе, так, чтобы верхняя граница диапазона в 100 раз превосходила нижнюю границу). Рисунок 2.22б) наглядно демонстрирует, что глубина минимума увеличивается по мере уменьшения орбитальных периодов. Таким образом, можно сделать вывод, что минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера вызван резким дефицитом планет с периодами короче 10 суток и соответствует т.н. «пустыне горячих нептонов» [64-65].

2.4.6 Максимум в области 6-9 масс Юпитера

Распределение RV-планет по минимальным массам в диапазоне 1.7-13 масс Юпитера может быть представлено в виде суммы степенного закона и дополнительной особенности, избытка планет в области 6-9 масс Юпитера (рисунки 2.17 б, г). Эта особенность проявляется и на общем скорректированном распределении, и на скорректированном распределении планет из не шумных систем с $\sigma(O-C) < 15$ м/с, и на нескорректированном распределении (малиновая точечная линия на рисунке 2.20).

Возможно, данная особенность объясняется вкладом планет, сформировавшихся в результате гравитационной неустойчивости в протопланетном диске [66], тогда как остальные

гиганты сформировались в результате аккреции на ядро [16, 67]. Однако подробное обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящей диссертационной работы.

2.5 Гистограммы распределений RV-планет по орбитальным периодам

В разделе 2.2 была описана методика перехода от наблюдаемой двумерной гистограммы распределения известных RV-планет по минимальным массам и орбитальным периодам $N_0(m_i, P_j)$ к скорректированной двумерной гистограмме $N(m_i, P_j)$ с помощью матриц «окна видимости» $W(m, P)$, $\tilde{W}(m, P)$ и $V(m, P)$. Чтобы получить распределение RV-планет по минимальным массам, было проведено суммирование элементов $N(m_i, P_j)$ по орбитальным периодам. Однако возможно также провести суммирование двумерной гистограммы $N(m_i, P_j)$ по минимальным массам и получить распределение по орбитальным периодам $N(P)$.

Из-за наличия «слепого пятна» (нулевых элементов) в матрицах $W(m, P)$, $\tilde{W}(m, P)$ и $V(m, P)$ невозможно построить распределение по орбитальным периодам RV-планет на всей диаграмме m - P (см. Раздел 2.4), т.е. всех планет с минимальными массами от 0.011 до 13 масс Юпитера и орбитальными периодами от 1 до 10^4 суток. Возможно или получить распределение планет $N_A(P)$ всех масс с орбитальными периодами 1-100 суток аналогично (2.13.2), или распределение $N_B(P)$ планет всех орбитальных периодов и масс, больших 0.12 масс Юпитера (37 масс Земли) аналогично (2.13.3).

Как и в разделе 2.2, и выбранный диапазон масс, и выбранный диапазон орбитальных периодов был разбит на 12 интервалов, равных в логарифмическом масштабе, соответственно:

$$N_A(P) = N(\Delta_{j=7..12}P) = \sum_{i=2}^{12} N(\Delta_i m, \Delta_j P) \times (1/V(\Delta_i m, \Delta_j P)), \quad (2.14.1)$$

$$N_B(P) = N(\Delta_{j=1..12}P) = \sum_{i=5}^{12} N(\Delta_i m, \Delta_j P) \times (1/V(\Delta_i m, \Delta_j P)). \quad (2.14.2)$$

При построении распределения $N_A(P)$ были исключены из рассмотрения самые легкие планеты с массами 0.011-0.02 масс Юпитера, поскольку для них значения некоторых элементов матрицы V очень малы (в частности, $V(1,6) = 4.9 \cdot 10^{-4}$), а статистические погрешности велики, поскольку малое количество реальных планет становится очень большим после коррекции – деления на малое значение элемента матрицы V . Кроме того, согласно [62], в области масс, меньших 5 масс Земли (0.016 масс Юпитера), распределение планет по массам может не следовать степенному закону с показателем степени -3, а значит, расчет матрицы V , сделанный в этом предположении, становится некорректным.

Для планет с минимальными массами $m > 0.12$ масс Юпитера эффективность обнаружения зависит и от уровня шума $\sigma(\text{O-C})$ (который ограничивает эффективность обнаружения со стороны малых масс), и от времени наблюдения T (которое ограничивает эффективность обнаружения со стороны больших орбитальных периодов), поэтому нельзя непосредственно применить подход, описанный в Разделе 2.2 (2.6)–(2.12). Для получения распределений долгопериодических планет необходимо рассматривать или планеты с большим полным временем наблюдений T , для которых условие (2.5.1) выполняется всегда, или лишь достаточно массивные планеты, для которых всегда выполняется условие (2.5.2), и делать различные предположения о зависимости распространенности планет от орбитального периода $f(P)$.

На рисунке 2.23а) показано распределение по орбитальным периодам $N_A(P)$ планет с массами 0.02-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток.

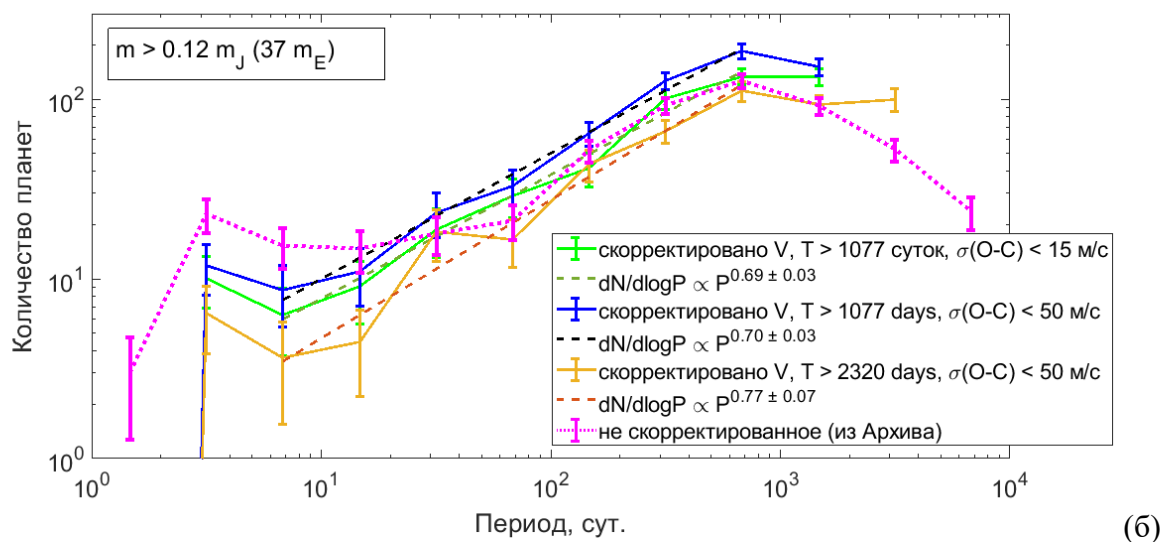
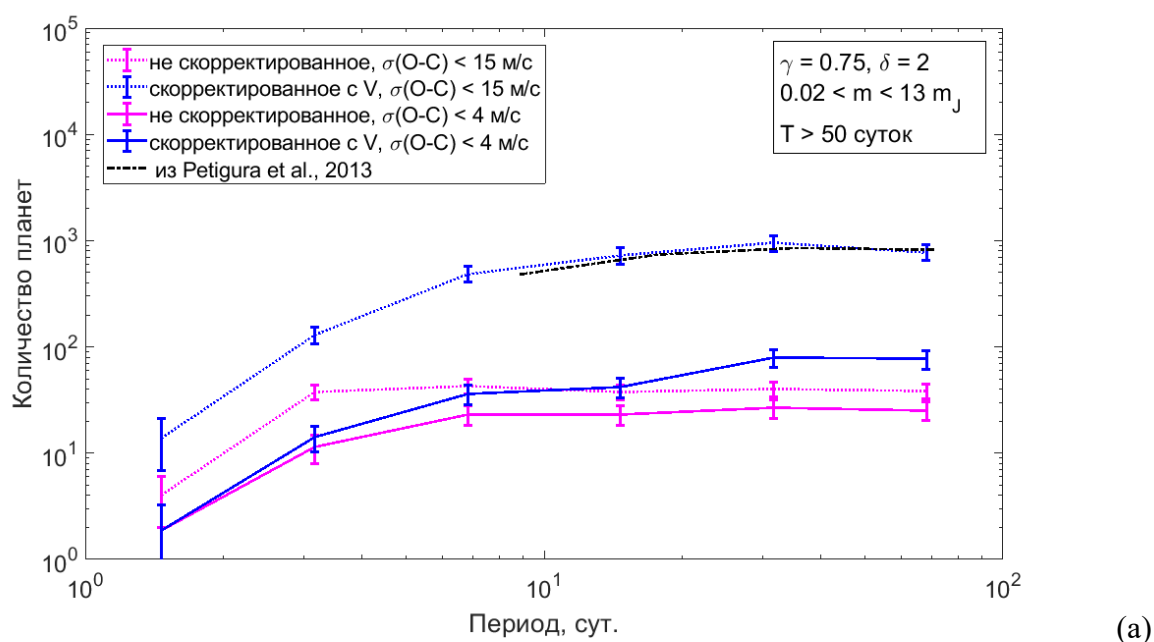
На рисунке 2.23б) показано скорректированное распределение по орбитальным периодам $N_B(P)$ планет с массами 0.12-13 масс Юпитера из систем с полным временем наблюдений $T > 1077$ суток, для которых условие (2.5.1) выполняется для всех планет с периодами меньше 2154 суток, для систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 50$ м/с и $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с. Полученные распределения демонстрируют устойчивое увеличение количества планет с увеличением орбитальных периодов от 6.8 до 680 суток, которое может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени 0.69 ± 0.03 ($dN/d\log P \propto P^{0.69 \pm 0.03}$) и 0.70 ± 0.03 ($dN/d\log P \propto P^{0.70 \pm 0.03}$), соответственно.

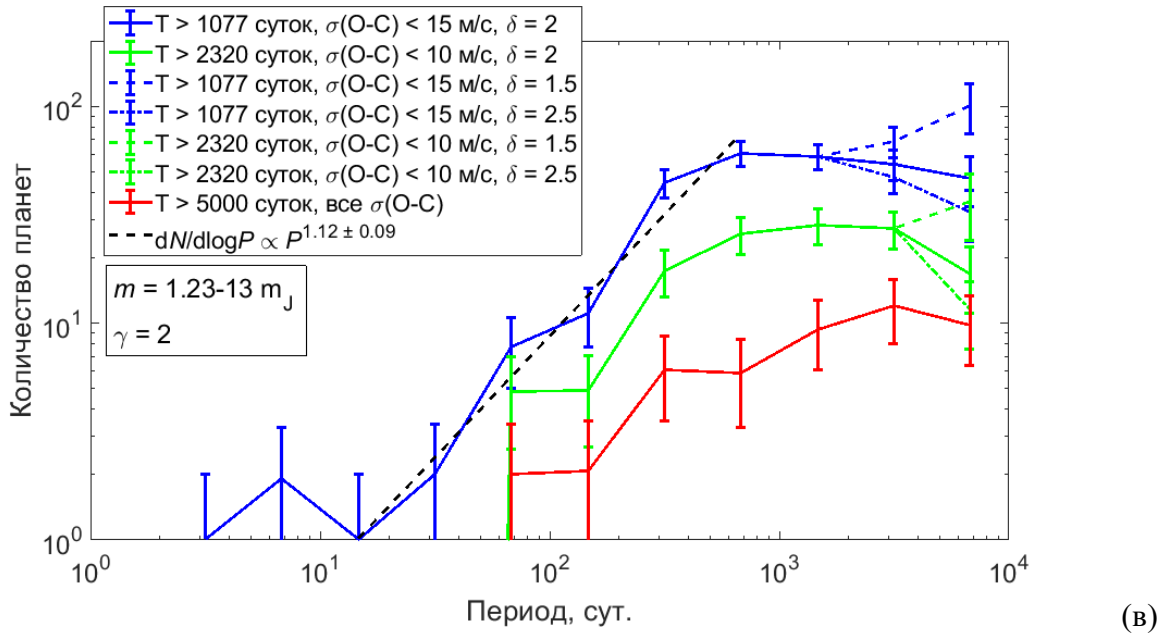
Также на рисунке 2.23б) показано скорректированное распределение по орбитальным периодам $N_B(P)$ планет с массами 0.12-13 масс Юпитера из систем с полным временем наблюдений $T > 2320$ суток и уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 50$ м/с, для которых условие (2.5.1) выполняется для всех планет с периодами меньше 4640 суток. В диапазоне орбитальных периодов 6.8-680 суток это распределение может быть описано степенным законом с показателем степени 0.77 ± 0.07 : $dN/d\log P \propto P^{0.77 \pm 0.07}$, а при периодах 680-4640 суток становится плоским ($dN/d\log P \approx 0$). Для сравнения приведено также не скорректированное (из Экзопланетного архива НАСА) распределение планет с минимальными массами 0.12-13 масс Юпитера с произвольным временем наблюдений T от 40 до 11314 суток.

Выбор коэффициента δ в условии (2.5.1) влияет на распределение RV-планет по орбитальным периодам только для периодов, в δ раз превышающих полное время наблюдений T . Чтобы полностью исключить неопределенности, связанные с выбором δ , следовало бы рассматривать только планеты, открытые наблюдательными программами с большим полным временем наблюдений, однако таких планет мало. Так, только для 107 планет из 695 полное время наблюдений T превышает 5000 суток. Чтобы охватить как можно большее количество планет, были рассмотрены (1) планеты, открытые наблюдательными программами с $T > 2320$

суток и уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 10$ м/с (316 планет) и (2) планеты, открытые наблюдательными программами с $T > 1077$ суток и уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с (523 планеты). В этом случае для планет с минимальными массами 1.2-13 масс Юпитера условие (2.5.2) выполняется всегда: (1) для планет с орбитальными периодами меньше 4640 суток, (2) для планет с орбитальными периодами меньше 2154 суток.

На рисунке 2.23в) показано распределение по орбитальным периодам планет с минимальными массами 1.2-13 масс Юпитера (9-12 столбцы матрицы $\mathbf{N}(m_i, P_j)$) при различных значениях коэффициента δ ($\delta = 1.5, 2.0$ и 2.5) и минимального полного времени наблюдений T ($T > 1077, 2320, 5000$ суток).





(а) $N_A(P)$ – скорректированное распределение планет с минимальными массами 0.02-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток при $\gamma = 0.75$; точечная синяя линия показывает скорректированное распределение планет из систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с, сплошная синяя линия – скорректированное распределение планет из систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 4$ м/с. Малиновыми линиями показаны соответствующие не скорректированные распределения из [1]. Черной штрихпунктирной линией показано распределение по орбитальным периодам транзитных планет «Кеплера» с радиусами 1-16 радиусов Земли и орбитальными периодами 6.25-100 суток из [9].

(б) $N_B(P)$ – скорректированное распределение планет с массами 0.12-13 масс Юпитера при $\gamma = 1.6$; синей и зеленой линиями показаны распределения планет с полным временем наблюдений $T > 1077$ суток и уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 50$ м/с и $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с, соответственно, оранжевой линией – распределение с $T > 2320$ суток и $\sigma(\text{O-C}) < 50$ м/с. Синяя, зеленая и оранжевая пунктирные линии показывают степенные законы с показателями степени 0.69, 0.70 и 0.77, соответственно ($dN/d\log P \propto P^{0.69 \pm 0.03}$, $dN/d\log P \propto P^{0.70 \pm 0.03}$ и $dN/d\log P \propto P^{0.77 \pm 0.07}$).

Нескорректированное (из Экзопланетного архива НАСА) распределение показано точечной малиновой линией. (в) Скорректированное распределение планет с массами 1.2-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-10⁴ суток при $\gamma = 2$ и $\delta = 1.5, 2.0$ и 2.5. Красной линией показано распределение планет с $T > 5000$ суток, зеленой линией – с $T > 2320$ суток и $\sigma(\text{O-C}) < 10$ м/с, синей линией – с $T > 1077$ суток и $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с. Сплошными линиями показаны распределения, скорректированные с $\delta = 2.0$, пунктирными линиями – с $\delta = 1.5$, точечными линиями – с $\delta = 2.5$. Черная пунктирная линия соответствует степенному закону $dN/d\log P \propto P^{1.12 \pm 0.09}$.

Рисунок 2.23 – Распределение по орбитальным периодам RV-планет

Как видно из рисунка 2.23в), нельзя сделать выводы о распределении планет по орбитальным периодам с периодами, более чем вдвое превышающими полное время наблюдений, поскольку в этой области вид распределения сильно зависит от выбора коэффициента δ . Тем не менее, все три распределения на рисунке 2.23в) демонстрируют схожее поведение: планет с массами 1.2-13 масс Юпитера и периодами меньше 46.4 суток очень мало, в области 46.4-464 суток наблюдается быстрое увеличение количества планет, в области 464-4640 суток распределение становится плоским. Есть намек на уменьшение количества планет в последнем интервале ($4640-10^4$ суток), но пока не ясно, насколько это уменьшение реально, и насколько – обусловлено наблюдательной селекцией.

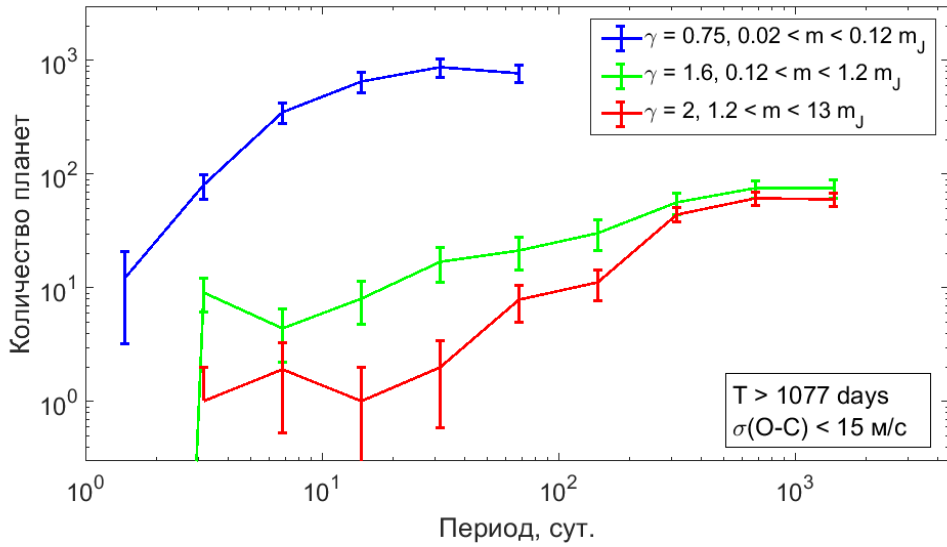
Скорректированное распределение RV-планет по орбитальным периодам было сравнено с аналогичным распределением транзитных планет, обнаруженных «Кеплером» [9]. Распределение планет «Кеплера» с радиусами 1-16 радиусов Земли и орбитальными периодами 6.25-100 суток, показанное черной штрихпунктирной линией на рисунке 2.23а), находится в хорошем согласии с распределением по орбитальным периодам RV-планет с массами 0.02-13 масс Юпитера.

Скорректированное распределение RV-планет по орбитальным периодам было сравнено с распределением планет «Кеплера» с периодами 1-300 суток из [68], рисунок 12). Распределение планет с радиусами 1-16 радиусов Юпитера (показано черной линией на рисунке 12 в [68]) находится в хорошем согласии с распределением RV-планет с минимальными массами 0.02-13 масс Юпитера, показанным синей точечной линией на рисунке 2.23а). Распределение планет с радиусами 8-16 радиусов Юпитера, показанное красной линией на Рисунке 12 в [68], выглядит подобным распределению RV-планет с минимальными массами 0.12-13 масс Юпитера, представленному на рисунке 2.23б). Эти распределения сравнивать правомерно, поскольку диапазон масс 0.12-13 масс Юпитера соответствует планетам-гигантам, чьи радиусы, за редким исключением, превышают 8 радиусов Земли (~ 0.7 радиусов Юпитера) [11].

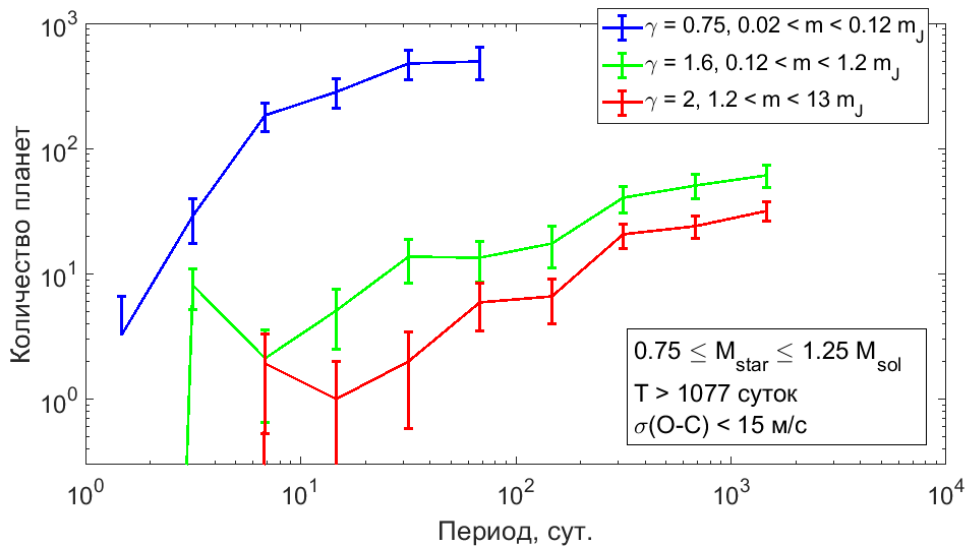
Скорректированное распределение RV-планет по орбитальным периодам было сравнено также с распределением 155 RV-планет с минимальными массами 0.1-20 масс Юпитера, обнаруженных спектрографами HARPS и CORALIE из ([69], рисунок 2). В диапазоне 7-1000 суток [69] показывают увеличение количества планет, а в диапазоне 1000-4000 суток распределение становится плоским. Вместе с тем в диапазоне $4 \cdot 10^3-10^4$ суток [69] показывают резкое уменьшение количества планет, которое не наблюдается на рисунке 2.23 в настоящей диссертационной работы. Возможно, дефицит долгопериодических планет, показанный в [69], объясняется уменьшением эффективности обнаружения легких газовых гигантов с минимальными массами 0.1-0.3 масс Юпитера и орбитальными периодами $4 \cdot 10^3-10^4$ суток, поскольку полуамплитуда колебаний лучевой скорости, наведенных такими планетами,

становится меньше 3 м/с (для звезд солнечной массы), и они в большинстве случаев остаются не обнаруженными.

Поскольку распределение по минимальным массам RV-планет демонстрирует различное поведение в диапазонах масс 0.02-0.12, 0.12-1.2 и 1.2-13 масс Юпитера, были построены распределения по орбитальным периодам планет из каждого диапазона (рисунок 2.24).



а)



б)

(а) Скорректированные распределения по орбитальным периодам RV-планет малых (0.02-0.12 масс Юпитера), средних (0.12-1.2 масс Юпитера) и больших (1.2-13 масс Юпитера) масс показаны синей, зеленой и красной линиями, соответственно. Представлены планеты из систем с уровнем шума $\sigma(\text{O-C}) < 15$ м/с и полным временем наблюдений свыше 1077 суток.

(б) То же, что и в 2.24 а), но для планет, вращающихся вокруг звезд с массами 1.00 ± 0.25 солнечных масс.

Рисунок 2.24 – Скорректированные распределения по орбитальным периодам RV-планет

Рисунок 2.24 показывает, что распределения по орбитальным периодам планет малых, средних и больших масс отличаются друг от друга, что говорит о преимущественном (усредненном) строении планетных систем. Наиболее массивные планеты с минимальными массами 2.2-13 масс Юпитера находятся преимущественно на широких орбитах ($P > 100$ суток). Только у 18 массивных планет из 227 (7.9%) орбитальные периоды короче 100 суток, притом, что среди планет средних масс эта доля достигает 27.9% (65 планет из 233). Распределение планет средних масс демонстрирует примерно двукратный пик в диапазоне периодов 2.15-4.64 суток, который не наблюдается в распределении планет малых и больших масс.

Распределение по орбитальным периодам RV-планет с минимальными массами 0.02-0.12 масс Юпитера (синяя линия на рисунке 2.24) было сравнено с аналогичным распределением планет «Кеплера» с радиусами 1-6 радиусов Земли из ([70], рисунок 15, верхний график). Хотя оба набора планет перекрываются лишь частично, оба распределения находятся в хорошем согласии друг с другом: быстрое увеличение количества планет в диапазоне 1-10 суток сменяется почти плоским распределением в диапазоне 10-100 суток.

Распределение по орбитальным периодам RV-планет с минимальными массами 0.02-0.12 масс Юпитера также было сравнено с аналогичным распределением планет «Кеплера» с радиусами 1.7-4.0 радиусов Земли (т.е. суб-нептунов) и орбитальными периодами 1-300 суток, а распределение RV-планет с минимальными массами 1.2-13 масс Юпитера – с распределением планет «Кеплера» с радиусами 8-24 радиусов Земли (т.е. планет-гигантов) ([71], рисунок 7). И распределение по орбитальным периодам планет малых масс, и распределение планет-гигантов находятся в хорошем согласии с аналогичными распределениями, полученными для планет «Кеплера» [71] в пределах перекрывающихся интервалов орбитальных периодов (1-100 суток для легких планет и 1-300 суток для планет-гигантов).

Хорошее согласие скорректированных с помощью алгоритма «окна видимости» распределений RV-планет по орбитальным периодам с аналогичными распределениями, полученными другими авторами (в том числе планет, открытых транзитным методом, а не методом лучевых скоростей), говорит о корректности предложенного алгоритма и косвенно подтверждает и распределение RV-планет по минимальным массам.

2.6 Выводы по главе 2

Планеты, обнаруженные методом лучевых скоростей и представленные в каталогах экзопланет, открыты на спектрографах разной чувствительности, у звезд с разным уровнем активности, в рамках наблюдательных программ разной продолжительности, с разным количеством измерений лучевой скорости. Все это делает существующие каталоги RV-планет

существенно неоднородными. Для компенсации этой неоднородности предложен метод, названный «окно видимости». «Окно видимости» – это матрица размерности $(n \times n)$ на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» (m, P) , элементы которой $\mathbf{V}(m, P)$ представляют собой вероятность обнаружить планету с данными минимальной массой m и орбитальным периодом P . Для реконструкции истинного распределения $\mathbf{N}(m, P)$ каждую планету следует брать со статистическим весом, обратным вероятности ее обнаружения.

В рамках диссертационной работы рассматривались RV-планеты с минимальными массами от 0.011 до 13 масс Юпитера и орбитальными периодами от 1 до 10^4 суток. Часть элементов матрицы \mathbf{V} в этой области равны нулю, что отражает невозможность обнаружения современными средствами планет малых масс с большими орбитальными периодами. Наличие нулевых членов в матрице \mathbf{V} делает невозможным построение скорректированных распределений RV-планет по минимальным массам и орбитальным периодам на всей диаграмме (m, P) . Возможно построение скорректированных распределений или для планет с минимальными массами 0.02-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-100 суток, или для планет с массами 0.21-13 масс Юпитера и периодами 1-3981 суток.

Скорректированное распределение по минимальным массам маломассивных RV-планет (с минимальными массами 0.02-0.21 масс Юпитера) возможно получить только для орбитальных периодов короче 100 суток. В диапазоне 0.02-0.087 масс Юпитера оно следует степенному закону с показателем степени -3 : $\frac{dN}{dm} \propto m^{-3}$. В области 0.087-0.21 масс Юпитера наблюдается минимум, вызванный наличием т.н. «пустыни горячих нептонов» [64-65].

Скорректированное распределение по минимальным массам RV-планет с минимальными массами 0.21-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-3981 суток следует кусочному степенному закону. Для планет средних масс (0.21-1.7 масс Юпитера) показатель степени равен $-0.8 \dots -1$: $(\frac{dN}{dm} \propto m^{-0.8 \dots -1.0})$, для планет больших масс (1.7-13 масс Юпитера) показатель степени равен $-1.7 \dots -2.0$: $(\frac{dN}{dm} \propto m^{-1.7 \dots -2.0})$.

Следует отметить, что скорректированные распределения по минимальным массам RV-планет с минимальными массами 0.21-13 масс Юпитера существенно различаются в диапазоне 1-100 суток и 1-3981 суток – большинство планет с массами свыше 2.2 масс Юпитера находятся на орбитах с периодами свыше 100 суток.

Скорректированные распределения RV-планет по орбитальным периодам согласуются с распределениями по орбитальным периодам транзитных экзопланет. В частности, скорректированное распределение по орбитальным периодам RV-планет с минимальными массами 0.02-13 масс Юпитера согласуется с распределением по орбитальным периодам транзитных планет «Кеплера» с радиусами 1-16 радиусов Земли и орбитальными периодами 6.25-

100 суток [9]. Скорректированное распределение по орбитальным периодам RV-планет с минимальными массами 0.02-0.12 масс Юпитера согласуется с распределением по орбитальным периодам транзитных планет «Кеплера» с радиусами 1-6 радиусов Земли и орбитальными периодами 1-100 суток из ([70], рисунок 15). Скорректированное распределение по орбитальным периодам RV-планет с минимальными массами 0.12-13 масс Юпитера согласуется с распределением по орбитальным периодам транзитных планет «Кеплера» с радиусами 8-16 радиусов Земли и орбитальными периодами 1-300 суток [68]. Скорректированное распределение по орбитальным периодам RV-планет с массами 0.12-13 масс Юпитера согласуется с распределением 155 RV-планет, обнаруженных спектрографами HARPS и CORALIE, с минимальными массами 0.1-20 масс Юпитера из ([69], Рисунок 2), в диапазоне $1-4 \cdot 10^3$ суток.

Скорректированные распределения по минимальным массам RV-планет с минимальными массами 0.21-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-3981 суток согласуются с предсказаниями космогонической теории популяционного синтеза [3]. Скорректированные распределения по минимальным массам RV-планет с минимальными массами 0.02-0.087 масс Юпитера и периодами 1-100 суток согласуются с предсказаниями нового поколения моделей популяционного синтеза [62].

Скорректированные распределения по орбитальным периодам планет малых, средних и больших масс отличаются друг от друга, что говорит о преимущественном (усредненном) строении планетных систем. Наиболее массивные планеты с минимальными массами 2.2-13 масс Юпитера находятся преимущественно на широких орбитах ($P > 100$ суток).

ГЛАВА 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО МАССАМ ТРАНЗИТНЫХ ПЛАНЕТ

3.1 Особенности исследования транзитных планет

У планет, обнаруженных методом лучевых скоростей, из наблюдений определяется не истинная (физическая) масса m , а т.н. минимальная, или проективная масса, т.е. произведение $m \cdot \sin i$, где i – наклонение орбиты планеты к лучу зрения. В подавляющем большинстве случаев наклонение i неизвестно. При малых углах наклона (когда орбита планеты видна практически *плашмя*) истинная масса планеты может превышать минимальную в несколько (а иногда и в несколько десятков) раз. Поэтому распределение планет по минимальным массам в общем случае будет отличаться от распределения по истинным массам [72].

В случае транзитной конфигурации, когда планета с точки зрения земного наблюдателя периодически проходит по диску своей звезды, ориентация орбиты относительно луча зрения известна, и можно определить не только минимальную, но и истинную массу планеты. Таким образом, рассматривая распределение по массам транзитных экзопланет, можно избавиться от влияния фактора « $\sin i$ », т.е. от неопределенностей, связанных с неизвестным наклоном планетных орбит.

Первая транзитная планета – горячий юпитер HD 209458 b – была открыта в 2000 году [73]. С тех пор организовано множество наблюдательных программ, посвященных поиску планет транзитным методом – как наземных (SuperWASP, NATNet, KELT, NGTS, XO, QES, TrES, MEarth и др.), так и космических (CoRoT, Kepler, TESS).

Наземные и космические наблюдательные программы следует рассматривать по отдельности, поскольку факторы наблюдательной селекции для них существенно различаются. Наземные транзитные наблюдательные программы ведут поиск планет с помощью фотометрических наблюдений автоматическими широкоугольными телескопами небольшой апертуры (обычно 10-40 см). Наблюдения сквозь турбулентную земную атмосферу ограничивают точность единичного фотометрического замера величиной 0.1-0.3%, что затрудняет обнаружение планет за пределами размерного класса гигантов, т.е. планет с радиусами менее 0.7-0.8 радиусов Юпитера (у солнцеподобных звезд). Наземные транзитные наблюдательные программы оптимизированы под поиск горячих юпитеров, поэтому подавляющее большинство открытых ими планет относится именно к этому типу.

Размеры планет-гигантов практически не зависят от их массы – и планеты с массой Сатурна (0.3 масс Юпитера), и планеты с массой ~ 10 масс Юпитера имеют приблизительно одинаковые радиусы, близкие к радиусу Юпитера [74]. Исключение составляют планеты, расположенные очень близко к своей звезде и нагретые звездным излучением до температур свыше 1000-1200 К. Сильный нагрев приводит к «разбуханию» планетных атмосфер и

увеличению видимого радиуса транзитных планет, иногда до 1.5-2 радиусов Юпитера, такие планеты называют «раздутыми» (inflated).

Поскольку наземные транзитные наблюдательные программы не эффективны в поисках планет с радиусами менее 0.7-0.8 радиусов Юпитера, распределение по массам транзитных планет не искажено наблюдательной селекцией только в области планет-гигантов (с массами свыше ~0.4 масс Юпитера). Транзиты планет меньших размеров и масс (нептунов и суперземель) детектируются плохо (замываются звездными мерцаниями), поэтому из 362 транзитных экзопланет, открытых наземными наблюдательными программами, только 18 имеют радиусы меньше 0.7 радиусов Юпитера (HAT-P-11 b, HAT-P-26 b, HATS-7 b, HATS-37A b, HATS-38 b, WASP-156 b, WASP-166 b, GJ 1132 b, GJ 1214 b, LHS 1140 b, c, и семь планет системы TRAPPIST-1). Обнаружение этих планет стало возможным лишь благодаря малым радиусам их родительских звезд, относящихся к спектральным классам M и поздним K (поскольку глубина транзита приблизительно равна квадрату отношения радиусов планеты и звезды $(R_p/R_{star})^2$ [19], транзиты планет по дискам звезд малого радиуса оказываются глубже и заметнее, чем транзиты планет того же размера по дискам более крупных звезд).

Массы подавляющего большинства транзитных экзопланет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, измерены методом лучевых скоростей. Исключение составляют 8 планет, для которых получены только верхние пределы на массу (WASP-167 b, HAT-P-70 b, HATS-69 b, HATS-62 b, KELT-19A b, KELT-20 b, KELT-21 b, XO-6 b). Таким образом, доля планет с измеренной массой среди транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, достигает 98%.

Вынесение телескопов за пределы земной атмосферы значительно увеличивает точность фотометрии. Так, точность фотометрии космического телескопа «Кеплер» для звезд 12 звездной величины при интегрировании сигнала в течение 6.5 часов достигала в среднем 29 ppm (0.0029%) [33], а заявленная точность фотометрии телескопов миссии TESS – 200 ppm (0.02%) для звезд 10 звездной величины и времени интегрирования 1 час [75]. Это позволяет космическим телескопам обнаруживать транзиты небольших планет, в том числе сравнимых по размерам с Землей. Вместе с тем малая апертура космического телескопа и неудачный выбор наблюдательной стратегии (например, мониторинг небольшого количества преимущественно тусклых звезд) могут в значительной степени нивелировать преимущества космического базирования. Так, из 32 транзитных планет, обнаруженных миссией CoRoT (ЕКА), только 6 планет имеют радиусы меньше 0.7 радиусов Юпитера. Это говорит о низкой эффективности миссии CoRoT в поисках планет за пределами размерного класса гигантов.

Поскольку каждая из космических транзитных миссий (CoRoT, Kepler, TESS) имеет разную апертуру и фотометрическую точность, вела/ведет мониторинг одного и того же участка

небесной сферы разное время, наблюдает звезды различной яркости (различной видимой звездной величины), каждую из них следует рассматривать по отдельности. В данном разделе обсуждаются планеты, обнаруженные космическим телескопом «Кеплер», и планеты, открытые наземными наблюдательными программами.

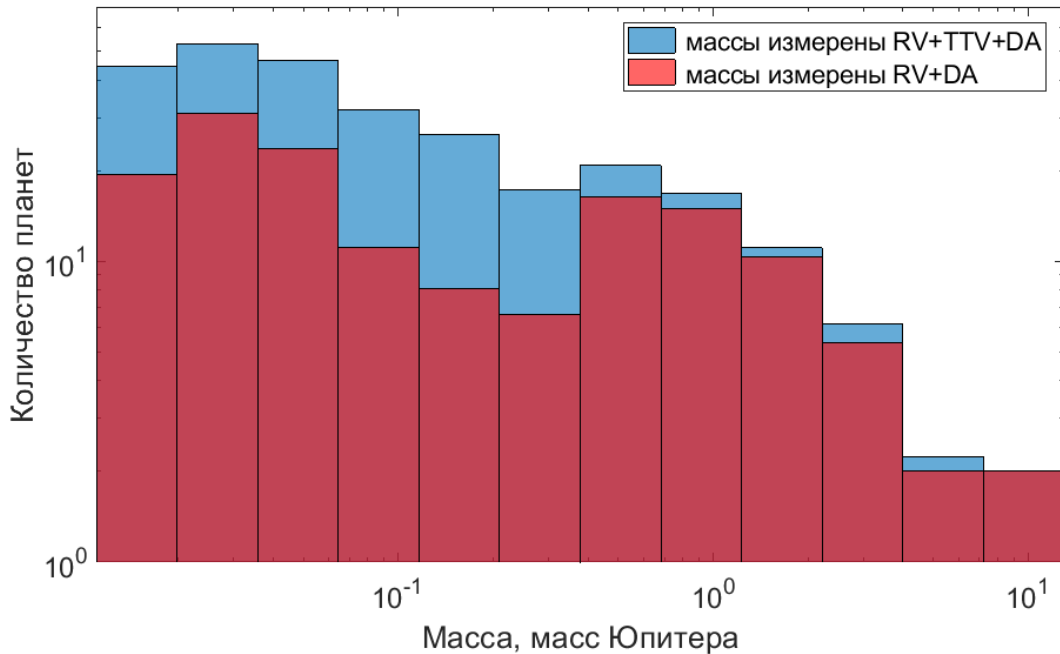
3.2 Транзитные планеты, обнаруженные космическим телескопом «Кеплер»

Ключевой миссией по исследованию экзопланет стала миссия НАСА «Кеплер» [76]. «Кеплер» – космический телескоп системы Шмидта с апертурой 0.95 м и полосой пропускания в диапазоне 430-890 нм, предназначенный для поиска планет у солнцеподобных звезд транзитным методом. 7 марта 2009 года аппарат был запущен на гелиоцентрическую орбиту с большой полуосью 1.013 а.е., эксцентриситетом 0.036, наклоном к эклиптике 0.45° и орбитальным периодом 372.6 суток. В течение трех лет – с мая 2009 года по май 2012 года «Кеплер» почти непрерывно наблюдал один и тот же участок небесной сферы площадью 105 квадратных градусов на границе созвездий Лебедя и Лиры, ведя фотометрический мониторинг ~150 тысяч звезд. В мае 2012 года после выхода из строя второго маховика системы ориентации «Кеплер» потерял способность поддерживать свою ориентацию в пространстве с требуемой точностью и перешел в защищенный режим. С июня 2014 года по октябрь 2018 года «Кеплер» проводил наблюдения участков неба вдоль эклиптики в рамках расширенной миссии K2 и был выключен в ноябре 2018 года после полного исчерпания топлива на борту. Общее количество звезд, наблюдаемых телескопом, превысило 530 тысяч [34], им открыто свыше 60% всех известных экзопланет.

3.2.1 Учет разной доли планет «Кеплера» с измеренной массой в зависимости от радиуса планеты. Коэффициент измеренности массы

В отличие от транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, чьи массы измерены в 98% случаев, массы транзитных планет «Кеплера», как правило, остаются неизвестными. К апрелю 2022 года были подтверждены 3246 транзитных планет, обнаруженных «Кеплером», но только у 335 из них была так или иначе измерена масса [1]. Доля планет «Кеплера» с измеренной массой относительно общего количества подтвержденных планет «Кеплера» близка к единице в размерной области планет-гигантов (для планет с радиусами 1-2 радиусов Юпитера) и падает ниже 0.2 для планет с радиусами меньше 0.3 радиусов Юпитера. С одной стороны, это вызвано тем, что массы планет-гигантов легче измерить методом лучевых скоростей, чем массы более легких планет (нептунов и суперземель), а с другой

– планет-гигантов гораздо меньше по количеству, чем планет небольших размеров. Поэтому наблюдаемое распределение планет «Кеплера» по массам (синяя гистограмма на рисунке 3.1) отличается от истинного распределения, которое мы имели бы, если бы измерили массы всех планет «Кеплера».



Синим цветом показано распределение планет, чьи массы измерены всеми возможными методами, красным цветом показано распределение планет, чьи массы были измерены методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа.

Рисунок 3.1 – Наблюдаемое (полученное из [1]) распределение планет «Кеплера» по массам

Чтобы учесть этот фактор, интервал планетных радиусов от 0.08 до 2 радиусов Юпитера был разбит на 12 интервалов, равных в логарифмическом масштабе. Число интервалов было выбрано по правилу Стёрджиса [53] по формуле:

$$n = 1 + [3.322 \cdot \lg N], \quad (3.1)$$

где n – оптимальное количество интервалов, N – количество планет (3246).

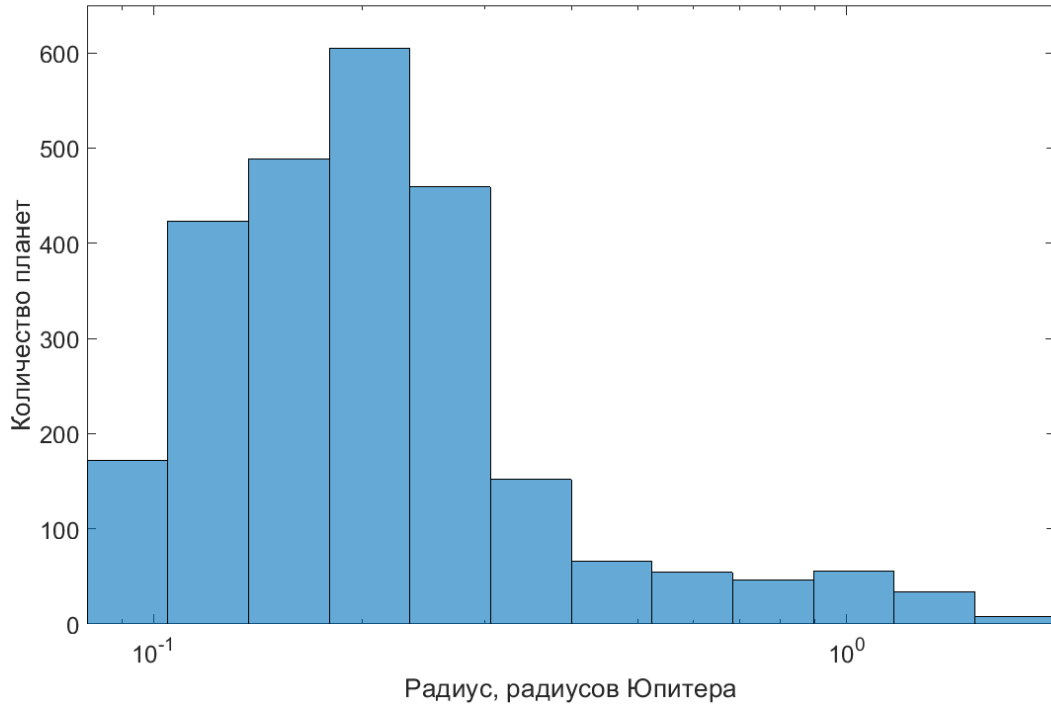
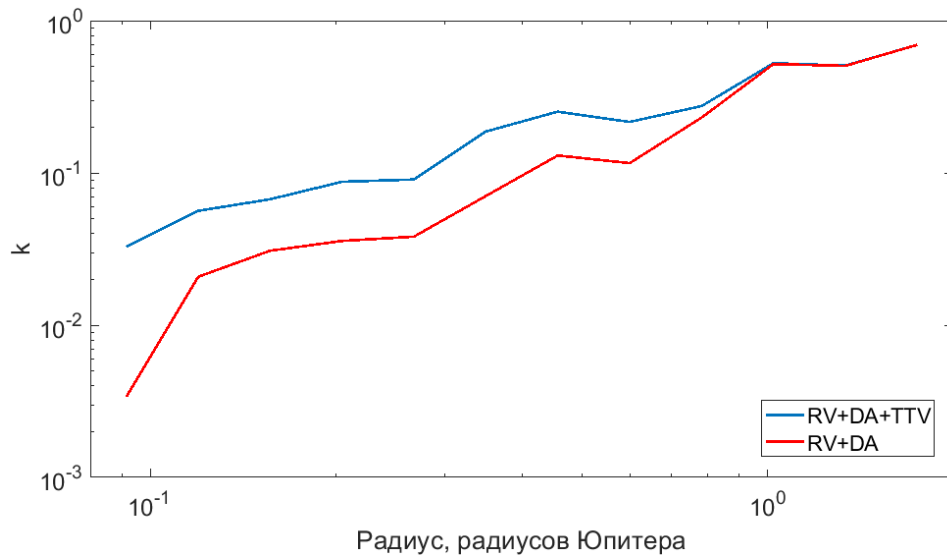


Рисунок 3.2 – Распределение транзитных планет «Кеплера» по радиусам в диапазоне от 0.08 до 2 радиусов Юпитера

Для каждого интервала радиусов в гистограмме распределения планет «Кеплера» по радиусам была вычислена доля планет с измеренной массой, эта величина была названа «коэффициентом измеренности массы» k . Зависимость коэффициента измеренности массы от радиуса для 335 планет «Кеплера» представлена на рисунке 3.3 синей линией. Коэффициент k близок к единице в области планет-гигантов и падает ниже 0.2 для планет с радиусами меньше 0.3 радиусов Юпитера.

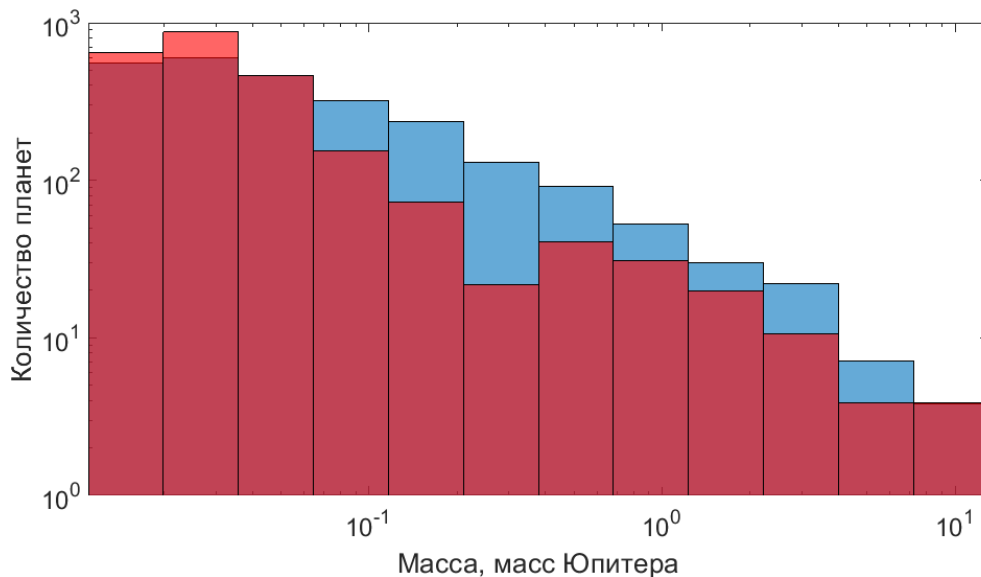
Чтобы перейти от распределения планет «Кеплера» по радиусам к распределению по массам, каждая планета «Кеплера» с измеренной массой была взята со статистическим весом, обратным коэффициенту измеренности массы в том интервале, куда попадает ее радиус. Например, в интервал 0.179-0.234 радиусов Юпитера (4-й слева интервал на рисунке 3.2) попадает 698 планет «Кеплера», из них массы измерены у 61 планеты. При построении скорректированного распределения планет «Кеплера» по массам каждая из этих 61 планет была взята со статистическим весом, равным $698/61 = 11.44$.



Синей линией показан коэффициент измеренности массы для всех планет «Кеплера» с измеренной массой, красной линией – для планет «Кеплера», чьи массы были измерены методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа.

Рисунок 3.3 – Зависимость коэффициента измеренности массы k от радиуса для транзитных планет, обнаруженных «Кеплером»

Скорректированное таким образом распределение планет «Кеплера» по массам показано синей гистограммой на рисунке 3.4.



Синяя гистограмма показывает распределение планет, чьи массы были измерены всеми возможными способами, красная гистограмма – распределение планет, чьи массы были измерены методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа.

Рисунок 3.4 – Скорректированные с помощью коэффициента измеренности массы k распределения по массам транзитных планет «Кеплера»

Скорректированное распределение по массам планет «Кеплера» существенно отличается от скорректированного распределения по минимальным массам планет, обнаруженных методом лучевых скоростей [15]. Чтобы разрешить данное противоречие, в п. 3.1.2 были рассмотрены методы, с помощью которых определялись массы транзитных планет.

3.2.2. Применяемые методы определения масс транзитных планет

Массы транзитных экзопланет определяются методом лучевых скоростей, методом тайминга транзитов или с помощью фотодинамического моделирования.

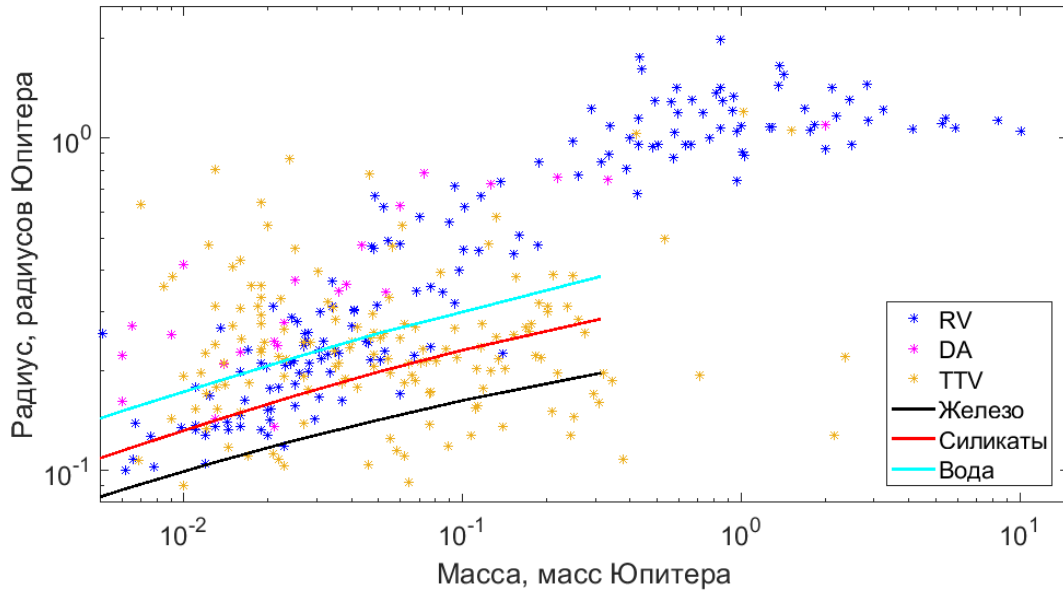
Метод лучевых скоростей основан на регистрации колебаний лучевой скорости звезды, обусловленных ее движением вокруг барицентра планетной системы (см. раздел 2.1, формула 2.2). Если система находится в транзитной конфигурации, т.е. планета проходит по диску своей звезды, наклонение орбиты планеты i известно и близко к 90° , $\sin i \approx 1$, и минимальная масса $m \sin i$ близка к истинной массе m . Метод лучевых скоростей обеспечивает наиболее достоверное и надежное определение масс транзитных планет. Однако он применим лишь к планетам у сравнительно ярких звезд. При уменьшении блеска звезды растет фотонный (дробовый) шум, точность измерения лучевой скорости звезды падает, и колебания лучевой скорости малой амплитуды становятся не обнаружимыми. На практике это означает, что у звезд 13-15 звездной величины доступны измерению только массы планет-гигантов, вызывающих у своих звезд колебания лучевой скорости с полуамплитудой в сотни метров в секунду, тогда как массы более легких планет могут быть измерены лишь у звезд ярче 11-12 звездной величины. При этом большинство транзитных планет, обнаруженных «Кеплером» в рамках основной миссии, вращаются вокруг тусклых звезд 14-16 звездной величины, что препятствует измерению их масс методом лучевых скоростей [77-78].

Метод тайминга транзитов (TTV-метод) не зависит от яркости родительской звезды и может быть применен к планетам даже у тусклых звезд. Если вокруг звезды вращается не одна, а несколько планет, их взаимное гравитационное влияние приводит к регулярному отклонению времени наступления транзитов от строгой периодичности. В общем случае эти отклонения очень малы (меньше минуты) и не поддаются надежной регистрации, однако если планеты находятся вблизи резонанса среднего движения низкого порядка, т.е. если их орбитальные периоды относятся друг к другу как небольшие целые числа, отклонения времени наступления транзитов от линейных эфемерид могут достигать десятков минут и даже часов [79]. Анализируя эти отклонения, можно оценить массы планет.

Однако амплитуда вариаций времени наступления транзитов зависит не только от масс планет, но и от эксцентриситетов их орбит [80]. TTV-метод позволяет измерять не истинные, а т.н. номинальные массы планет, которые соотносятся с истинными массами достаточно сложным образом (формула 7 в [80]). При очень малых эксцентриситетах орбит истинные массы равны номинальным, но в общем случае номинальные массы могут в несколько раз превосходить истинные, причем даже в случае эксцентриситетов орбит, меньших 0.06. Номинальные массы многих планет принимают нефизично большие значения, а формально вычисленные средние плотности таких планет многократно превышают плотность планет из железа. Так, номинальная масса суперземли Kepler-323 b с радиусом 1.43 ± 0.28 радиусов Земли достигает $2.153 + 1.555/-0.923$ масс Юпитера, а номинальная масса планеты Kepler-349 b с радиусом 1.90 ± 0.72 радиуса Земли – $0.297 + 0.223/-0.190$ масс Юпитера [80]. Огромные погрешности, сравнимые с измеряемой величиной, делают полученные оценки номинальных масс многих планет не применимыми на практике. Фактически, массы этих планет остаются неизвестными.

Фотодинамическое моделирование применяется, как правило, к планетным системам, включающим в себя несколько транзитных планет. Исследователи моделируют орбитальное движение планет, варьируя их массы, так, чтобы модель воспроизводила наблюдаемые времена и продолжительности транзитов. В частности, с помощью фотодинамического моделирования были определены массы трех планет в системе Kepler-30 [81] и шести планет в системе Kepler-11 [82]. Фактически этот метод является частным случаем TTV-метода, поскольку основан на регистрации взаимного влияния планет друг на друга, однако он не требует обязательной резонансной конфигурации и позволяет вычислять не номинальные, а истинные массы.

Из 335 планет «Кеплера» с измеренной массой у 157 планет массы измерены методом лучевых скоростей, у 155 планет они измерены с помощью тайминга транзитов, и у 23 – с помощью фотодинамического анализа (рисунок 3.5). Распределение транзитных планет «Кеплера», чьи массы были измерены методом лучевых скоростей (показаны синими звездочками на рисунке 3.5), явно отличается от распределения планет, чьи номинальные массы были измерены методом тайминга транзитов (оранжевые звездочки на рисунке 3.5). Это говорит о том, что измеренные номинальные массы из-за не равного нулю эксцентриситета орбит многократно (причем на неизвестную величину) превышают истинные массы планет, а значит, истинные массы этих планет фактически остаются неизвестными. Далее в настоящей работе рассматриваются только 164 транзитные планеты «Кеплера», чьи массы были измерены методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа (т.е. исключаются планеты, чьи массы были измерены TTV-методом).



Синим цветом показаны планеты, чьи массы были измерены методом лучевых скоростей (RV), зеленым – планеты, чьи массы были измерены с помощью фотодинамического анализа (DA), и оранжевым – таймингом транзитов (TTV). Черной, красной и голубой линиями показаны модельные соотношения масса – радиус для планет из железа, силикатов и воды [83-84].
Рисунок 3.5 – Планеты «Кеплера» с измеренной массой на диаграмме «Масса – Радиус» в зависимости от способа измерения массы

Наблюдаемое (полученное из [1]) распределение по массам планет «Кеплера», чьи массы были измерены методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа, показано красной гистограммой на рисунке 3.1. Зависимость коэффициента измеренности массы k от радиуса для 164 выбранных транзитных планет «Кеплера» показана красной линией на рисунке 3.3. Скорректированное при помощи коэффициента измеренности массы k распределение 164 планет «Кеплера», чьи массы были измерены методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа, показано красной гистограммой на рисунке 3.4. Как можно видеть, исключение планет, чьи массы были измерены TTV-методом, качественно меняет вид распределения – появляется минимум вблизи 0.28 масс Юпитера.

3.2.3. Учет геометрической вероятности транзитной конфигурации планет «Кеплера»

Транзитный метод позволяет зарегистрировать только те планеты, которые с точки зрения земного наблюдателя проходят по диску родительской звезды, т.е. планеты, наклонение орбит которых мало отличается от 90° . Большинство планет не являются транзитными. Если обозначить вероятность транзитной конфигурации как p ($p \ll 1$), то обнаружение одной

транзитной планеты означает наличие (в среднем) $1/p$ таких же планет, большинство из которых не проходит по диску родительской звезды и остается не обнаружимым транзитным методом.

В общем случае вероятность транзитной конфигурации составляет [19]:

$$p = \frac{r_* \pm r}{a} \cdot \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \quad (3.2)$$

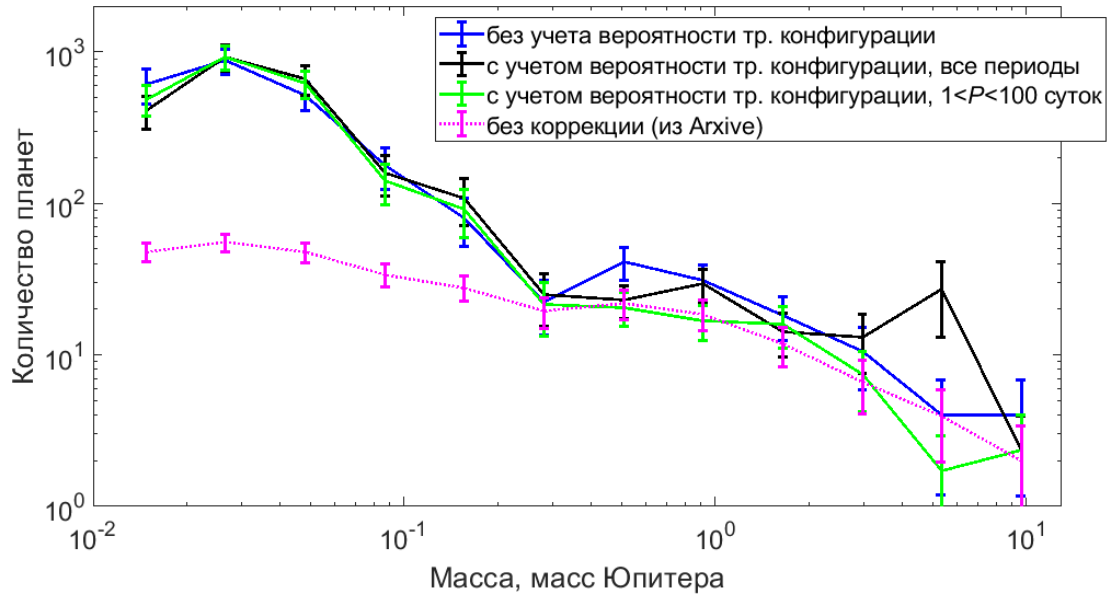
где r_* , r – радиусы звезды и планеты, соответственно, a – большая полуось орбиты планеты, e – эксцентриситет, ω – аргумент перицентра. Знак «+» соответствует включению, а знак «-» исключению скользящих транзитов, когда планета касается звездного диска только краем.

Если радиус планеты много меньше радиуса звезды, а орбита планеты близка к круговой, то (3.2) упрощается до

$$p = \frac{r_*}{a} \quad (3.3)$$

Вероятности транзитной конфигурации для разных планет «Кеплера» значительно отличаются друг от друга. Так, отношение радиуса звезды к длине большой полуоси орбиты r_*/a для планеты Kepler-91 b составляет $1/2.45 = 40.8\%$ [85], а для планеты Kepler-1647 b – $1/325.7 = 0.31\%$ [86]. Если распределение планет по массам зависит от среднего расстояния между планетой и звездой, наблюдаемое распределение транзитных планет будет отличаться от истинного.

Чтобы учесть также и не транзитные планеты, каждая транзитная планета «Кеплера» учитывалась со статистическим весом, обратным вероятности транзитной конфигурации. Затем распределение было нормировано так, чтобы общее количество планет не изменилось. Результат представлен на рисунке 3.6.



Для сравнения малиновой точечной линией показано не скорректированное распределение планет «Кеплера» по массам (из [1]).

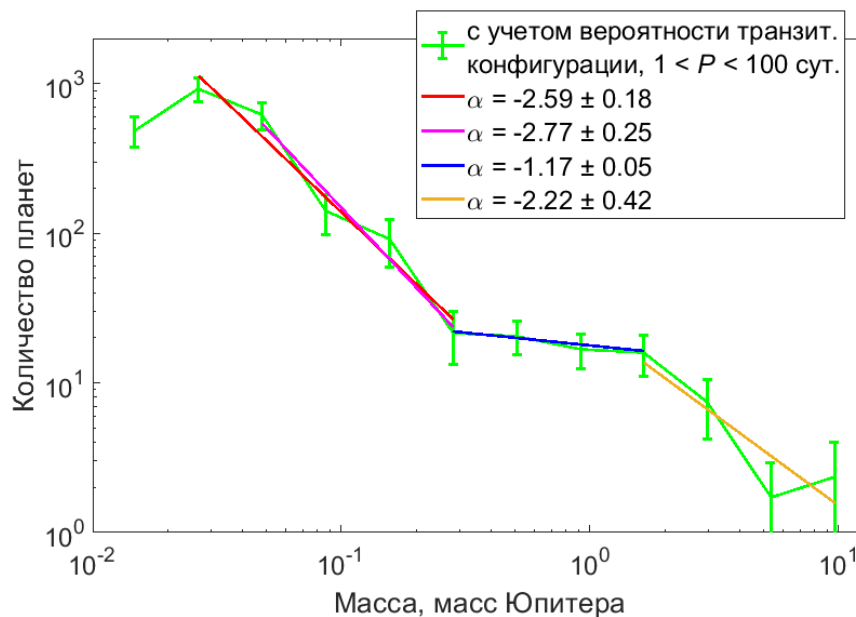
Рисунок 3.6 – Скорректированное с помощью коэффициента измеренности массы k распределение планет «Кеплера» по массам: синяя линия – без учета вероятности транзитной конфигурации, черная линия – с учетом вероятности транзитной конфигурации для планет с любыми орбитальными периодами, зеленая линия – с учетом вероятности транзитной конфигурации, но для планет с периодами от 1 до 100 суток

Как можно видеть на рисунке 3.6, скорректированные распределения планет «Кеплера» без учета и с учетом вероятности транзитной конфигурации почти не отличаются друг от друга в области масс планет от 0.02 до 0.28 масс Юпитера, но существенно различаются для планет-гигантов, особенно в области 4-7 масс Юпитера. Это связано с тем, что распространенность планет-гигантов существенно зависит от орбитального периода (массивные планеты находятся преимущественно на широких орбитах с периодами свыше 100 суток). Планетам с большими орбитальными периодами соответствует низкая вероятность транзитной конфигурации, поэтому такие планеты входят в скорректированные гистограммы с большим статистическим весом. Так, пик в интервале 4-7.2 масс Юпитера (черная линия на рисунке 3.6) обусловлен вкладом всего двух планет – Kepler-1514 b массой 5.28 ± 0.22 масс Юпитера и орбитальным периодом 217.8 суток (статистический вес 125.2) и Kepler-1704 b массой 4.15 ± 0.29 масс Юпитера и орбитальным периодом 988.9 суток (статистический вес 255.8). Если ограничиться планетами с орбитальными периодами от 1 до 100 суток, пик в интервале 4-7.2 масс Юпитера исчезает.

3.2.4. Аппроксимация распределения планет «Кеплера» кусочным степенным законом

Скорректированное с помощью коэффициента измеренности массы k и с учетом вероятности транзитной конфигурации распределение планет «Кеплера» по массам может быть аппроксимировано кусочным степенным законом с изломами при ~ 0.28 и ~ 1.7 масс Юпитера (рисунок 3.7). В области масс $0.02-0.28$ масс Юпитера показатель степени имеет значение -2.59 ($dN/dm \propto m^{-2.59 \pm 0.18}$). Если рассматривать планеты в диапазоне $0.036-0.28$ масс Юпитера, показатель степени окажется равен -2.77 ($dN/dm \propto m^{-2.77 \pm 0.25}$). Показатель степени был вычислен по методу наименьших квадратов, стандартное отклонение значений показателя степени вычислено по формуле стандартной ошибки коэффициента регрессии.

В области $0.28-1.7$ масс Юпитера распределение становится плоским в логарифмическом масштабе. Формальное значение показателя степени составляет -1.17 ± 0.05 (рисунок 3.7), однако, если принять во внимание статистические погрешности, распределение совместимо также с $dN/dm \propto m^{-1}$.



В области $0.02-0.28$ и $0.036-0.28$ масс Юпитера (показаны красной и малиновой линией) показатели степени равны -2.59 ± 0.18 и -2.77 ± 0.25 , соответственно. В области $0.28-1.7$ масс Юпитера (показана синей линией) показатель степени равен -1.17 ± 0.05 . В области $1.7-13$ масс Юпитера (показана оранжевой линией) показатель степени равен -2.22 ± 0.42 .

Рисунок 3.7 – Аппроксимация кусочным степенным законом скорректированного распределения по массам планет «Кеплера»

Планет «Кеплера» с массой больше 2.2 масс Юпитера известно всего 9 , поэтому в этой области масс статистические погрешности очень велики. Формально распределение тяжелых

планет «Кеплера» может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени -2.22 ± 0.42 (оранжевая линия на рисунке 3.7).

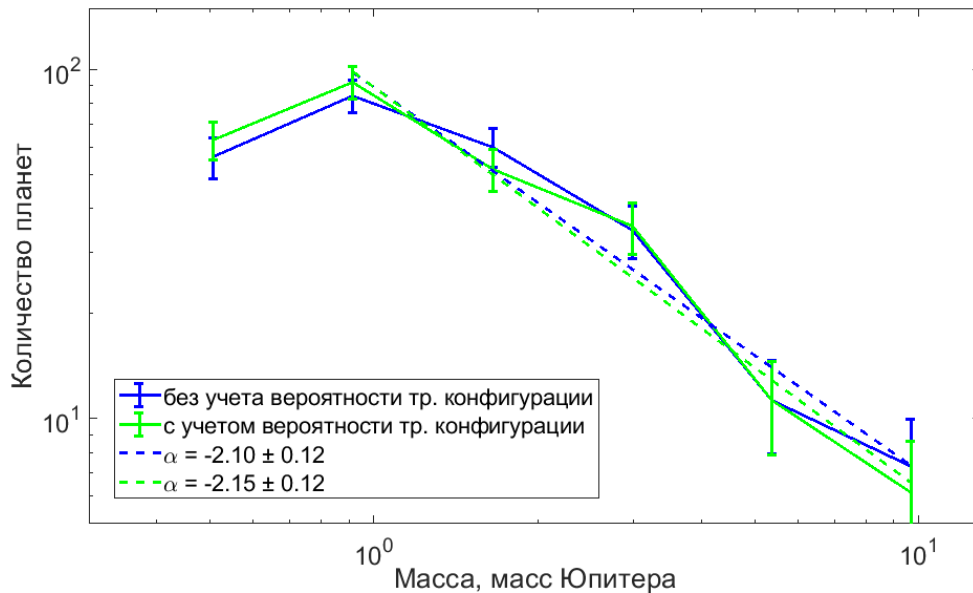
3.3 Транзитные планеты, обнаруженные наземными наблюдательными программами

Распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, подробно рассмотрено в [11]. Поскольку их массы в 98% случаев известны, коэффициент измеренности массы не вводился (для планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, он близок к 1 и не влияет на полученный результат). Однако поскольку наземные транзитные наблюдательные программы не эффективны в поисках планет с радиусами менее 0.7-0.8 радиусов Юпитера, распределение по массам транзитных планет не искажено наблюдательной селекцией только в области планет-гигантов (с массами свыше ~ 0.5 масс Юпитера).

Нижняя граница диапазона масс, где наблюдательной селекцией можно пренебречь, была определена из следующих соображений. Хотя среди газовых гигантов известно несколько десятков планет сравнительно малых масс (так, WASP-127 b при радиусе 1.31 ± 0.03 радиусов Юпитера имеет массу 0.165 ± 0.021 масс Юпитера, а KELT-11 b при радиусе 1.35 ± 0.10 радиусов Юпитера – 0.171 ± 0.015 масс Юпитера), известны также достаточно компактные планеты-гиганты, например, K2-60 b при радиусе 0.683 ± 0.037 радиусов Юпитера имеет массу 0.426 ± 0.037 масс Юпитера. В диапазоне 0.1-0.5 масс Юпитера часть планет может быть газовыми гигантами с радиусами больше ~ 0.7 радиусов Юпитера, которые возможно обнаружить наземными наблюдательными программами, а часть – тяжелыми нептунами с радиусами меньше 0.7 радиусов Юпитера, которые из-за своих компактных размеров могут быть пропущены. К настоящему моменту из 526 транзитных планет с измеренной массой известна лишь одна планета с радиусом формально меньше 0.7 радиусов Юпитера, чья масса превышает 0.5 масс Юпитера – HATS-12 b (ее радиус 0.692 ± 0.042 радиуса Юпитера, а масса 2.39 ± 0.09 масс Юпитера). Таким образом, ожидается, что подавляющее большинство планет с массами больше 0.5 масс Юпитера имеют радиусы свыше 0.7 радиусов Юпитера, а значит, могут быть обнаружены наземными наблюдательными программами.

Чтобы сравнить распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, с аналогичным распределением планет «Кеплера» и планет, обнаруженных методом лучевых скоростей, область масс от 0.378 до 13 масс Юпитера была разбита на 6 интервалов, равных в логарифмическом масштабе (при этом границы массовых интервалов оказываются общими для всех сравниваемых распределений).

Распределение транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, было скорректировано с учетом различной вероятности транзитной конфигурации аналогично коррекции распределения планет «Кеплера» (см. п. 3.1.3). Результат представлен на рисунке 3.8.



В диапазоне 0.68-13 масс Юпитера оба распределения могут быть аппроксимированы степенным законом с показателем степени -2.10 ± 0.12 и -2.15 ± 0.12 , соответственно (показаны пунктирными синей и зеленой линиями).

Рисунок 3.8 – Не скорректированное (синяя сплошная линия) и скорректированное с учетом вероятности транзитной конфигурации (зеленая сплошная линия) распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами

В отличие от распределения планет «Кеплера», распределение планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, практически не изменяется при учете вероятности транзитной конфигурации. Это объясняется тем, что наземные наблюдательные программы оптимизированы под поиск горячих юпитеров с орбитальными периодами короче 16 суток, и обратные вероятности транзитной конфигурации $1/p = a/r_*$ для планет этого типа меняются от 3.0 до 25.7 (в среднем 8.2), т.е. в гораздо более узком диапазоне, чем аналогичные величины для планет «Кеплера».

3.4 Транзитные планеты, обнаруженные миссией TESS

В настоящее время на околоземной орбите проводит наблюдения миссия НАСА TESS [35]. TESS несет на борту четыре телескопа-рефрактора с апертурой 10 см, светосилой $f/1.4$ и

полем зрения $24 \times 24^\circ$, каждый из которых оснащен широкоугольной камерой с зарядовой связью (ПЗС), чувствительной в диапазоне 0.6-1.0 мкм. Составное поле зрения телескопов образует полосу размерами $24 \times 96^\circ$ (2300 квадратных градусов). TESS находится на околоземной орбите с перигеем 108 тыс. км, апогеем 375 тыс. км, наклоном 37° и орбитальным периодом 13.7 суток.

TESS была запущена 18 апреля 2018 года и приступила к научным наблюдениям 25 июля 2018 года. К настоящему времени (апрель 2022 года) обнаружено 5488 транзитных кандидатов [1], 205 из которых подтверждены как планеты. Вместе с тем значительное количество ложноположительных (англ. *false positives*) кандидатов (как минимум 782) не позволяет применить к существующим данным ту же процедуру, что и для подтвержденных планет «Кеплера» (неясно, какую долю среди кандидатов занимают реальные планеты). Изучение статистики планет, обнаруженных TESS, требует валидации (статистического подтверждения) транзитных кандидатов.

3.5 Выводы по Главе 3

Если планета находится в транзитной конфигурации, наклонение ее орбиты i известно, и можно определить не только минимальную массу $m \sin i$, как в случае RV-планет, но и истинную массу m . При этом наземные и космические наблюдательные программы следует рассматривать по отдельности, поскольку факторы наблюдательной селекции для них существенно различаются.

Распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, практически не искажено наблюдательной селекцией только в области планет-гигантов с массами больше ~ 0.5 масс Юпитера. Распределение по массам транзитных планет, обнаруженных космическим телескопом «Кеплер», нуждается в коррекции, связанной с разной долей планет с измеренной массой в зависимости от радиуса планеты. Также следует учитывать вероятность транзитной конфигурации, обратно пропорциональную расстоянию между планетой и звездой. Кроме того, необходимо принимать во внимание способ измерения массы планеты – метод тайминга транзитов (TTV) позволяет измерять лишь номинальные массы, которые могут в несколько раз превосходить истинные, что нередко приводит к нефизично большим значениям массы и средней плотности таких планет. Распределение планет «Кеплера», чьи массы измерены только надежным методом лучевых скоростей и с помощью фотодинамического анализа, качественно отличаются от распределения всех планет «Кеплера» с измеренными массами.

Распределение по массам транзитных планет «Кеплера», скорректированное с помощью коэффициента измеренности массы k , различается при учете и не учете вероятности транзитной

конфигурации, особенно в области массивных планет-гигантов (4-7 масс Юпитера). Это говорит о том, что распределение планет по массам зависит от расстояния между планетой и звездой (массивные планеты-гиганты находятся преимущественно на широких орбитах с периодом свыше 100 суток). Распределение по массам транзитных планет «Кеплера» с периодами короче 100 суток, скорректированное как с помощью коэффициента измененности массы k , так и с учетом вероятности транзитной конфигурации, может быть аппроксимировано кусочным степенным законом с изломами в точках ~ 0.28 и ~ 1.7 масс Юпитера. В диапазоне 0.036-0.28 масс Юпитера показатель степени имеет значение -2.77 ($dN/dm \propto m^{-2.77 \pm 0.25}$). В области масс 0.28-1.7 масс Юпитера показатель степени имеет значение -1.17 ± 0.05 ($dN/dm \propto m^{-1.17 \pm 0.05}$), но совместим с -1 с учетом статистических погрешностей. В диапазоне 1.7-13 масс Юпитера планет мало, и статистические погрешности велики. При аппроксимации степенным законом показатель степени равен -2.22 ± 0.42 ($dN/dm \propto m^{-2.22 \pm 0.42}$).

В отличие от распределения планет «Кеплера», распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, практически не изменяется при учете вероятности транзитной конфигурации, что объясняется ограниченным диапазоном их орбитальных периодов (не более 17 суток). В области 0.68-13 масс Юпитера это распределение может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени -2.15 ± 0.12 ($dN/dm \propto m^{-2.15 \pm 0.12}$).

ГЛАВА 4. СРАВНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО МАССАМ ТРАНЗИТНЫХ И RV-ПЛАНЕТ

4.1 Прямая и обратная задача преобразования распределения по минимальным массам в распределение по истинным массам

4.1.1 Прямая задача: преобразование распределения по минимальным массам в распределение по истинным массам

Непосредственное сравнение распределений по массам транзитных планет и планет, открытых методом лучевых скоростей, некорректно, поскольку для транзитных планет известны истинные массы, а для RV-планет – только минимальные массы $m \sin i$, где i – наклонение орбиты планеты, в общем случае неизвестное. Преобразовать распределение наблюдаемых минимальных масс экзопланет $N(m \cdot \sin i)$ в распределение их истинных масс $N(m)$ возможно, если предположить, что орбиты планет ориентированы в пространстве совершенно случайно (изотропно). В этом случае вероятность, что наклонение орбиты равно i , пропорциональна $\sin i$ ($0 < i < 90^\circ$) [58].

Математически аналогичная задача перехода от наблюдаемой скорости вращения $v \cdot \sin(i)$ звезд к их истинной скорости вращения v была рассмотрена в [87]. Авторы получили формальное решение (вывод см. Приложение А), однако пришли к выводу, что оно не имеет большого практического значения, так как требуется дифференцировать плохо определённую наблюдаемую частотную функцию. Иначе говоря, формальное решение существует, но оно неприменимо, когда данные зашумлены (имеют большую статистическую погрешность) или данных недостаточно.

С тех пор было предложено несколько численных методов перехода от $N(m \sin i)$ к $N(m)$, в том числе т.н. «метод очистки луковицы», часто применяемый для анализа планетных атмосфер [88-89]. Однако из-за низкого качества данных (в частности, малого количества массивных планет, приводящего к значительным статистическим погрешностям) применение метода очистки луковицы приводит к усилению случайных флуктуаций в распределении планет по минимальным массам (см. рисунки 6 и 11 в [89]) и появлению на распределении по истинным массам многочисленных узких пиков, что снижает достоверность полученных результатов.

Таким образом, переход от распределения RV-планет по минимальным массам к их распределению по истинным массам из-за низкого качества данных в настоящее время затруднен.

4.1.2 Обратная задача: преобразование распределения по истинным массам в распределение по минимальным массам

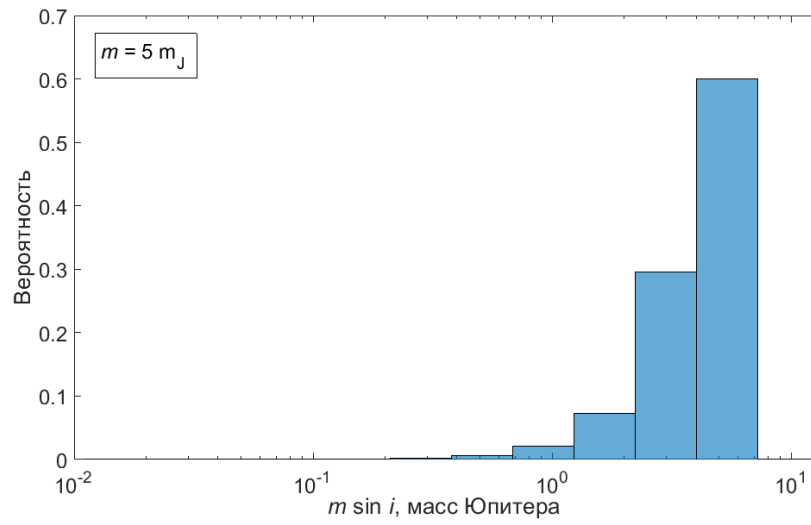
Чтобы сравнить распределения транзитных планет и планет, открытых методом лучевых скоростей, возможно совершить обратное преобразование и перейти от распределения транзитных планет по истинным массам к их распределению по минимальным массам, после чего сравнить распределения транзитных планет и планет, обнаруженных методом лучевых скоростей, по минимальным массам. В отличие от задачи перехода от минимальных масс к истинным массам обратная задача решается однозначно для любого количества планет и не требует высокого качества данных.

С этой целью для каждой транзитной планеты с истинной массой m и для каждого интервала разбиения гистограммы распределения вычислялся весовой коэффициент, пропорциональный вероятности попадания минимальной массы планеты в данный интервал согласно функции распределения случайной величины $\sin i$: $P(\sin i < Z) = 1 - \cos(\arcsin Z)$ [72]. Пример подобного преобразования для гипотетической планеты с массой, равной 5 масс Юпитера, представлен на рисунке 4.1а).

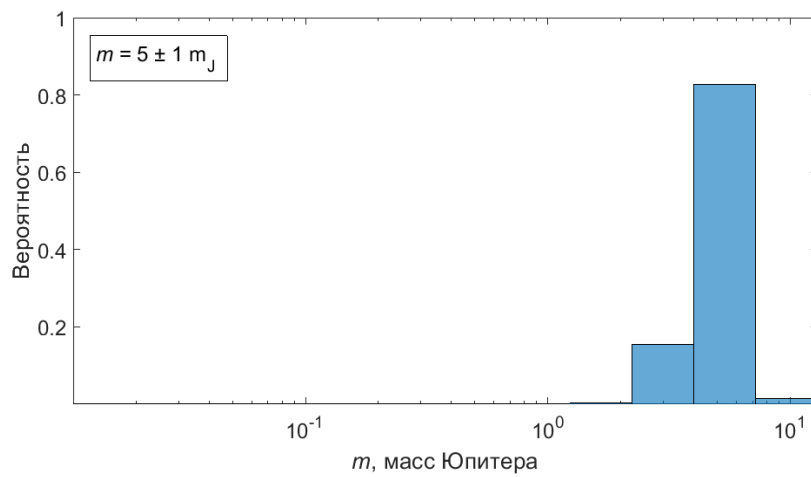
Поскольку массы многих планет известны с большими погрешностями, при построении гистограмм была учтена погрешность определения масс планет с помощью ядерной оценки плотности (Kernel Density Estimation, KDE, [90]) с гауссовым профилем в случае равенства верхней и нижней погрешности, и с профилем скошенного нормального распределения в случае их неравенства [13]. На рисунке 4.1б) показано распределение весовых коэффициентов в распределении по массе для гипотетической транзитной планеты с массой 5 ± 1 масс Юпитера.

Чтобы перейти от сглаженного с учетом погрешности в определении масс планет распределения по истинным массам к сглаженному распределению по минимальным массам, диапазон 0.011-13 масс Юпитера был разбит на 120 интервалов, равных в логарифмическом масштабе. Для каждой планеты с истинной массой $m \pm \Delta m$ и каждого интервала разбиения вычислялся весовой коэффициент, пропорциональный вероятности того, что истинная масса планеты попадет в данный интервал. Затем для каждого из 120 интервалов проводилось преобразование от истинной массы к минимальной и суммирование весовых коэффициентов, относящихся к каждому интервалу масс. Распределение плотности вероятности для гипотетической транзитной планеты с массой 5 ± 1 масс Юпитера до и после преобразования от истинной массы к минимальной показано на рисунке 4.1 в). Для получения итоговой гистограммы сглаженного распределения по минимальным массам проводилось суммирование по каждому из 10 интервалов так, чтобы итоговое количество интервалов разбиения снова стало

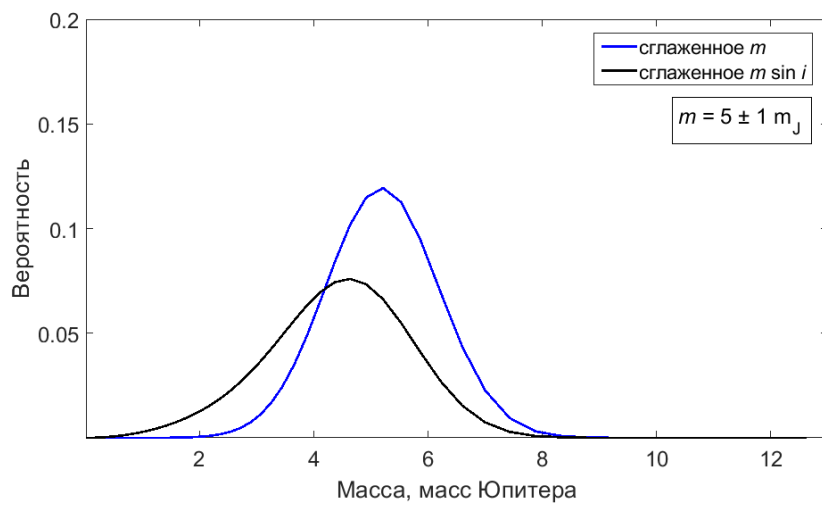
равно 12. На рисунке 4.1г) показано распределение весовых коэффициентов для распределения по минимальным массам гипотетической транзитной планеты с массой 5 ± 1 масс Юпитера.



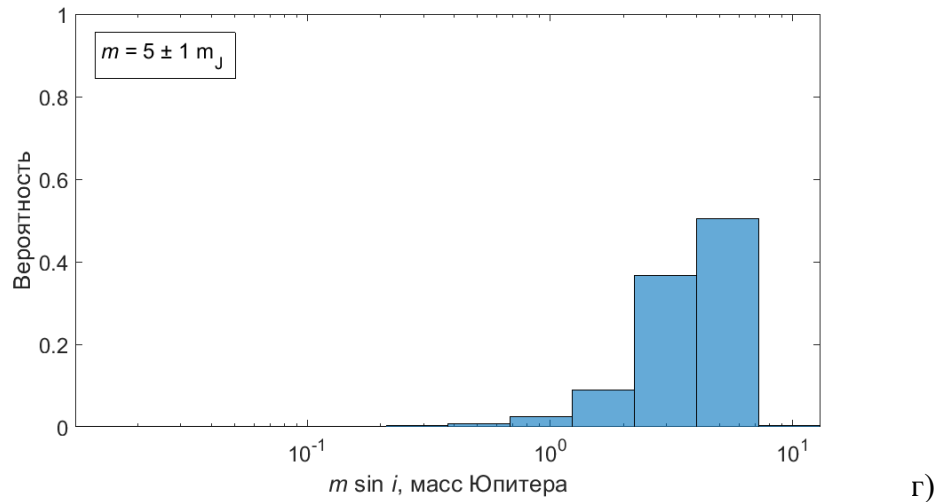
а)



б)



в)



- (а) Распределение по минимальным массам гипотетической планеты с истинной массой 5 масс Юпитера; (б) Распределение по истинным массам гипотетической планеты с массой 5 ± 1 масс Юпитера; (в) Распределение плотности вероятности для гипотетической транзитной планеты с массой 5 ± 1 масс Юпитера до и после преобразования от истинной массы к минимальной; (г) Распределение по минимальным массам планеты с истинной массой 5 ± 1 масс Юпитера.

Рисунок 4.1 – К преобразованию распределения по истинным массам в распределение по минимальным массам

4.2. Сравнение распределений по минимальным массам транзитных планет «Кеплера» и планет, открытых методом лучевых скоростей

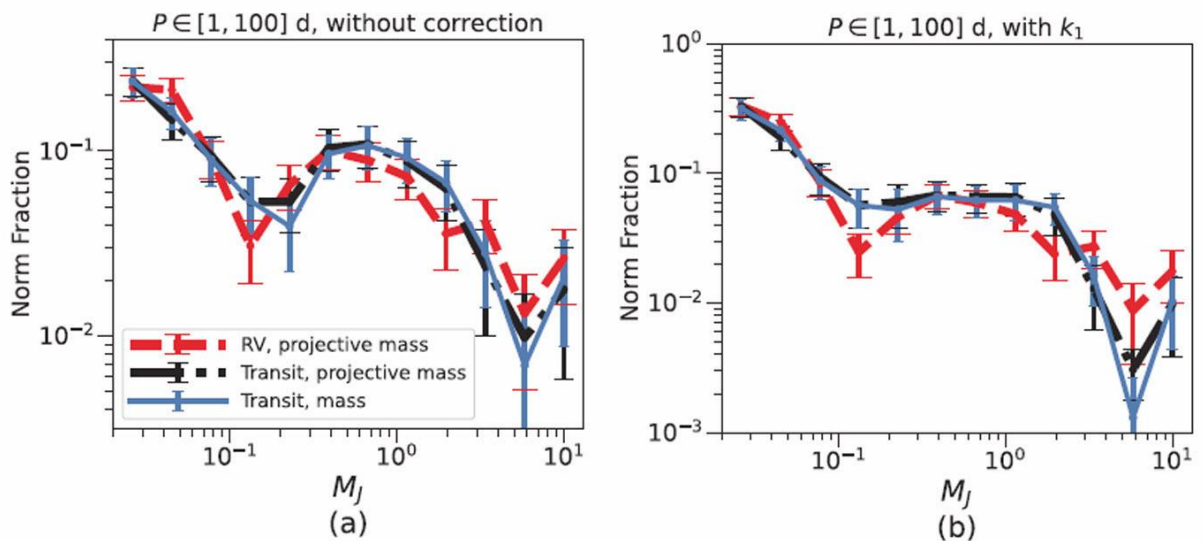
Подробное сравнение распределений по минимальным массам транзитных планет «Кеплера» и планет, открытых методом лучевых скоростей, было проведено в [15]. Поскольку распределение планет по массам зависит от орбитального периода, в обоих случаях рассматривались планеты с периодами от 1 до 100 суток.

Распределение по массам планет «Кеплера» с орбитальными периодами 1-100 суток было скорректировано с помощью коэффициента измеренности массы k и учета вероятности транзитной конфигурации k_1 , а затем преобразовано в распределение по минимальным массам согласно алгоритму, описанному в п. 4.1. Распределение по минимальным массам RV-планет с орбитальными периодами 1-100 суток было скорректировано с помощью алгоритма «окна видимости» (см. п. 3) с $\gamma = 0.75$, $\delta = 2$. Поскольку количество планет «Кеплера» с надежно измеренными массами (164 планеты) существенно меньше количества RV-планет с измеренными минимальными массами (695 планет), оба распределения были нормированы на единицу. Результат представлен на рисунках 4.2 а, б, в.

Как можно видеть, преобразование скорректированного распределения планет «Кеплера» по массам (показанного голубой линией на рисунке 4.2) в распределение по минимальным массам (показано черной линией на рисунке 4.2) незначительно влияет на вид распределения (они отличаются друг от друга менее, чем на одно стандартное отклонение). Распределения по минимальным массам планет «Кеплера» и RV-планет с периодами 1-100 суток согласуются друг с другом для планет с массами больше 0.3 масс Юпитера, но не согласуются для планет с массами меньше 0.3 масс Юпитера, особенно в области 0.087-0.3 масс Юпитера. В частности, распределение RV-планет демонстрирует минимум в области 0.87-0.21 масс Юпитера, который отсутствует в скорректированном распределении планет «Кеплера».

Анализ данных, проведенный в [15], показал, что это рассогласование в значительной мере обусловлено вкладом планет Kepler-413 b и Kepler-129 c. Распределение по минимальным массам планет «Кеплера» с периодами 1-65 суток (рисунки 4.2 d, e, f) демонстрирует минимум в области 0.087-0.21 масс Юпитера, аналогичный минимуму в распределении RV-планет, обусловленный дефицитом планет с периодами меньше 10 суток, названным «пустыней горячих нептун» [65].

Итоговое сравнение двух распределений приведено на рисунке 4.2 f. Оба распределения находятся в хорошем согласии друг с другом в диапазоне 0.21-13 масс Юпитера, в диапазоне 0.02-0.21 масс Юпитера оба распределения демонстрируют одинаковый наклон. Однако относительное количество транзитных планет «Кеплера» с массами менее 0.21 масс Юпитера оказывается примерно втрое больше, чем RV-планет той же массы.



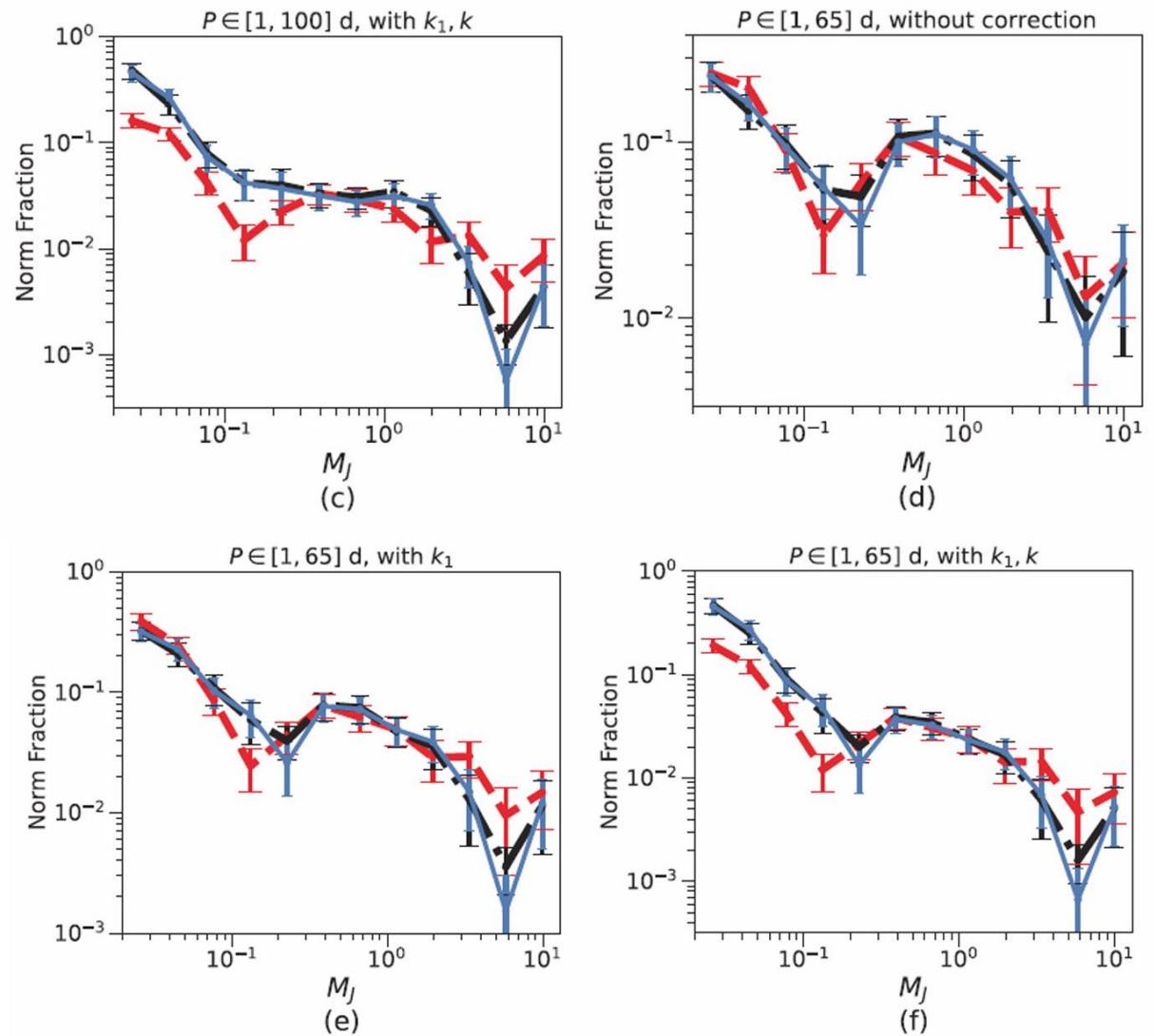


Рисунок 4.2 – Распределения по массам (голубая линия) и минимальным массам (черная линия) транзитных планет «Кеплера» и распределение по минимальным массам RV-планет (красная линия), нормализованные на количество планет, из [15]: a, b, c – распределения планет с периодами 1-100 суток, d, e, f – распределения планет с периодами 1-65 суток. A, d – не скорректированное распределение планет «Кеплера», b, e – распределения скорректированы с учетом разной вероятности транзитной конфигурации, c, f – распределения скорректированы с учетом разной вероятности транзитной конфигурации и с помощью коэффициента измеренности массы k

Различие в относительном количестве планет малых масс транзитных планет «Кеплера» и RV-планет можно объяснить большой трудоемкостью метода лучевых скоростей. Планеты малых масс вызывают у своих звезд колебания лучевой скорости малой амплитуды, сравнимой с единичной погрешностью измерения (1-3 м/с). Поскольку орбитальный период RV-планеты

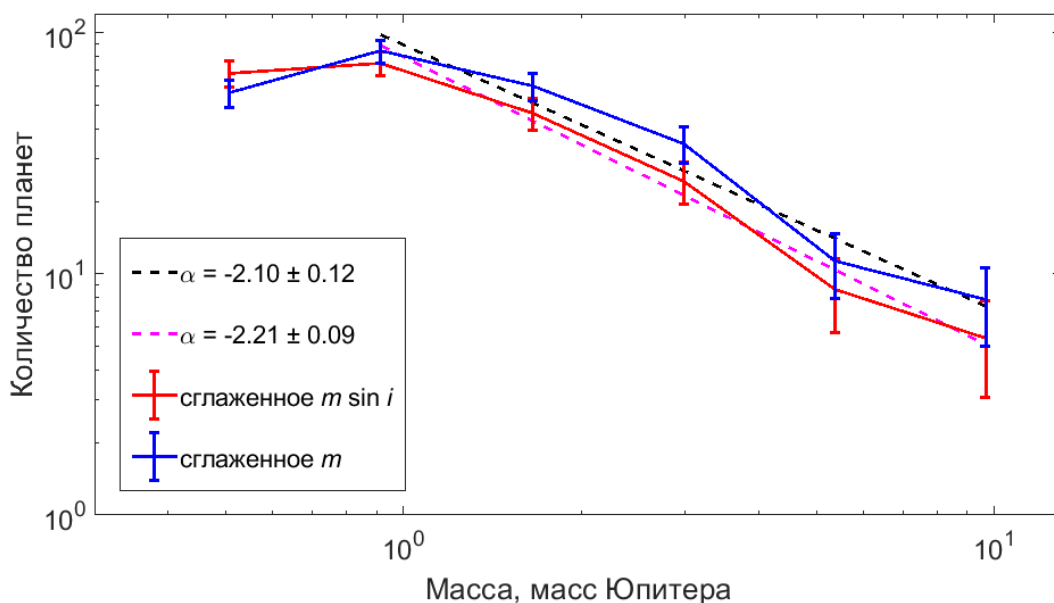
априори неизвестен, для ее надежной регистрации необходимо получить несколько сотен измерений лучевой скорости родительской звезды. При этом для измерения массы уже открытой транзитной планеты достаточно меньшего количества измерений, поскольку орбитальный период такой планеты известен из анализа кривой блеска.

В качестве примера можно привести измерение массы транзитной планеты TOI-500 b [91]. Чтобы измерить массу транзитного кандидата с орбитальным периодом 0.548 суток и глубиной 230 ppm, соответствующей планете с радиусом 1.17 ± 0.06 радиусов Земли, авторы получили 197 измерений лучевой скорости родительской звезды с помощью спектрографа HARPS. Периодограмма показала наличие четырех RV-сигналов с периодами 6.6, 26.3, 43.4 и 61.3 суток, из которых первый, второй и четвертый вызваны планетами с минимальными массами 5, 33 и 15 масс Земли, соответственно, а третий соответствует периоду вращения звезды вокруг своей оси. Только после удаления этих сигналов на периодограмме проявился 0.55-суточный RV-сигнал, соответствующий транзитной планете. Если бы планета TOI-500 b не проходила по диску своей звезды, она, скорее всего, была бы пропущена, поскольку полуамплитуда колебаний лучевой скорости K_b составила только 1.35 ± 0.17 м/с, что сравнимо с погрешностью единичного измерения.

4.3 Сравнение распределений по минимальным массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, и планет, открытых методом лучевых скоростей

Чтобы перейти от распределения транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, по массам, к их распределению по минимальным массам, необходимо также учесть транзитные объекты с массами, превышающими 13 масс Юпитера, т.е. транзитные коричневые карлики, поскольку их минимальные массы после преобразования могут попадать в диапазон планетных масс (< 13 масс Юпитера). Таких объектов известно три: KELT-1 b массой 27.23 ± 0.5 масс Юпитера, GPX-1 b массой 19.7 ± 1.6 масс Юпитера и HATS-70 b массой $12.9^{+1.8}/_{-1.6}$ масс Юпитера.

Распределение транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, по минимальным массам, представлено на рисунке 4.3. В диапазоне 0.68-13 масс Юпитера оно может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени -2.21 ± 0.09 .



В диапазоне 0.68-13 масс Юпитера распределения могут быть аппроксимированы степенным законом с показателями степени -2.10 ± 0.12 (черная пунктирная линия) и -2.21 ± 0.09 (малиновая пунктирная линия), соответственно.

Рисунок 4.3 – Распределение по массам (синяя линия) и по минимальным массам (красная линия) транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами

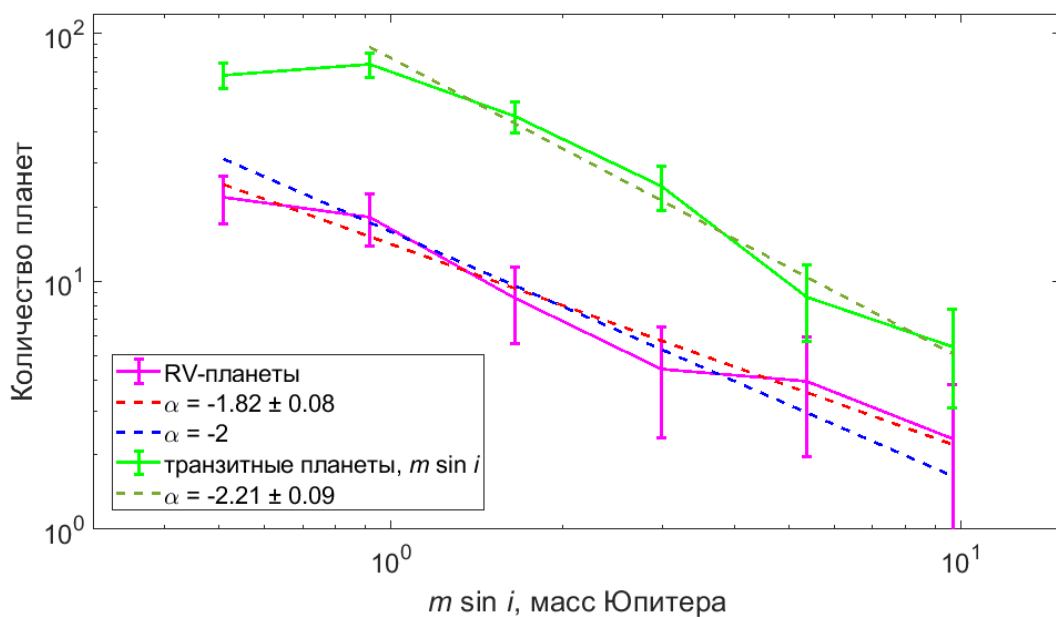
Преобразование распределения транзитных планет по массам в распределение по минимальным массам незначительно меняет показатель степени в аппроксимации распределений степенным законом (от -2.10 ± 0.12 до -2.21 ± 0.09). Оба распределения отличаются друг от друга менее, чем на одно стандартное отклонение (синяя и красная линии на рисунке 4.3).

Поскольку наземные транзитные наблюдательные программы оптимизированы под поиск горячих юпитеров, подавляющее большинство открытых таким образом планет имеет орбитальные периоды короче 10 суток. Самая долгопериодическая транзитная планета, обнаруженная с поверхности Земли – HATS-17 b – имеет орбитальный период 16.25 земных суток. Вместе с тем RV-планет с массами больше 0.68 масс Юпитера и орбитальными периодами короче 10 суток известно только 14, а с периодами короче 17 суток – 19. Большинство планет-гигантов находятся на широких орбитах.

Чтобы избежать статистических погрешностей, вызванных малым количеством массивных RV-планет, были рассмотрены RV-планеты с периодами 1-100 суток.

На рисунке 4.4 показаны распределения по минимальным массам RV-планет с периодами 1-100 суток и транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами. В этой области коррекция с помощью «окна видимости» не проводилась, поскольку вероятность

обнаружить планету-гигант на тесной орбите близка к единице. Формально распределение RV-планет по минимальным массам может быть аппроксимировано степенным законом с показателем степени -1.82 ± 0.08 (красная пунктирная линия на рисунке 4.4), но распределение также совместимо со степенным законом с показателем степени -2 (синяя пунктирная линия на рисунке 4.4). Малое количество массивных RV-планет с периодами короче 100 суток приводит к большим статистическим погрешностям и не позволяет определить показатель степени точнее. В целом распределение по минимальным массам как RV-планет, так и транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, совместимо со степенным законом с показателем степени -2 .



Красной, синей и зеленой пунктирными линиями показаны степенные законы с показателями степени -1.82 ± 0.08 , -2 и -2.21 ± 0.09 .

Рисунок 4.4 – Распределение по минимальным массам RV-планет с массами свыше 0.378 масс Юпитера и периодами 1-100 суток (сплошная малиновая линия) и транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами (сплошная зеленая линия)

4.4 Выводы по Главе 4

Чтобы сравнить скорректированные распределения по массам планет, обнаруженных транзитным методом и методом лучевых скоростей, распределения транзитных планет по массам были преобразованы в их распределение по минимальным массам. В области 0.21-13 масс Юпитера оба распределения в пределах погрешностей находятся в хорошем согласии друг с другом. В области 0.02-0.21 масс Юпитера распределения по минимальным массам транзитных

планет «Кеплера» и RV-планет имеют близкие наклоны ($\frac{dN}{dm} \propto m^{-2.5 \dots -3}$). Однако относительное количество планет «Кеплера» в области малых масс (0.02-0.21 масс Юпитера) примерно втрое превышает количество RV-планет. Вероятно, значительная доля RV-планет малых масс еще не выявлена.

Сравнение скорректированных распределений по массам транзитных планет с предсказаниями космогонических теорий не корректно, поскольку вероятность транзитной конфигурации обратно пропорциональна расстоянию между планетой и звездой, и подавляющее большинство транзитных планет являются короткопериодическими. При этом показано, что распределение по массам как RV-планет, так и транзитных планет зависит от орбитального периода (у большинства планет с массами свыше 2.2 масс Юпитера орбитальные периоды превышают 100 суток).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Количество открытых экзопланет позволяет проводить различные статистические исследования, которые верифицируют космогонические теории и выявляют значимые физические процессы при формировании и эволюции планетных систем. Однако при анализе статистических закономерностей следует учитывать наблюдательную селекцию. Факторы наблюдательной селекции различаются как для разных методов поиска экзопланет, так и для разных инструментов и наблюдательных программ, ведущих поиски в рамках одного метода. В представленной диссертационной работе предложены методы учета ряда факторов наблюдательной селекции для транзитных планет и планет, открытых методом лучевых скоростей.

Планеты, обнаруженные методом лучевых скоростей и представленные в каталогах экзопланет, открыты на спектрографах разной чувствительности, у звезд с разным уровнем активности, в рамках наблюдательных программ разной продолжительности, с разным количеством измерений лучевой скорости. Все это делает существующие каталоги RV-планет существенно неоднородными. Для компенсации этой неоднородности предложен метод, названный «окно видимости». «Окно видимости» – это матрица на диаграмме «Минимальная масса – Орбитальный период» (m, P), элементы которой $V(m, P)$ представляют собой вероятность обнаружить планету с данными минимальной массой m и орбитальным периодом P . Для реконструкции истинного распределения $N(m, P)$ каждую планету следует брать со статистическим весом, обратным вероятности ее обнаружения.

Наземные и космические наблюдательные программы, посвященные поискам транзитных экзопланет, следует рассматривать по отдельности, поскольку факторы наблюдательной селекции для них существенно различаются. Распределение по массам транзитных планет, обнаруженных космическим телескопом «Кеплер», нуждается в коррекции, связанной с разной долей планет с измеренной массой в зависимости от радиуса планеты. Распределение по массам транзитных планет, обнаруженных наземными наблюдательными программами, практически не искажено наблюдательной селекцией только в области планет-гигантов с массами больше ~ 0.5 масс Юпитера. Также следует учитывать вероятность транзитной конфигурации, обратно пропорциональной расстоянию между планетой и звездой.

Скорректированные распределения экзопланет по массам следуют кусочному степенному закону с изломами при 0.21 и 1.7 масс Юпитера. Распределение планет малых масс (0.02-0.21 масс Юпитера) возможно получить только для планет с орбитальными периодами 1-100 суток, для них показатель степени составляет $-2.5 \dots -3$ ($\frac{dN}{dm} \propto m^{-2.5 \dots -3}$). Скорректированное распределение планет средних масс (0.21-1.7 масс Юпитера) с орбитальными периодами 1-3981

суток следует степенному закону с показателем степени -1.0 ± 0.2 ($\frac{dN}{dm} \propto m^{-1.0 \pm 0.2}$), распределение планет больших масс (1.7-13 масс Юпитера) – степенному закону с показателем степени -2.0 ± 0.2 ($\frac{dN}{dm} \propto m^{-2.0 \pm 0.2}$). В области 0.087-0.21 масс Юпитера и периодов 1-100 суток наблюдается минимум, вызванный наличием т.н. «пустыни горячих нептоунов».

Следует отметить, что скорректированные распределения по минимальным массам RV-планет с минимальными массами 0.21-13 масс Юпитера существенно различаются в диапазоне 1-100 суток и 1-3981 суток – большинство планет с массами свыше 2.2 масс Юпитера находятся на орбитах с периодами свыше 100 суток.

Скорректированные распределения RV-планет по орбитальным периодам согласуются с распределениями по орбитальным периодам транзитных планет «Кеплера». Скорректированные распределения планет с массами 0.21-13 масс Юпитера и орбитальными периодами 1-3981 суток согласуются с предсказаниями космогонической теории популяционного синтеза [3]. Скорректированные распределения по минимальным массам RV-планет с минимальными массами 0.02-0.087 масс Юпитера и периодами 1-100 суток согласуются с предсказаниями нового поколения моделей популяционного синтеза [62].

Скорректированные распределения по орбитальным периодам планет малых, средних и больших масс отличаются друг от друга, что говорит о преимущественном (усредненном) строении планетных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сайт Экзопланетного архива НАСА / [Электронный ресурс] URL: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/> (дата обращения: 18.04.2022)
2. Энциклопедия внесолнечных планет / [Электронный ресурс] URL: <http://exoplanet.eu/> (дата обращения: 25.01.2022)
3. Mordasini, C. (2018). Planetary Population Synthesis. In: Deeg, H., Belmonte, J. (eds) Handbook of Exoplanets . Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-55333-7_143
4. Сайт орбитальной инфракрасной обсерватории «Джеймс Уэбб» / [Электронный ресурс] URL: <https://www.jwst.nasa.gov/> (дата обращения 25.01.2022)
5. «Всемирная космическая обсерватория — Ультрафиолет» / [Электронный ресурс] URL: <wso.inasan.ru/rus/> (дата обращения 20.01.2022)
6. Сайт проекта PLATO / [Электронный ресурс] URL: <https://sci.esa.int/web/plato> (дата обращения 15.02.2022)
7. Сайт проекта ARIEL / [Электронный ресурс] URL: <https://arielmission.space/> (дата обращения 15.02.2022)
8. Сайт проекта WFIRST / [Электронный ресурс] URL: <https://roman.gsfc.nasa.gov/>
9. Petigura E. A., Howard A. W., Marcy G. W. Prevalence of Earth-size planets orbiting Sun-like stars //Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2013. – Т. 110. – №. 48. – С. 19273-19278.
10. Ананьева В. И. и др. Распределение экзопланет-гигантов по истинным и проективным массам. Учет наблюдательной селекции //Астрономический вестник. – 2019. – Т. 53. – №. 2. – С. 133-146.
11. Ananyeva V. I. et al. Mass distribution of exoplanets considering some observation selection effects in the transit detection technique //Icarus. – 2020. – Т. 346. – С. 113773.
12. Ананьева В. И. и др. Распределение экзопланет по массам в зависимости от спектрального класса родительских звезд //Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы. – 2020. – Т. 54. – №. 3. – С. 195-207.
13. Иванова А. Е. и др. Распределение транзитных экзопланет по массам с учетом факторов наблюдательной селекции //Письма в Астрономический журнал: Астрономия и космическая астрофизика. – 2019. – Т. 45. – №. 10. – С. 741-748.

14. Иванова А. Е. и др. Метод «окна видимости» для учета наблюдательной селекции в статистике экзопланет, открытых по измерениям лучевых скоростей //Письма в Астрономический журнал. – 2021. – Т. 47. – №. 1. – С. 46-52.
15. Yakovlev O. Y. et al. Comparison of the mass distributions of short-period exoplanets detected by transit and RV methods //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters. – 2022. – Т. 509. – №. 1. – С. L17-L20.
16. Pollack J. B. et al. Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas //Icarus. – 1996. – Т. 124. – №. 1. – С. 62-85.
17. Fulton B. J. et al. The California-Kepler survey. III. A gap in the radius distribution of small planets //The Astronomical Journal. – 2017. – Т. 154. – №. 3. – С. 109.
18. Wolszczan A. Doppler spectroscopy and astrometry—Theory and practice of planetary orbit measurements //PDF). ASTRO. – Т. 497.
19. Winn J. N. Exoplanet transits and occultations //Exoplanets. – 2010. – Т. 1. – С. 55-77.
20. Mayor M., Queloz D. A Jupiter-mass companion to a solar-type star //Nature. – 1995. – Т. 378. – №. 6555. – С. 355-359.
21. Henry G. W. et al. A transiting “51 Peg-like” planet //The Astrophysical Journal. – 1999. – Т. 529. – №. 1. – С. L41.
22. Konacki M. et al. An extrasolar planet that transits the disk of its parent star //Nature. – 2003. – Т. 421. – №. 6922. – С. 507-509.
23. Pollacco D. L. et al. The WASP project and the SuperWASP cameras //Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2006. – Т. 118. – №. 848. – С. 1407.
24. Bakos G.Á. (2018). The HATNet and HATSouth Exoplanet Surveys. In: Deeg H., Belmonte J. (eds) Handbook of Exoplanets. Springer, Cham.
25. Alonso R. et al. The Transatlantic Exoplanet Survey (TrES): A Review //Transiting Extrapolar Planets Workshop. – 2007. – Т. 366. – С. 13.
26. McCullough P. R. et al. The XO project: searching for transiting extrasolar planet candidates //Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2005. – Т. 117. – №. 834. – С. 783.
27. Baglin A. et al. CoRoT: description of the mission and early results //Proceedings of the International Astronomical Union. – 2008. – Т. 4. – №. S253. – С. 71-81.
28. Auvergne M. et al. The CoRoT satellite in flight: description and performance //Astronomy & Astrophysics. – 2009. – Т. 506. – №. 1. – С. 411-424.

29. Koch D. G. et al. Overview and status of the Kepler Mission //Optical, Infrared, and Millimeter Space Telescopes. – International Society for Optics and Photonics, 2004. – Т. 5487. – С. 1491-1500.
30. Borucki W. J. KEPLER Mission: development and overview //Reports on Progress in Physics. – 2016. – Т. 79. – №. 3. – С. 036901.
31. Deleuil M., Fridlund M. CoRoT: The First Space-Based Transit Survey to Explore the Close-in Planet Population //Handbook of Exoplanets. – 2018. – С. 79.
32. Сайт проекта Кеплер / [Электронный ресурс] URL: https://www.nasa.gov/pdf/314125main_Kepler_presskit_2-19_smfile.pdf (дата обращения 20.02.2022)
33. Gilliland R. L. et al. Kepler mission stellar and instrument noise properties //The Astrophysical Journal Supplement Series. – 2011. – Т. 197. – №. 1. – С. 6.
34. Статистические данные по проекту Кеплер / [Электронный ресурс] URL: <https://www.nasa.gov/kepler/missionstatistics> (дата обращения 20.02.2022)
35. Ricker G. R. et al. Transiting exoplanet survey satellite //Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems. – 2014. – Т. 1. – №. 1. – С. 014003.
36. Butler R. P. et al. Catalog of nearby exoplanets //The Astrophysical Journal. – 2006. – Т. 646. – №. 1. – С. 505.
37. Marcy G. et al. Observed properties of exoplanets: masses, orbits, and metallicities //Progress of Theoretical Physics Supplement. – 2005. – Т. 158. – С. 24-42.
38. Lick Observatory / [Электронный ресурс] URL: <https://www.lickobservatory.org/> (дата обращения 20.02.2022)
39. W. M. Keck Observatory / [Электронный ресурс] URL: <https://www.keckobservatory.org/> (дата обращения 20.02.2022)
40. Cumming A. et al. The Keck planet search: detectability and the minimum mass and orbital period distribution of extrasolar planets //Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2008. – Т. 120. – №. 867. – С. 531.
41. Howard A. W. et al. The occurrence and mass distribution of close-in super-Earths, Neptunes, and Jupiters //Science. – 2010. – Т. 330. – №. 6004. – С. 653-655.
42. Tuomi M. et al. Frequency of planets orbiting M dwarfs in the Solar neighbourhood //arXiv preprint arXiv:1906.04644. – 2019.

43. Wright J. T., Gaudi B. S. Exoplanet Detection Methods //Planets, Stars and Stellar Systems: Volume 3: Solar and Stellar Planetary Systems. – 2013. – С. 489-540.
44. Very Large Telescope (VLT) / [Электронный ресурс]
URL: <http://www.eso.org/sci/facilities/paranal/telescopes/vlti.html> (дата обращения 20.02.2022)
45. Mayor M. et al. The HARPS search for southern extra-solar planets-XVIII. An Earth-mass planet in the GJ 581 planetary system //Astronomy & Astrophysics. – 2009. – Т. 507. – №. 1. – С. 487-494.
46. Marconi A. et al. HIRES, the high-resolution spectrograph for the ELT //arXiv preprint arXiv:2011.12317. – 2020.
47. Tamura N. et al. Prime Focus Spectrograph (PFS) for the Subaru telescope: ongoing integration and future plans //Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VII. – International Society for Optics and Photonics, 2018. – Т. 10702. – С. 107021C.
48. Langellier N. et al. Detection limits of low-mass, long-period exoplanets using gaussian processes applied to HARPS-n solar radial velocities //The Astronomical Journal. – 2021. – Т. 161. – №. 6. – С. 287.
49. Pepe F. et al. High-Precision Spectrographs for Exoplanet Research: CORAVEL, ELODIE, CORALIE, SOPHIE and HARPS //Handbook of Exoplanets. – 2018. – С. 190.
50. Paredes L. A. et al. The Solar Neighborhood XLVIII: Nine Giant Planets Orbiting Nearby K Dwarfs, and the CHIRON Spectrograph's Radial Velocity Performance //The Astronomical Journal. – 2021. – Т. 162. – №. 5. – С. 176.
51. Fischer D. A., Marcy G. W., Spronck J. F. P. The Twenty-five Year Lick Planet Search //The Astrophysical Journal Supplement Series. – 2014. – Т. 210. – №. 1. – С. 5.
52. Scandariato G. The HARPS-N Red Dwarf Exoplanets Survey (HADES)-Time Resolved Spectroscopic Analysis of The Steady Chromosphere Of Low-Activity Early-M Dwarfs //19th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun (CS19). – 2016. – С. 45.
53. Sturges H. A. The choice of a class interval //Journal of the american statistical association. – 1926. – Т. 21. – №. 153. – С. 65-66.
54. Knutson H. A. et al. Friends of hot Jupiters. I. A radial velocity search for massive, long-period companions to close-in gas giant planets //The Astrophysical Journal. – 2014. – Т. 785. – №. 2. – С. 126.

55. Rickman E. L. et al. The CORALIE survey for southern extrasolar planets-XVIII. Three new massive planets and two low-mass brown dwarfs at greater than 5 AU separation //Astronomy & Astrophysics. – 2019. – T. 625. – C. A71.
56. Feng F. et al. Search for Nearby Earth Analogs. II. detection of five new planets, eight planet candidates, and confirmation of three planets around nine nearby M dwarfs //The Astrophysical Journal Supplement Series. – 2020. – T. 246. – №. 1. – C. 11.
57. Ma B. et al. The first super-Earth detection from the high cadence and high radial velocity precision Dharma Planet Survey //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2018. – T. 480. – №. 2. – C. 2411-2422.
58. Jorissen A., Mayor M., Udry S. The distribution of exoplanet masses //Astronomy & Astrophysics. – 2001. – T. 379. – №. 3. – C. 992-998.
59. Anglada-Escudé G. et al. A terrestrial planet candidate in a temperate orbit around Proxima Centauri //Nature. – 2016. – T. 536. – №. 7617. – C. 437-440.
60. Ribas I. et al. A candidate super-Earth planet orbiting near the snow line of Barnard's star //Nature. – 2018. – T. 563. – №. 7731. – C. 365-368.
61. Lee B. C., Han I., Park M. G. Planetary companions orbiting M giants HD 208527 and HD 220074 //Astronomy & Astrophysics. – 2013. – T. 549. – C. A2.
62. Emsenhuber A. et al. The New Generation Planetary Population Synthesis (NGPPS)-II. Planetary population of solar-like stars and overview of statistical results //Astronomy & Astrophysics. – 2021. – T. 656. – C. A70.
63. Kroupa P. On the variation of the initial mass function //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2001. – T. 322. – №. 2. – C. 231-246.
64. Szabó G. M., Kiss L. L. A short-period censor of sub-jupiter mass exoplanets with low density //The Astrophysical Journal Letters. – 2011. – T. 727. – №. 2. – C. L44.
65. Mazeh T., Holczer T., Faigler S. Dearth of short-period Neptunian exoplanets: A desert in period-mass and period-radius planes //Astronomy & Astrophysics. – 2016. – T. 589. – C. A75.
66. Boss A. P. Giant planet formation by gravitational instability //Science. – 1997. – T. 276. – №. 5320. – C. 1836-1839.
67. Moe M., Kratter K. M. Impact of Binary Stars on Planet Statistics-I. Planet Occurrence Rates, Trends with Stellar Mass, and Wide Companions to Hot Jupiter Hosts //Journal of Environmental Sciences (China) English Ed. – 2019.

68. Kunimoto M., Matthews J. M. Searching the entirety of Kepler data. II. Occurrence rate estimates for FGK stars //The Astronomical Journal. – 2020. – Т. 159. – №. 6. – С. 248.
69. Fernandes R. B. et al. Hints for a turnover at the snow line in the giant planet occurrence rate //The Astrophysical Journal. – 2019. – Т. 874. – №. 1. – С. 81.
70. Mulders G. D. et al. The exoplanet population observation simulator. I. the inner edges of planetary systems //The Astronomical Journal. – 2018. – Т. 156. – №. 1. – С. 24.
71. Petigura E. A. et al. The California-Kepler survey. IV. Metal-rich stars host a greater diversity of planets //The Astronomical Journal. – 2018. – Т. 155. – №. 2. – С. 89.
72. Ho S., Turner E. L. The Posterior distribution of $\sin(i)$ values for exoplanets with $Mt \sin(i)$ determined from radial velocity data //The Astrophysical Journal. – 2011. – Т. 739. – №. 1. – С. 26.
73. Charbonneau D. et al. Detection of planetary transits across a sun-like star //The Astrophysical Journal. – 2000. – Т. 529. – №. 1. – С. L45.
74. Hatzes A. P., Rauer H. A definition for giant planets based on the mass–density relationship //The Astrophysical Journal Letters. – 2015. – Т. 810. – №. 2. – С. L25.
75. Сайт проекта TESS / [Электронный ресурс] URL: <https://tess.mit.edu/science/> (дата обращения 20.02.2022)
76. Borucki W. et al. Second Eddington Workshop: Stellar Structure and Habitable Planet Finding //ESA SP. – 2004. – Т. 538.
77. Batalha N. M. et al. Selection, prioritization, and characteristics of Kepler target stars //The Astrophysical Journal Letters. – 2010. – Т. 713. – №. 2. – С. L109.
78. Borucki W. J. et al. Characteristics of planetary candidates observed by Kepler. II. Analysis of the first four months of data //The Astrophysical Journal. – 2011. – Т. 736. – №. 1. – С. 19.
79. Xie J. W. Transit timing variation of near-resonance planetary pairs. II. Confirmation of 30 planets in 15 multiple-planet systems //The Astrophysical Journal Supplement Series. – 2014. – Т. 210. – №. 2. – С. 25.
80. Hadden S., Lithwick Y. Densities and eccentricities of 139 Kepler planets from transit time variations //The Astrophysical Journal. – 2014. – Т. 787. – №. 1. – С. 80.
81. Sanchis-Ojeda R. et al. Alignment of the stellar spin with the orbits of a three-planet system //Nature. – 2012. – Т. 487. – №. 7408. – С. 449-453.

82. Lissauer J. J. et al. All six planets known to orbit Kepler-11 have low densities //The Astrophysical Journal. – 2013. – T. 770. – №. 2. – C. 131.
83. Zeng L., Sasselov D. D., Jacobsen S. B. Mass–radius relation for rocky planets based on PREM //The Astrophysical Journal. – 2016. – T. 819. – №. 2. – C. 127.
84. Seager S. et al. Mass-radius relationships for solid exoplanets //The Astrophysical Journal. – 2007. – T. 669. – №. 2. – C. 1279.
85. Lillo-Box J. et al. Kepler-91b: a planet at the end of its life-Planet and giant host star properties via light-curve variations //Astronomy & Astrophysics. – 2014. – T. 562. – C. A109.
86. Kostov V. B. et al. Kepler-1647b: the largest and longest-period Kepler transiting circumbinary planet //The Astrophysical Journal. – 2016. – T. 827. – №. 1. – C. 86.
87. Chandrasekhar S., Münch G. On the integral equation governing the distribution of the true and the apparent rotational velocities of stars //Astrophysical Journal. – 1950. – T. 111. – C. 142-156.
88. Lopez S., Jenkins J. S. The effects of viewing angle on the mass distribution of exoplanets //The Astrophysical Journal. – 2012. – T. 756. – №. 2. – C. 177.
89. Bertaux J. L., Ivanova A. A numerical inversion of $m \sin i$ exoplanet distribution: the sub-Saturn desert is more depleted than observed and hint of a Uranus mass gap //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2022. – T. 512. – №. 4. – C. 5552-5571.
90. Duong T. ks: Kernel density estimation and kernel discriminant analysis for multivariate data in R //Journal of statistical software. – 2007. – T. 21. – C. 1-16.
91. Serrano L. M. et al. A low-eccentricity migration pathway for a 13-h-period Earth analogue in a four-planet system //Nature Astronomy. – 2022. – C. 1-15.

Приложение А (справочное)

Переход от минимальных величин к истинным

Математически задача перехода от наблюдаемой скорости вращения $v \cdot \sin(i)$ звезд к их истинной скорости вращения была рассмотрена Чандрасекаром и Мюнхом [87] в их работе «On the integral equation governing the distribution of the true and the apparent rotation velocities of stars».

В работе было показано, что функция $\Phi(y)$, описывающая распределение вероятности минимальной (наблюдаемой) скорости вращения звезды $y = v \sin i$, и функция $f(x)$, описывающая распределение вероятности истинной скорости вращения звезды $x = v$, связаны уравнением (А.1):

$$\Phi(y) = y \int_y^{\infty} \frac{f(x)}{x(x^2 - y^2)^{1/2}} dx \quad (\text{А.1})$$

которое может быть сведено к интегральному уравнению Абеля при помощи простой подстановки (А.2)

$$\Phi(\eta) = \int_0^{\eta} \frac{F(\xi)}{(\eta - \xi)^{1/2}} d\xi \quad (\text{А.2})$$

Хорошо известно, что решение этого уравнения имеет вид (А.3):

$$F(\xi) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{\xi} \frac{\Phi(\eta)}{(\eta - \xi)^{1/2}} d\eta \quad (\text{А.3})$$

То есть в первоначальных обозначениях (А.1) это эквивалентно (А.4)

$$f(x) = -\frac{2}{\pi} x^2 \frac{\partial}{\partial x} x \int_x^{\infty} \frac{\Phi(y)}{y^2 (y^2 - x^2)^{1/2}} dy \quad (\text{А.4})$$

В [87] делается вывод, что полученное формальное решение задачи (4) не имеет большого практического значения, так как требуется дифференцировать плохо определённую наблюдаемую частотную функцию. Иначе говоря, формальное решение неприменимо, когда данные зашумлены (имеют большую статистическую погрешность) или данных недостаточно.

Приложение Б (справочное)

Данные об экзопланетах и их родительских звездах

Таблица Б.1. RV-планеты*

Планета	Орбитальный период P, сут.	Полное время наблюдений T, сут.	Минимальная масса планеты, масс Юпитера	Масса звезды, солнечных масс	Радиус звезды, солнечных радиусов	$\sigma(O-C)$, м/с	Источник
HD 24064 b	535.6	1921	12.89 ± 2.89	1.61	40	34.5	Lee et al. 2015: A&A 584, A79 (2015), DOI: 10.1051/0004-6361/201527076
HATS-59 c	1422	1742	12.70 ± 0.87	1.038	1.036	100	Sarkis et al. 2018: The Astronomical Journal, Volume 156, Issue 5, article id. 216, 11 pp. (2018). DOI: 10.3847/1538-3881/aade54
BD+20 2457 c	622	1833	12.47 ± 0.56	10.83	71.02	60	Niedzielski et al. 2009: The Astrophysical Journal, Volume 707, Issue 1, pp. 768-777 (2009). DOI: 10.1088/0004-637X/707/1/768
HD 87646 b	13.481	2500	12.4 ± 0.7	1.12	1.55	270	Ma et al. 2016: The Astronomical Journal, Volume 152, Issue 5, article id. 112, 12 pp. (2016). DOI: 10.3847/0004-6256/152/5/112
HIP 67537 b	2556.5	4419	$11.1 +0.4/-1.1$	2.41	8.69	8.0	Jones et al. 2017: Astronomy & Astrophysics, Volume 602, id.A58, 9 pp. DOI: 10.1051/0004-6361/201630278
HD 220074 b	672.1	1374	11.1 ± 1.8	1.2	49.7	57.4	Lee et al. 2013: Astronomy & Astrophysics, Volume 549, id.A2, 7 pp. DOI: 10.1051/0004-6361/201220301
HD 110014 b	835.5	2950	11.09 ± 1.0	2.17	20.9	45.8	de Medeiros et al. 2009: Astronomy and Astrophysics, Volume 504, Issue 2, 2009, pp.617-623. DOI: 10.1051/0004-6361/200911658
HD 106270 b	2890	1484	11.0 ± 0.8	1.32	2.5	8.4	Johnson et al. 2011: The Astrophysical Journal Supplement, Volume 197, Issue 2, article id. 26, 13 pp. (2011). DOI: 10.1088/0067-0049/197/2/26
HD 13189 b	471.6	1300	10.95 ± 2.92	2.24	38.41	54.5	Hatzes et al. 2005: Astronomy and Astrophysics, Volume 437, Issue 2, July II 2005, pp.743-751. DOI: 10.1051/0004-6361:20052850
TYC 4282-00605-1 b	101.54	1200	10.78 ± 0.12	0.97	16.21	23.02	González-Álvarez et al. 2017: Astronomy & Astrophysics, Volume 606, id.A51, 13 pp. DOI: 10.1051/0004-6361/201731124

*Показаны первые 10 строк таблицы. В полном виде таблица приведена на сайте проекта «Звездный Патруль»: <http://star-patrol.cosmos.ru>

Таблица Б.2. Транзитные планеты «Кеплера» с измеренной массой**

Планета	Орбитальный период P, сут.	Большая полуось орбиты a, а.е.	Радиус планеты, радиусов Юпитера	Масса планеты, масс Юпитера	Радиус звезды, солнечных радиусов	Масса звезды, солнечных масс	Способ измерения массы планеты
Kepler-435 b	8.60015	0.0948	1.99 ± 0.18	0.84 ± 0.15	3.21	1.54	RV
Kepler-12 b	4.43796	0.0553	1.754 ± 0.036	0.432 ± 0.053	1.48	1.17	RV
Kepler-447 b	7.79430	0.0769	1.65 ± 0.59	1.37 ± 0.48	1.05	1.00	RV
Kepler-7 b	4.88549	0.0607	1.622 ± 0.013	0.441 ± 0.043	1.97	1.36	RV
Kepler-433 b	5.33408	0.0679	1.45 ± 0.16	2.82 ± 0.52	2.26	1.46	RV
Kepler-5 b	3.54847	0.0538	$1.426 +0.036/-0.051$	$2.11 +0.07/-0.09$	1.79	1.37	RV
Kepler-8 b	3.52250	0.0474	$1.416 +0.053/-0.062$	0.59 ± 0.13	1.49	1.21	RV
Kepler-91 b	6.24658	0.0731	$1.367 +0.069/-0.060$	0.81 ± 0.18	6.30	1.31	RV
Kepler-412 b	1.72086	0.0290	1.341 ± 0.046	$0.941 +0.125/-0.019$	1.29	1.17	RV
Kepler-17 b	1.48571	0.0259	1.31 ± 0.02	2.45 ± 0.11	1.01	1.04	RV

** Показаны первые 10 строк таблицы. В полном виде таблица приведена на сайте проекта «Звездный Патруль»: <http://star-patrol.cosmos.ru>

Таблица Б.3. Транзитные планеты, обнаруженные наземными наблюдательными программами***

Планета	Орбитальный период P, сут.	Большая полуось орбиты a, а.е.	Радиус планеты, радиусов Юпитера	Масса планеты, масс Юпитера	Радиус звезды, солнечных радиусов	Масса звезды, солнечных масс	Способ измерения массы планеты
WASP-18 b	0.94145	0.0202	1.24 ± 0.08	10.2 ± 0.35	1.32	1.29	RV
HAT-P-2 b	5.63352	0.0681	0.95 ± 0.05	8.7 ± 0.2	1.39	1.33	RV
HATS-41 b	4.19365	0.0583	$1.33 +0.29/-0.20$	9.7 ± 1.6	1.71	1.50	RV
WASP-14 b	2.24375	0.037	1.38 ± 0.08	8.84 ± 1.4	1.40	1.62	RV
XO-3 b	3.19154	0.0476	1.41 ± 0.12	7.29 ± 1.19	1.54	0.58	RV
HAT-P-20 b	2.87532	0.0361	0.867 ± 0.033	7.25 ± 0.19	0.69	0.76	RV
HAT-P-34 b	5.45265	0.0677	$1.20 +0.13/-0.09$	3.33 ± 0.21	1.53	1.39	RV
Qatar-4 b	1.80536	0.028	1.14 ± 0.11	6.10 ± 0.54	0.85	0.90	RV
WASP-89 b	3.35642	0.0427	1.04 ± 0.04	5.9 ± 0.4	0.88	0.92	RV
HAT-P-21 b	4.12448	0.0494	1.11 ± 0.16	4.87 ± 1.57	1.21	1.24	RV

*** Показаны первые 10 строк таблицы. В полном виде таблица приведена на сайте проекта «Звездный Патруль»: <http://star-patrol.cosmos.ru>