



Гусев Анатолий Владимирович

Институт вычислительной математики
Российской академии наук
(ИВМ РАН)

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИКИ ОКЕАНА В
КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ
ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ МИРОВОГО ОКЕАНА**

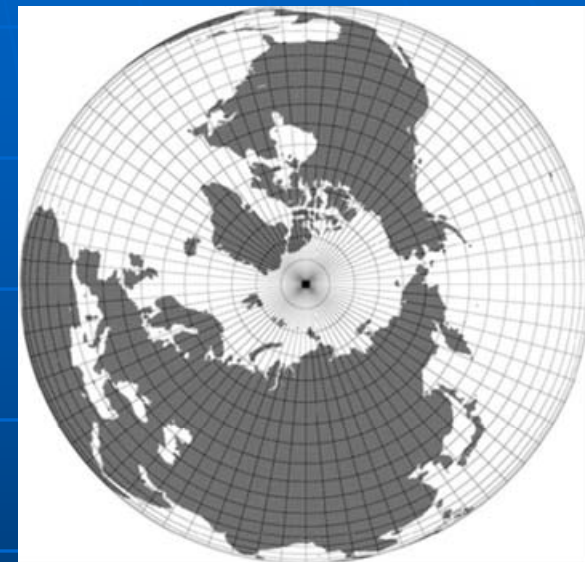
Структура презентации.

1. Актуальность темы.
2. Математические основы σ -модели циркуляции океана ИВМ РАН и принципы ее численной реализации.
3. Воспроизведение климатической циркуляции Мирового океана.

Введение

Главная цель работы – создание модели гидродинамики океана, способной служить океаническим блоком модели климатической системы Земли, удовлетворяющей современным требованиям, выработанным Международной группой экспертов по изменению климата (МГЭИК/IPCC).

1. Переход к более сложным моделям более высокого пространственного разрешения
2. Адекватное воспроизведение характеристик Северного Ледовитого океана
 - а) использование систем координат с особыми точками за пределами расчетной области
 - б) воспроизведение характеристик морского льда



модель океана должна:

- (1) применяться для Мирового океана и его отдельных акваторий с использованием различных криволинейных ортогональных систем координат;
- (2) воспроизводить гидродинамику океана и характеристики морского льда как при заданном атмосферном воздействии, так и совместно с моделью атмосферы;
- (3) эффективно работать на параллельных вычислительных системах.

Глава 1. Математические основы σ -модели циркуляции океана ИВМ РАН и принципы ее численной реализации.

- I) Марчук Г.И., Залесный В.Б., Алексеев В.В., Багно А.В. Исходная версия модели: Северная Атлантика с разрешением $5^\circ \times 5^\circ \times 10$ уровней по вертикали.
- II) Дианский Н.А. Усовершенствование модели океана для ее использования в качестве океанического блока модели климата ($2.5^\circ \times 2^\circ \times 33$, глобальная).
- III) Гусев А.В.
 1. Модификация модельного кода с целью возможности проведения расчетов в различных ортогональных криволинейных системах координат на неравномерных сетках.
 2. Повышение качества воспроизведения циркуляции океана за счет введения:
 - а) модуля динамики и термодинамики морского льда;
 - б) модуля расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в океан.
 3. Увеличение быстродействия модели за счет реализации параллельных алгоритмов на общей памяти.
 4. Разработка и реализация эффективной системы обмена данными с атмосферой.

Обобщенная система координат

$\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$ – декартовы координаты

$\mathbf{Y} = (x, y, z)$ – произвольные обобщенные координаты

$$\hat{\mathbf{e}}^{(\mathbf{X})} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)^{(\mathbf{X})}$$

$$(\mathbf{P}, \mathbf{Q})^{(\mathbf{X})} = \mathbf{p}^T G^{(\mathbf{X})} \mathbf{q}$$

$$G_{ij}^{(\mathbf{X})} = (\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$$

$$D\mathbf{Y}/D\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X_1} & \frac{\partial x}{\partial X_2} & \frac{\partial x}{\partial X_3} \\ \frac{\partial y}{\partial X_1} & \frac{\partial y}{\partial X_2} & \frac{\partial y}{\partial X_3} \\ \frac{\partial z}{\partial X_1} & \frac{\partial z}{\partial X_2} & \frac{\partial z}{\partial X_3} \end{pmatrix},$$

– прямой дифференциал преобразования

$$D\mathbf{X}/D\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x} & \frac{\partial X_1}{\partial y} & \frac{\partial X_1}{\partial z} \\ \frac{\partial X_2}{\partial x} & \frac{\partial X_2}{\partial y} & \frac{\partial X_2}{\partial z} \\ \frac{\partial X_3}{\partial x} & \frac{\partial X_3}{\partial y} & \frac{\partial X_3}{\partial z} \end{pmatrix},$$

– обратный дифференциал преобразования

Если $(D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})^T (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})$ – диагональная матрица, то система базисных векторов

$$\left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial z} \right) \text{ – ортогональная. Если евклидова метрика } G^{(\mathbf{X})} = \text{diag}(1, 1, 1)$$

то преобразованная – $G^{(\mathbf{Y})} = (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})^T G^{(\mathbf{X})} (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y}) = \text{diag}(r_1^2, r_2^2, r_3^2)$.

с метрическими коэффициентами

$$r_i = \left| \left(\frac{\partial X_1}{\partial i}, \frac{\partial X_2}{\partial i}, \frac{\partial X_3}{\partial i} \right) \right|, i = x, y, z.$$

В случае сферической системы координат

$$X_1 = (R - z) \cos \lambda \cos \varphi,$$

$$X_2 = (R - z) \sin \lambda \cos \varphi,$$

$$X_3 = (R - z) \sin \varphi,$$

метрические коэффициенты

$$r_\lambda = (R - z) \cos \varphi,$$

$$r_\varphi = (R - z),$$

$$r_z = 1$$

Формулировка задачи моделирования циркуляции океана

Векторно-инвариантная форма записи уравнений гидродинамики океана в z -системе координат (в приближениях гидростатики и Буссинеска, радиус земли положен постоянным)

$$\frac{\partial [\mathbf{U}]_h}{\partial t} = - \left[(\nabla \times \mathbf{U}) \times \mathbf{U} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{U}^2) \right]_h - l \mathbf{k} \times [\mathbf{U}]_h - \frac{1}{\rho_0} [\nabla p]_h + D^U,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla(\theta \mathbf{U}) + D^\theta + R^\theta,$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g,$$

Вид граничных условий определяется формой турбулентных слагаемых

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla(S \mathbf{U}) + D^S,$$

$$\nabla \mathbf{U} = 0,$$

$$\rho = \rho(\theta, S, p),$$

Запись дифференциальных операторов в произвольной ортогональной системе:

$$\nabla \phi = \mathbf{i} \frac{1}{r_x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{1}{r_y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{1}{r_z} \frac{\partial \phi}{\partial z},$$

$$\nabla \cdot \Phi = \frac{1}{r_x r_y r_z} \left(\frac{\partial}{\partial x} (r_y r_z \phi_x) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x r_z \phi_y) + \frac{\partial}{\partial z} (r_x r_y \phi_z) \right),$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \Phi = & \mathbf{i} \frac{1}{r_y r_z} \left(\frac{\partial}{\partial y} (r_z \phi_z) - \frac{\partial}{\partial z} (r_y \phi_y) \right) + \\ & + \mathbf{j} \frac{1}{r_z r_x} \left(\frac{\partial}{\partial z} (r_x \phi_x) - \frac{\partial}{\partial x} (r_z \phi_z) \right) + \\ & + \mathbf{k} \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial}{\partial x} (r_y \phi_y) - \frac{\partial}{\partial y} (r_x \phi_x) \right). \end{aligned}$$

При выводе уравнений для нашей модели в качестве вертикальной используется σ -координата:

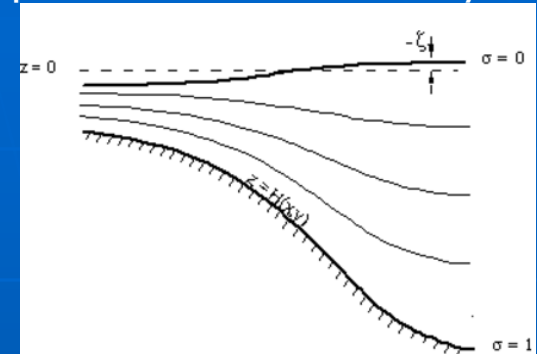
$$\sigma = \frac{z - \zeta}{H - \zeta}$$

$$Z = \sigma h + \zeta$$

$$h = H - \zeta$$

$H(x, y)$ – глубина океана в состоянии покоя

$\zeta(x, y, t)$ – отклонение уровня океана от невозмущенного состояния



(x, y, z, t) – координаты и время в z -системе

(x_1, y_1, σ, t_1) – координаты и время в σ -системе

Уравнения выводятся с использованием преобразования путем замены частных производных.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{Z_x}{Z_\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y_1} - \frac{Z_y}{Z_\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma},$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{Z_\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_1} - \frac{Z_t}{Z_\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}.$$

$Z = Z(x, y, \sigma, t)$ – геопотенциальная глубина как функция новых (модельных) координат

Затем делается приближение $\zeta \ll H$, и в пространственных производных полагается:

$$Z = \sigma H$$

$$h = H$$

Уравнения гидродинамики океана в криволинейной ортогональной (по горизонтали) σ -системе координат (x, y, σ) с линеаризованной свободной поверхностью используются в приближении гидростатики и Буссинеска.

Уравнения движения

$$D_t u - (l + \xi) v H = -\frac{H}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + F u,$$

$$D_t v + (l + \xi) u H = -\frac{H}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + F v,$$

Вертикальная скорость в σ -координатах:

$$\omega = w - \left(\frac{u}{r_x} \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{v}{r_y} \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial t} \right).$$

Уравнение неразрывности

$$\operatorname{div}_h \mathbf{u} + \frac{1}{H} \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = \frac{1}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$

Изменение импульса, вызванное кривизной системы координат

$$\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} v - \frac{\partial r_x}{\partial y} u \right),$$

Уравнения переноса-диффузии тепла и соли

$$\tilde{D}_t \theta = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D\theta + \frac{\partial R}{\partial \sigma},$$

R - проникающая солнечная радиация

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_s}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + DS,$$

Нелинейное уравнение состояния

$$\rho = \hat{\rho}(\theta, S + 35^\circ /_{\infty}, p_w) - \hat{\rho}(0, 0, \rho_0 g \sigma H).$$

r_x, r_y

Метрические коэффициенты

Основные особенности σ -модели ИВМ РАН:

Оператор переноса импульса в кососимметричной полудивергентной форме:

$$D_t \phi = \frac{1}{2} \left(h \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial h \phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2 r_x r_y} \left[r_y H u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \phi) + r_x H v \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \phi) \right] + \frac{1}{2} \left(\omega \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega \phi}{\partial \sigma} \right),$$

Оператор переноса трасера в дивергентной форме:

$$\tilde{D}_t \phi = \frac{\partial h \phi}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \phi) \right] + \frac{\partial \omega \phi}{\partial \sigma},$$

Компоненты горизонтального градиента давления в симметризованной форме, которая в разностном представлении уменьшает ошибку аппроксимации в σ -координатах

$$P_x = \frac{1}{2} g \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(H \int_0^{\sigma} \left(\rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left(\frac{\partial H}{\partial x} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right),$$

$$P_y = \frac{1}{2} g \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(H \int_0^{\sigma} \left(\rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left(\frac{\partial H}{\partial y} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right).$$

Оператор боковой диффузии в универсальной форме

$$D = H \operatorname{div}(\mathbf{K} \operatorname{grad}),$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K^x & 0 & -K^x \frac{\kappa_x}{r_x} \\ 0 & K^y & -K^y \frac{\kappa_y}{r_y} \\ -K^x \frac{\kappa_x}{r_x} & -K^y \frac{\kappa_y}{r_y} & K^x \left(\frac{\kappa_x}{r_x} \right)^2 + K^y \left(\frac{\kappa_y}{r_y} \right)^2 \end{pmatrix}$$

$$\kappa_x = \alpha \frac{\partial Z / \partial x}{\partial Z / \partial \sigma} + \beta \frac{\partial \rho_p / \partial x}{\partial \rho_p / \partial \sigma},$$

$$\kappa_y = \alpha \frac{\partial Z / \partial y}{\partial Z / \partial \sigma} + \beta \frac{\partial \rho_p / \partial y}{\partial \rho_p / \partial \sigma}.$$

Оператор боковой вязкости – комбинация операторов 2-го и 4-го порядков:

$$F \phi = H \operatorname{div}_h (\mathbf{A} \operatorname{grad}_h \phi) - H \left(\operatorname{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h) \right)^2 \phi,$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A^\lambda & 0 \\ 0 & A^\varphi \end{pmatrix} \text{ и } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B^\lambda & 0 \\ 0 & B^\varphi \end{pmatrix}$$

- тензоры коэффициентов вязкости для операторов 2-го и 4-го порядков.

Граничные условия на поверхности океана $\sigma=0$.

Для компонентов скорости:

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = \frac{(\tau_x, \tau_y)}{\rho_0},$$

(τ_x, τ_y) - напряжение трения ветра;

$$\omega \Big|_{\sigma=0} = 0 \quad \text{- универсальное условие в } \sigma\text{-системе}$$

Для температуры и солёности

$$\left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) + \frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) - \frac{\nu_\phi}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right]_{\sigma=0} \equiv - \frac{\nu_\phi}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = q_\phi,$$

q_ϕ - приведенный поток для переменной ϕ :

Граничные условия на дне океана $\sigma=1$.

Для компонентов скорости:

Для температуры и солёности

Квадратичное трение о дно:

Изоляция:

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = C_D \sqrt{u^2 + v^2} + e_b^2 \mathbf{u} \Big|_{\sigma=1},$$

$$\left[\frac{1}{r_x^2} K^x \frac{1}{H} \frac{\partial Z}{\partial x} \left(H \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) + \frac{1}{r_y^2} K^y \frac{1}{H} \frac{\partial Z}{\partial y} \left(H \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial Z}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) - \frac{\nu_\phi}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right]_{\sigma=1} = 0,$$

Непротекание:

$$\omega \Big|_{\sigma=1} = 0$$

Условия на боковых границах.

Для температуры и солёности:

Для компонентов скорости:

Изоляция:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \Big|_{\Sigma} = 0, \quad \text{- непротекание}$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{K} \text{grad} \theta) \Big|_{\Sigma_s} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot (\mathbf{K} \text{grad} S) \Big|_{\Sigma_s} = 0.$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{A} \text{grad}_h u_\tau + \mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h u_\tau) \Big|_{\Sigma} = 0, \quad \text{- свободное скольжение}$$

Условия на жидких границах:

$$\theta \Big|_{\Sigma_l} = \theta_{obs}, \quad S \Big|_{\Sigma_l} = S_{obs}.$$

$$\mathbf{n} \cdot \text{grad}_h (\text{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h u)) \Big|_{\Sigma} = 0,$$

$$\mathbf{n} \cdot \text{grad}_h (\text{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h v)) \Big|_{\Sigma} = 0. \quad \text{- 4-й порядок}$$

Начальные условия

$$u = u_0, \quad v = v_0, \quad \theta = \theta_0, \quad S = S_0, \quad \zeta = \zeta_0.$$

Метод расщепления как основа построения численной модели океана.

Пусть имеется следующая нестационарная задача:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + A\phi = f, \quad (*)$$

где $A = \sum_{i=1}^I A_i, \quad A_i \geq 0, \quad f = \sum_{i=1}^I f_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, I)$

Решение сложной задачи (*) на интервале $(t_j, t_{j+1} = t_{j+\tau}]$ можно свести к решению ряда более простых задач с операторами A_i :

$$\frac{\phi^{j+1/I} - \phi^j}{\tau} + A_1(\alpha_1 \phi^{j+1/I} + (1-\alpha_1)\phi^j) = f_1,$$

$$\frac{\phi^{j+2/I} - \phi^{j+1/I}}{\tau} + A_2(\alpha_2 \phi^{j+2/I} + (1-\alpha_2)\phi^{j+1/I}) = f_2,$$

$$\frac{\phi^{j+1} - \phi^{j+(I-1)/I}}{\tau} + A_I(\alpha_I \phi^{j+1} + (1-\alpha_I)\phi^{j+(I-1)/I}) = f_I.$$

Эти более простые задачи могут решаться с помощью эффективных неявных и полу-явных методов:

$\alpha_i = 1$ - неявная схема,

$\alpha_i = 1/2$ - схема Кранка-Николсон

Расщепление задачи по физическим процессам

1. Перенос-диффузия

$$\tilde{D}_t \theta = \frac{\partial v_\theta}{\partial \sigma} \frac{\partial \theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D\theta + \frac{\partial R}{\partial \sigma},$$

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial v_s}{\partial \sigma} \frac{\partial S}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + DS.$$

$$D_t u - \xi v H = \frac{\partial v}{\partial \sigma} \frac{\partial u}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + Fu,$$

$$D_t v + \xi u H = \frac{\partial v}{\partial \sigma} \frac{\partial v}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + Fv,$$

$$\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} v - \frac{\partial r_x}{\partial y} u \right)$$

2. Адаптация

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - lv = -\frac{1}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + lu = -\frac{1}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y u H}{\partial x} + \frac{\partial r_x v H}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma}. \end{cases}$$

(далее для переноса-диффузии импульса производится расщепление по координатам)

Расщепление блока адаптации

Генерация движения

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 r_x} P_x, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 r_y} P_y. \end{cases}$$

Разделение скоростей на бароклинные и баротропные

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v',$$

Бароклинная адаптация и вычисление вертикальной скорости

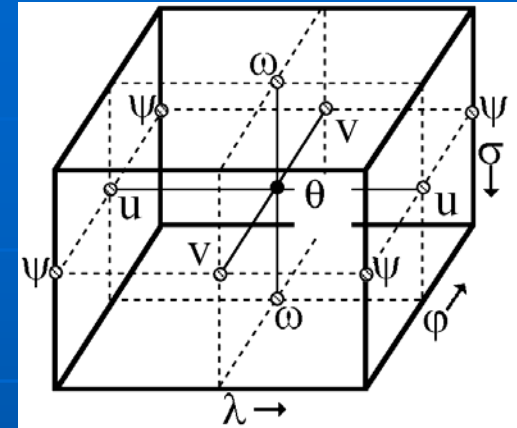
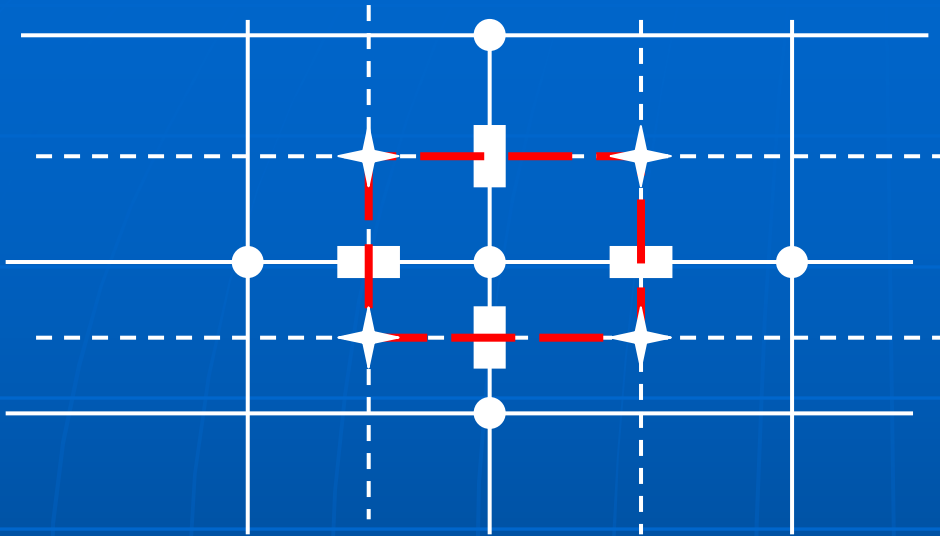
$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} - lv' = 0, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + lu' = 0, \end{cases}$$

$$\omega = \int_1^\sigma \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial u' r_y H}{\partial x} + \frac{\partial v' r_x H}{\partial y} \right) d\sigma.$$

Баротропная адаптация (линейные уравнения мелкой воды)

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - l\bar{v} = \frac{1}{r_x} \left(g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + l\bar{u} = \frac{1}{r_y} \left(g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y \bar{u} H}{\partial x} + \frac{\partial r_x \bar{v} H}{\partial y} \right), \end{cases}$$

Конечноразностная аппроксимация на сетке «С»



- – Скалярные величины ($\theta, S, p, \rho, \zeta$), дивергенция скорости
- – x-компоненты векторов (скорости и градиента скалярных величин)
- – y-компоненты векторов (скорости и градиента скалярных величин)
- ★ – ротор скорости, функция тока, топография дна, границы области

Аппроксимация операторов градиента, ротора и дивергенции:

$$\Delta X = \Delta x \cdot r_x, \quad \Delta Y = \Delta y \cdot r_y, \quad \Delta Z = \Delta z \cdot r_z$$

$$\tilde{\nabla} f = \mathbf{i} \frac{\delta_x f}{\Delta X} + \mathbf{j} \frac{\delta_y f}{\Delta Y} + \mathbf{k} \frac{\delta_z f}{\Delta Z},$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{\Delta X \Delta Y \Delta Z} (\delta_x (F_x \Delta Y \Delta Z) + \delta_y (F_y \Delta X \Delta Z) + \delta_z (F_z \Delta X \Delta Y)),$$

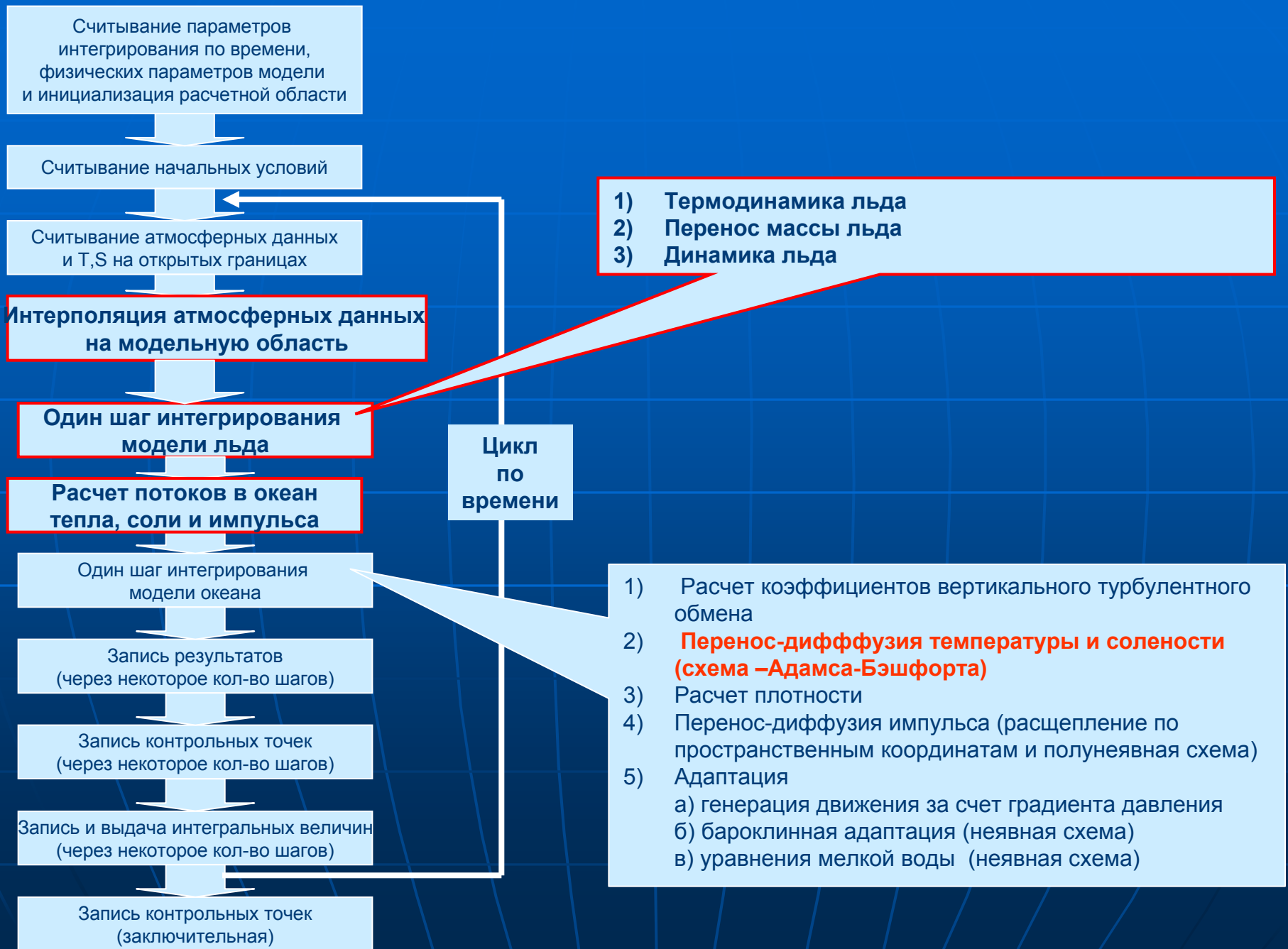
$$\tilde{\nabla}_z \times \mathbf{F} = \frac{1}{\Delta X \Delta Y} (\delta_x (F_y \Delta Y) - \delta_y (F_x \Delta X)),$$

$$\delta_x a = a \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2}} - a \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2}},$$

$$\delta_y a = a \Big|_{y+\frac{\Delta y}{2}} - a \Big|_{y-\frac{\Delta y}{2}},$$

$$\delta_z a = a \Big|_{z+\frac{\Delta z}{2}} - a \Big|_{z-\frac{\Delta z}{2}}.$$

Структура модели общей циркуляции океана



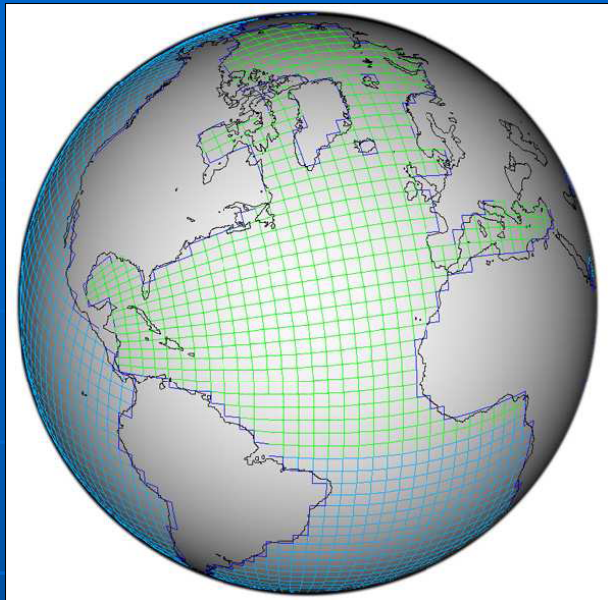
Глава 2. Воспроизведение климатической циркуляции Мирового океана

Предыдущая версия модели климата:
Океан: $2.5^{\circ} \times 2^{\circ} \times 33$ (Н.А. Дианский)
Атмосфера: $5^{\circ} \times 4^{\circ} \times 21$ (Е.М. Володин)

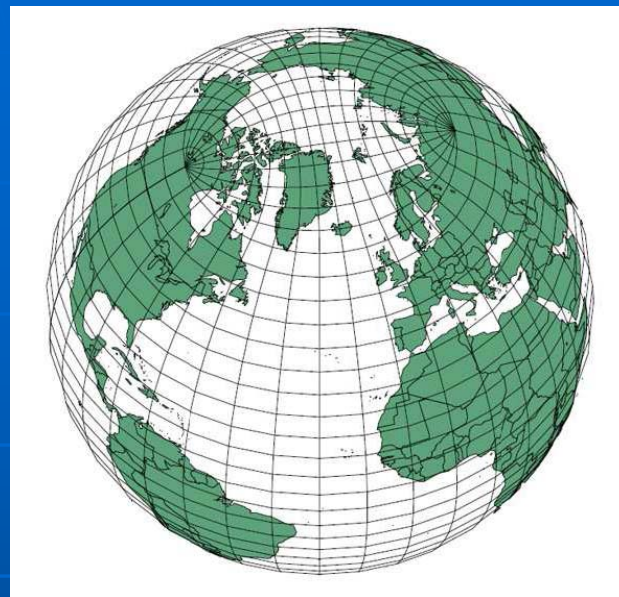
Новая версия модели климата:
Океан: $1^{\circ} \times 0.5^{\circ} \times 40$ (А.В. Гусев, Н.А. Дианский)
Атмосфера: $2^{\circ} \times 1.5^{\circ} \times 21$ (Е.М. Володин)

1. Представленный программный комплекс используется для воспроизведения климатической циркуляции мирового океана. Модель построена в криволинейной ортогональной системе координат, особые точки которой расположены за пределами расчетной области, что позволило обойтись без искусственного уменьшения шага по времени и/или использования фильтрации в районе особых точек. Пространственное разрешение составляет $1^{\circ} \times 0.5^{\circ}$ в модельных координатах и 40 неравномерно расположенных σ -уровней по глубине.
2. Проводится анализ и сравнение с наблюдениями среднегодового режима, полученного при интегрировании модели на 100 лет с начального состояния январской климатологии Левитуса с реалистичным заданием климатического годового хода атмосферного воздействия, рассчитываемого по данным CORE [Griffies et al. 2004]. Показано, что модельные распределения океанической циркуляции и термохалинных полей в целом соответствуют данным наблюдений и хорошо согласуются с расчетами по другим зарубежным моделям близкого пространственного разрешения.

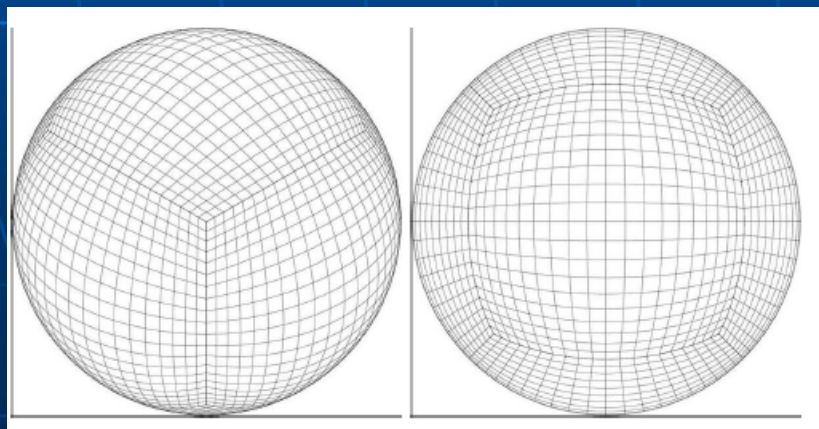
Расчетные сетки, используемые для моделирования глобального океана



Deleersnijder et al., 1993
Eby and Holloway, 1994



MOM et al



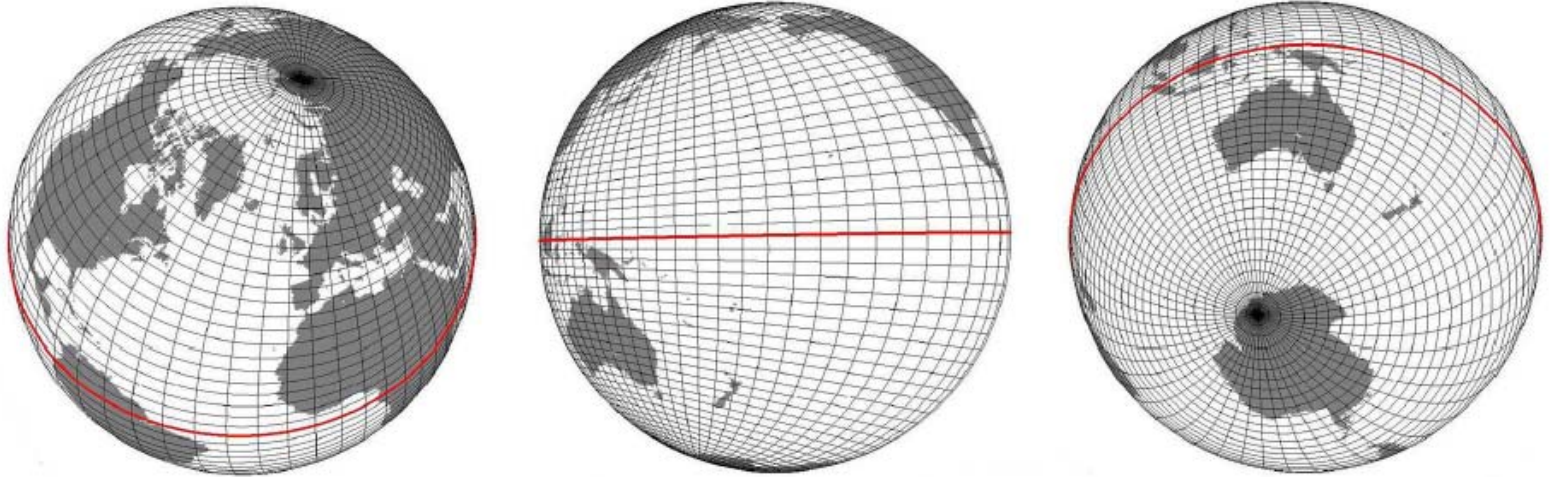
MIT



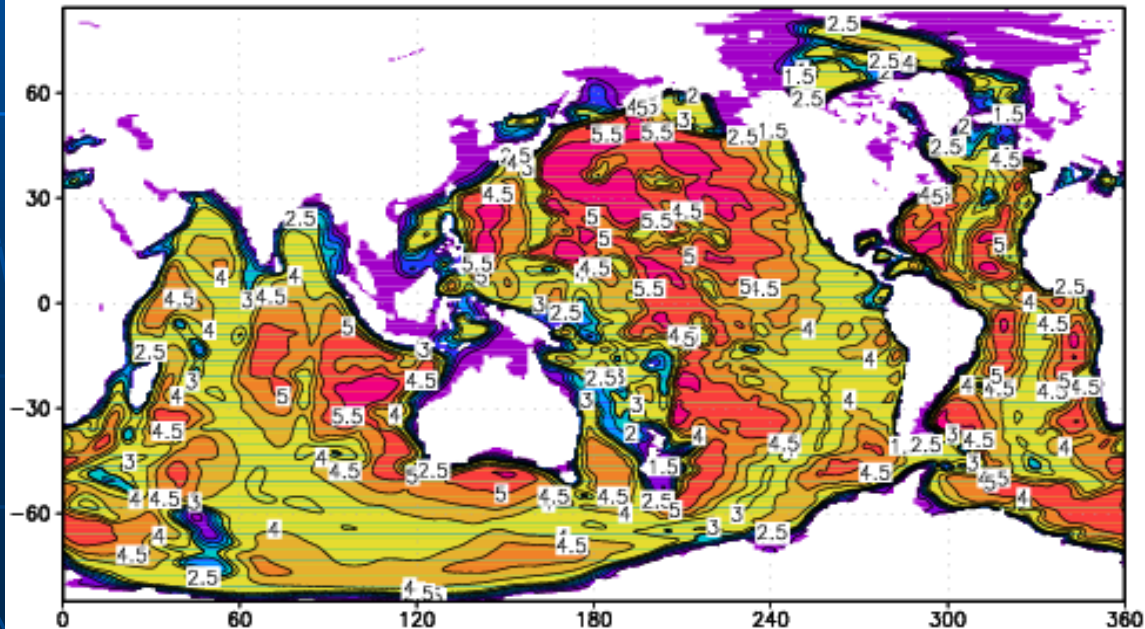
Zalesny and Gusev 2009

Модель общей циркуляции океана $1^\circ \times 0.5^\circ \times 40$ в криволинейной системе координат

Полюса расчетной системы расположены в точках 100° в.д., 70° с.ш. (п-ов Таймыр) и 100° в.д., 70° с.ш. (Антарктида). Экватор совпадает с географическим



Bottom topography, [km]



В случае системы
координат
сферического слоя

$$\begin{aligned} X_1 &= a \cos \lambda \cos \varphi, \\ X_2 &= a \sin \lambda \cos \varphi, \\ X_3 &= a \sin \varphi, \end{aligned}$$

метрические
коэффициенты

$$\begin{aligned} r_\lambda &= a \cos \varphi, \\ r_\varphi &= a, \\ r_z &= 1 \end{aligned}$$

Если некая система координат (x, y) получена преобразованием сферической системы в подпространстве (λ, φ) , то

$$\begin{aligned} r_x &= \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} r_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} r_\varphi\right)^2}, \\ r_y &= \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y} r_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} r_\varphi\right)^2}. \end{aligned}$$

Используемая в работе система координат получается из сферической преобразованием Мебиуса.

$$\eta = \frac{1 + A\xi}{\xi + A}$$

$x_0, \lambda_0, \varphi_0$ – параметры преобразования

$$\xi = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2}\right) \exp(i(x - x_0)), \quad \eta = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \exp(i(\lambda - \lambda_0)), \quad A = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right)$$

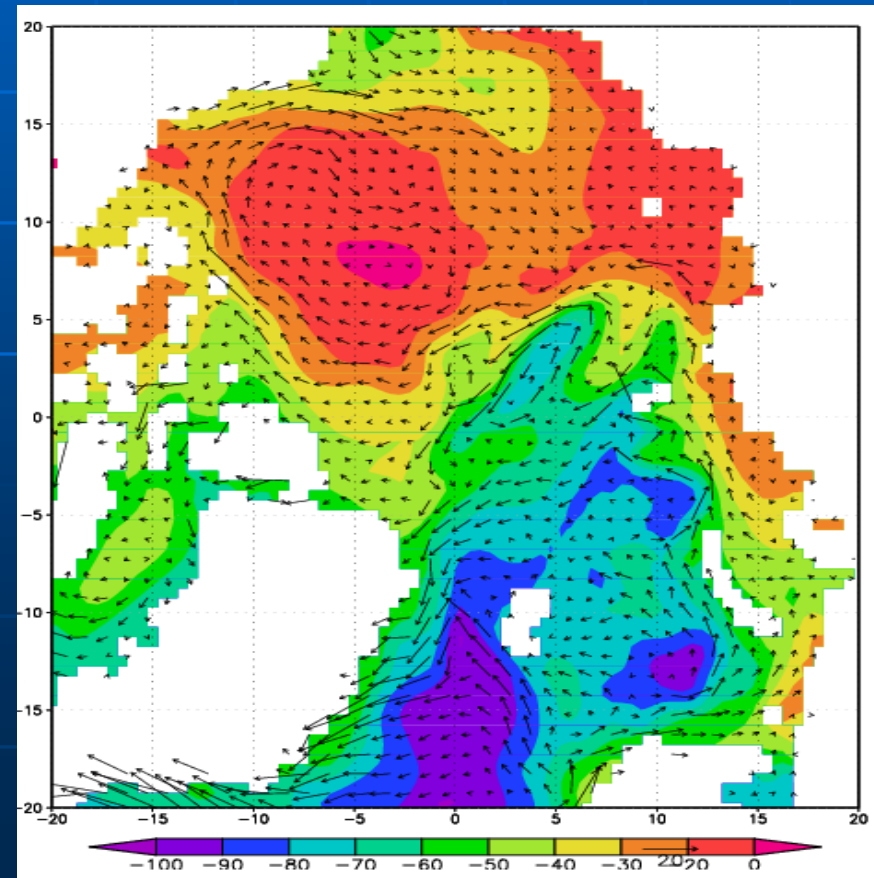
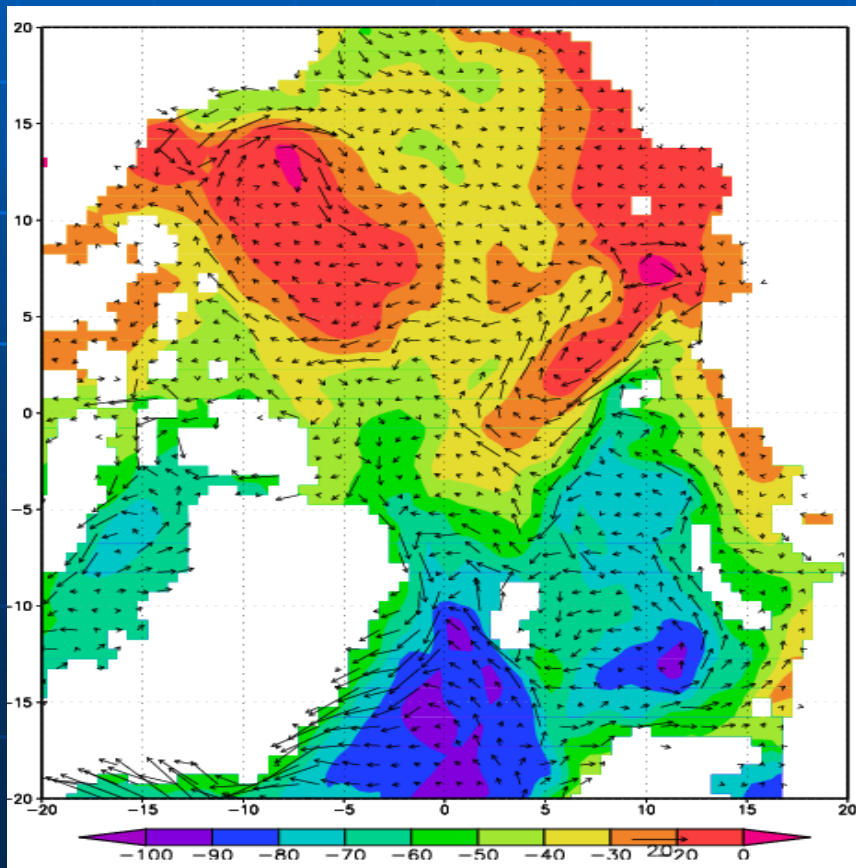
Преимущество использования новой системы координат в Северном Ледовитом океане.

По данным наблюдений



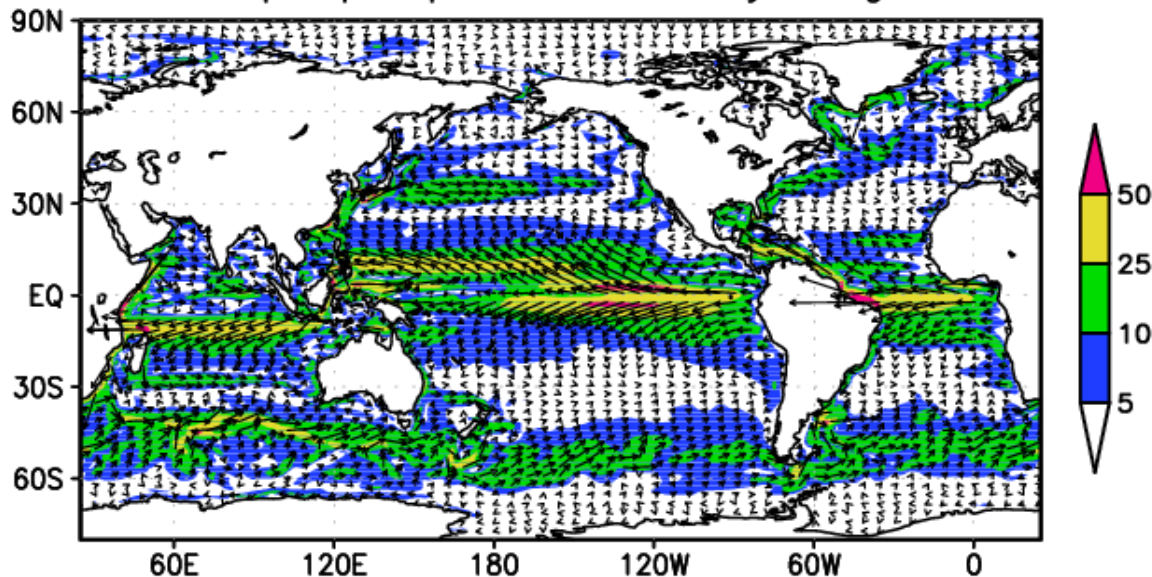
В географической системе

В специальной системе

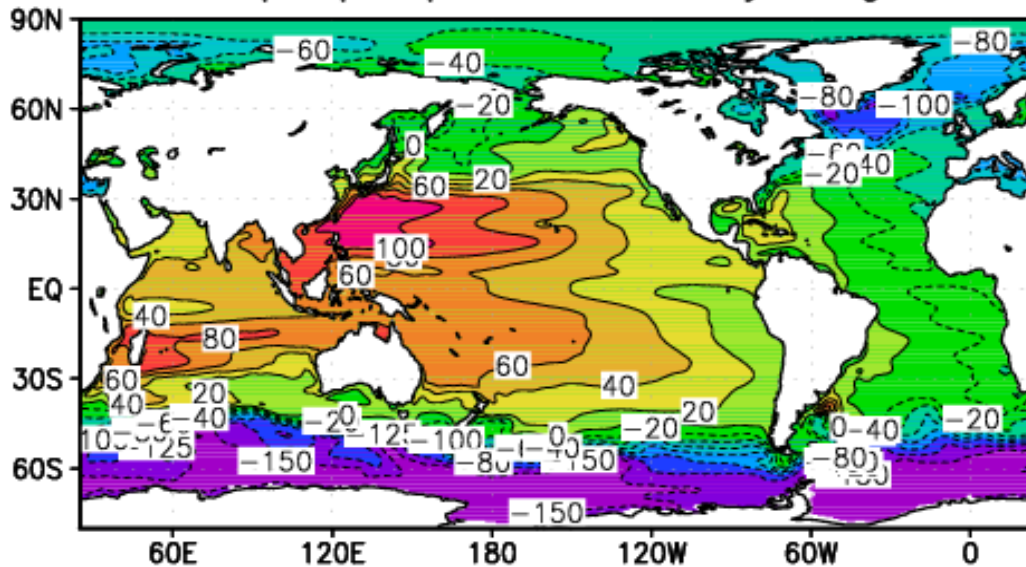


Скорости течений на глубине 10м (см/с) и уровень океана (см)

Annual velocity at 10m [cm/s]
Spinup experiment of 100yr long



Annual Sea Surface Height [cm]
Spinup experiment of 100yr long

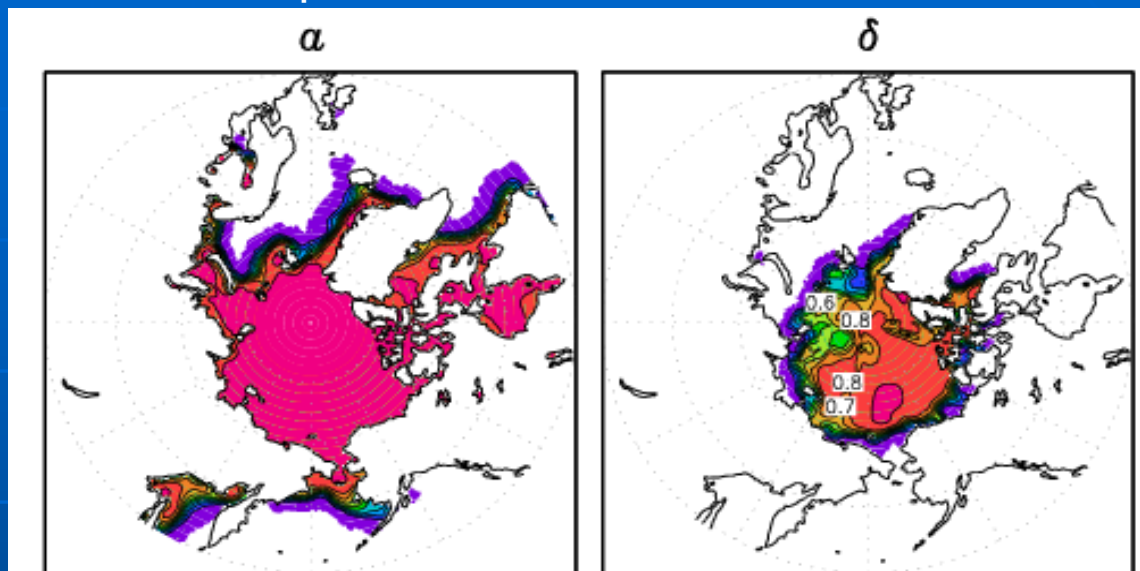


Концентрация морского льда в Северном полушарии

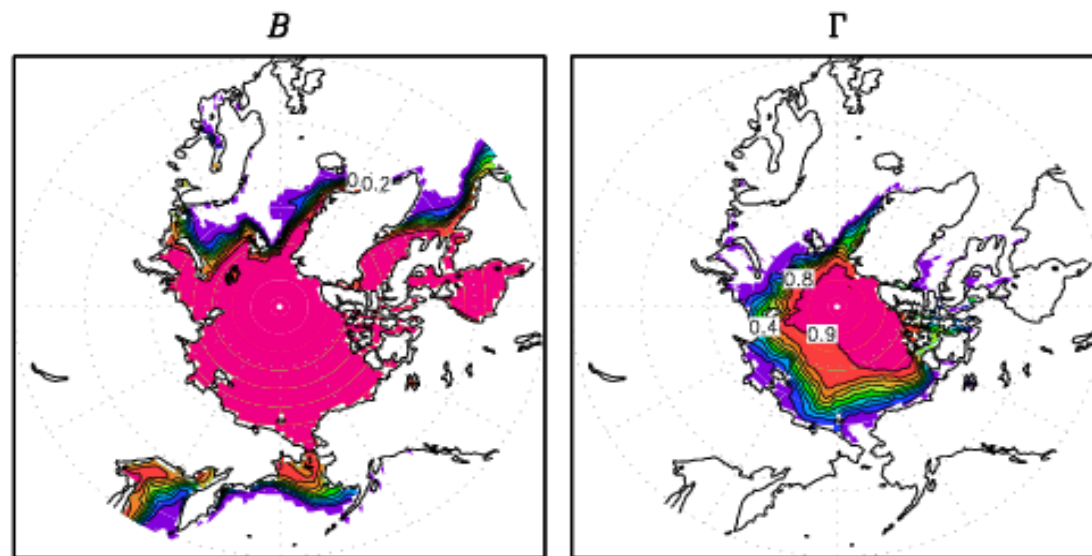
в марте

в сентябре

По результатам расчетов



По данным наблюдений
AMIP



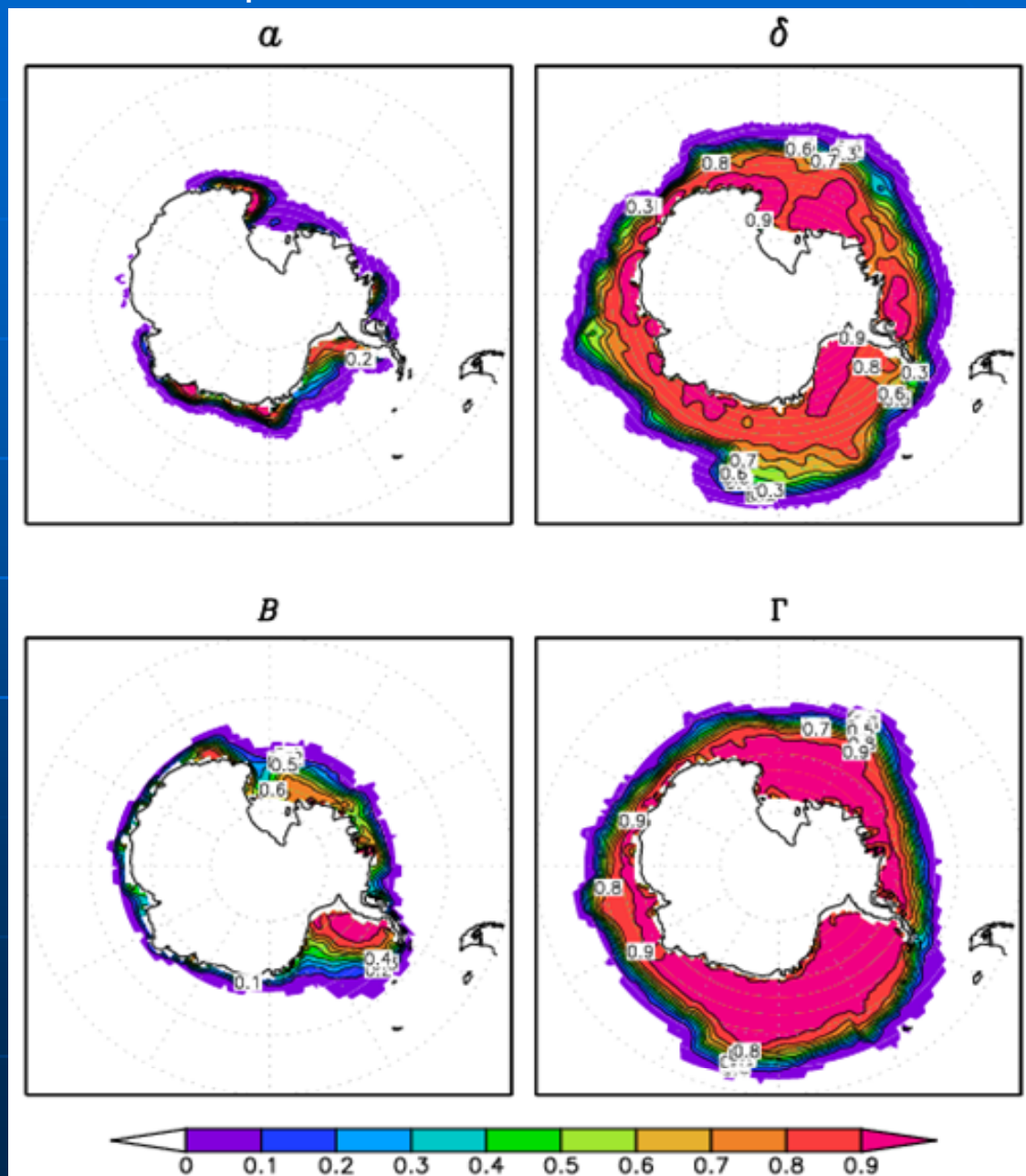
Концентрация морского льда в Южном полушарии

в марте

в сентябре

По результатам расчетов

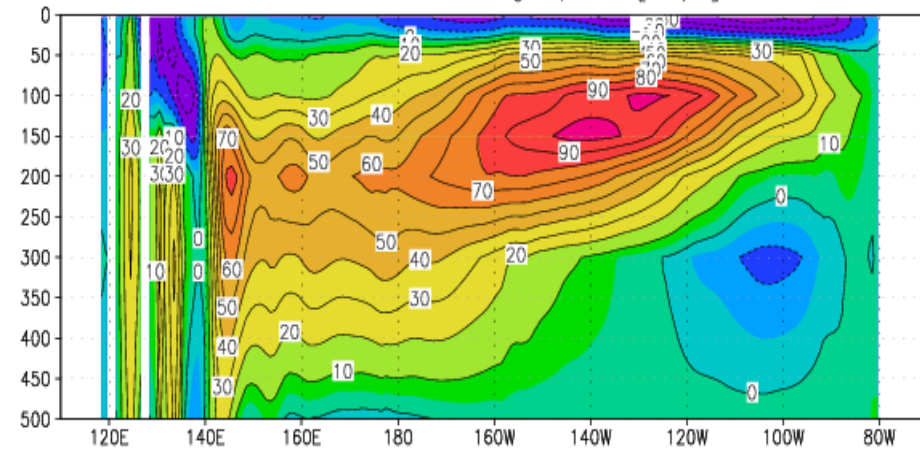
По данным наблюдений
AMIP



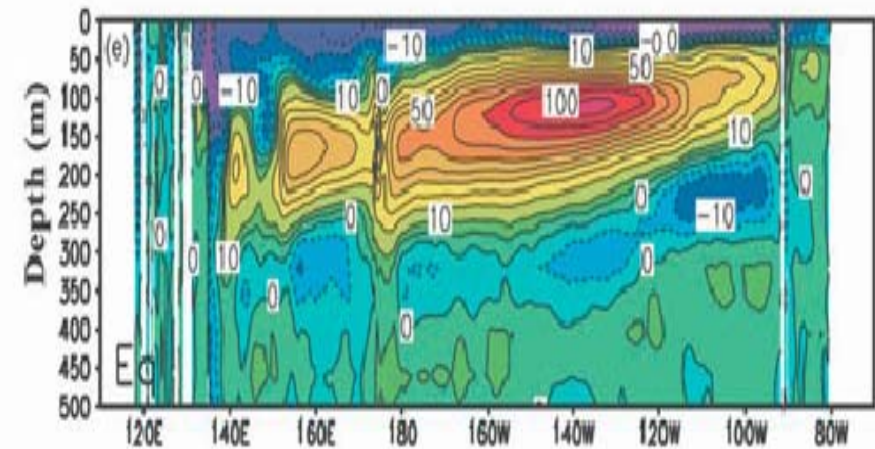
Вертикальное распределение среднегодовой зональной скорости течения в экваториальной части Тихого океана (см/с)

По результатам наших расчетов
($1^\circ \times 0.5^\circ \times 40$)

Annual zonal velocity in Pacific Ocean. Spinup experiment of 100yr long.
On zonal section along Equator [cm/s]

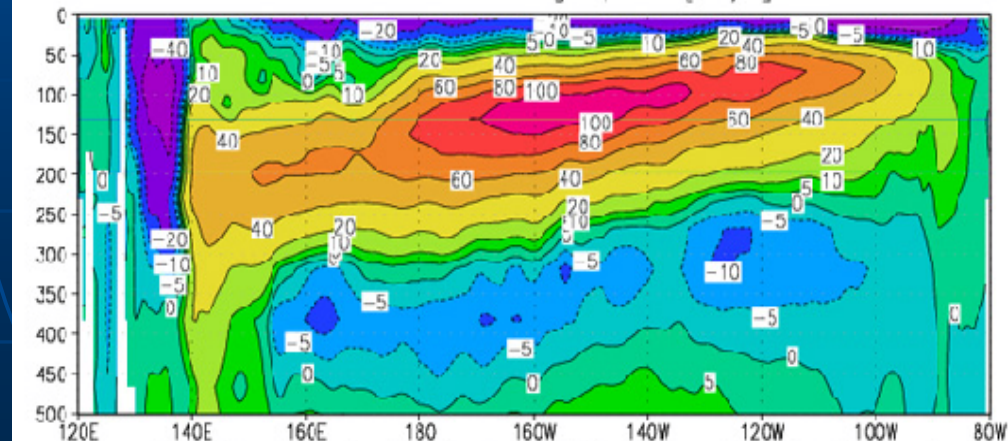


По результатам расчетов [Matsumoto et al. 2004]
($0.1^\circ \times 0.1^\circ \times 54$)



По данным системы усвоения SODA

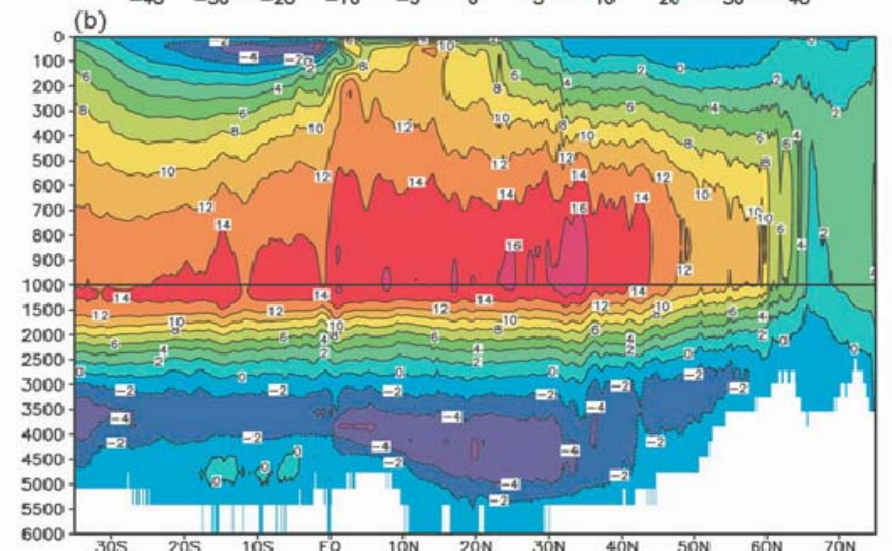
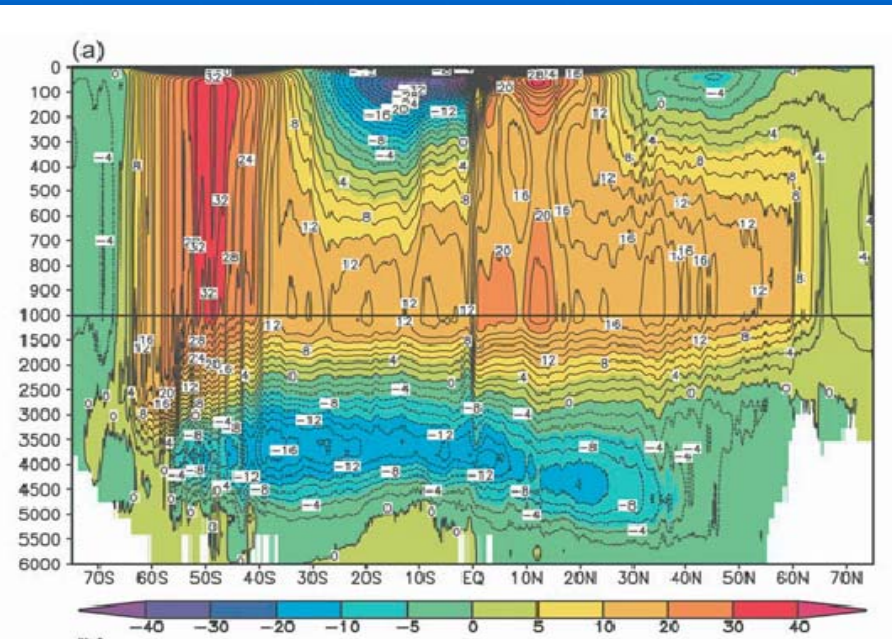
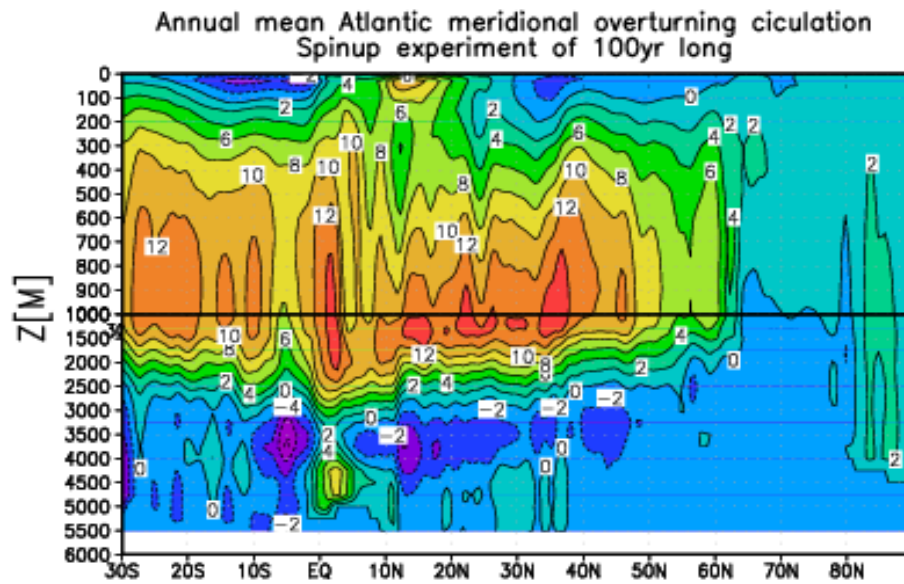
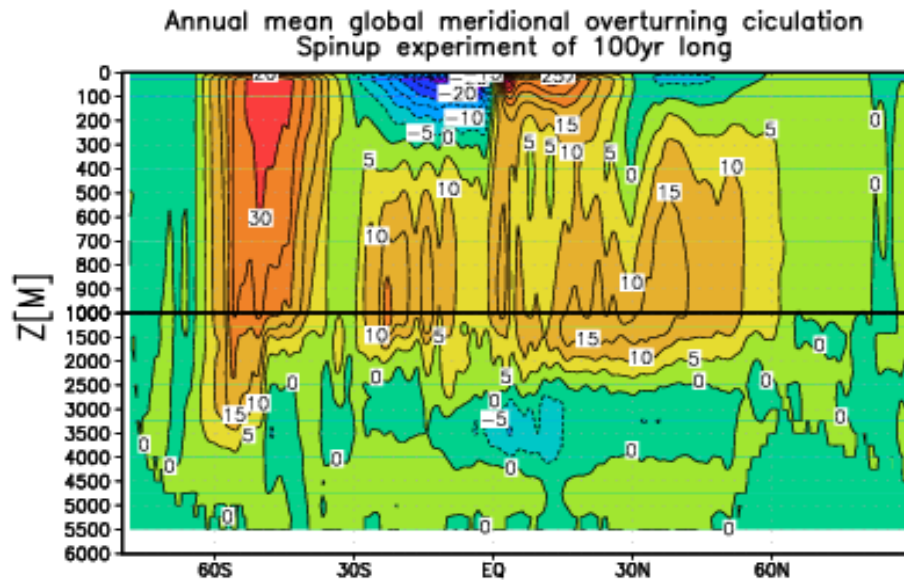
Annual zonal velocity in Pacific Ocean. SODA.
On zonal section along Equator [cm/s]



Среднегодовая функция тока меридиональной циркуляции (Св) в глобальном океане (сверху) и в Атлантическом (снизу)

По результатам расчетов климатической модели (океан $1^\circ \times 0.5^\circ \times 40$)

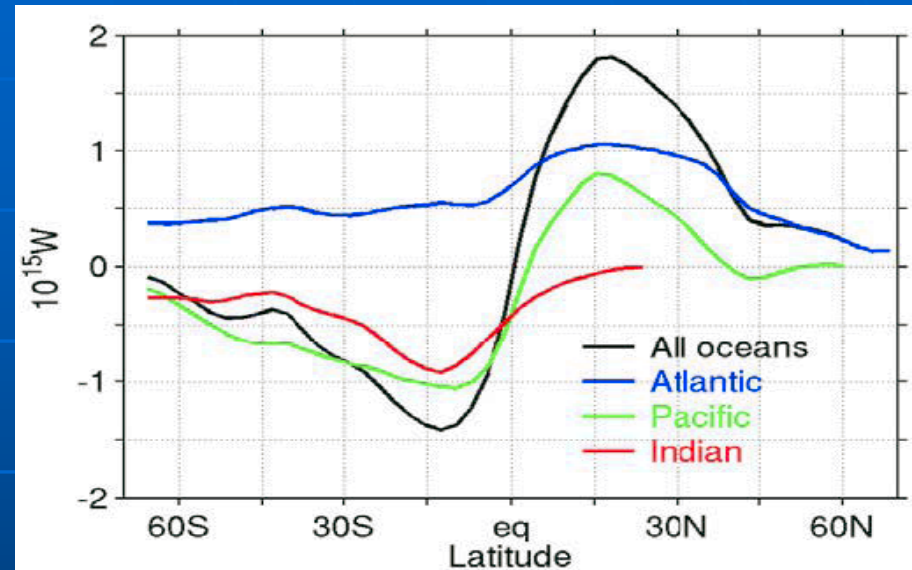
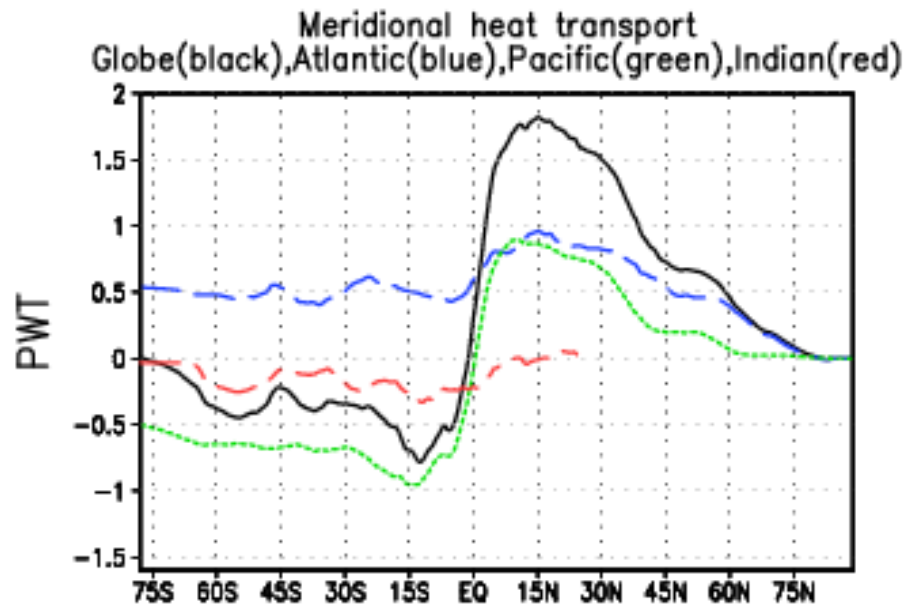
По результатам расчетов [Matsumoto et al. 2004] ($0.1^\circ \times 0.1^\circ \times 54$)



Среднегодовой меридиональный перенос тепла (ПВт)

Результаты расчетов по совместной модели

Оценки [Trenberth and Caron, 2001]



Основные результаты работы

1. Разработан оригинальный программный комплекс для проведения и анализа расчетов σ -модели циркуляции океана ИВМ РАН, который может применяться для Мирового океана и его отдельных акваторий с использованием различных криволинейных ортогональных систем координат и конечноразностных аппроксимаций на неравномерных сетках. Вместе с моделью циркуляции океана комплекс включает модель динамики и термодинамики морского льда, а также эффективную систему обмена данными с атмосферой. Комплекс можно применять для воспроизведения гидродинамики океана и характеристик морского льда как при заданном атмосферном воздействии, так и совместно с моделью атмосферы. Разработанный программный комплекс может использоваться как на параллельных вычислительных системах с общей памятью, так и на современных персональных компьютерах и рабочих станциях.
2. На основе разработанного комплекса создана новая версия σ -модели общей циркуляции океана, воспроизводящая крупномасштабную гидродинамику Мирового океана. Модель построена в криволинейной ортогональной системе координат, полученной путем конформного комплексного преобразования широтно-долготной системы, что позволило разместить особые точки системы за пределами расчетной области. Пространственное разрешение модели Мирового океана составляет $1^\circ \times 0,5^\circ$ в горизонтальных координатах и 40 неравномерно распределенных по вертикали σ -уровней. Проведен численный эксперимент по расчету глобальной циркуляции океана на срок 100 лет с начального состояния, соответствующего январской климатологии Левитуса, с реалистичным заданием годового хода атмосферного воздействия. Результаты численных расчетов показали, что модель адекватно воспроизводит основные характеристики крупномасштабной динамики Мирового океана.

A serene sunset scene over a calm body of water. The sky is a mix of deep blues, purples, and oranges, with scattered clouds catching the low light of the sun. The water in the foreground is still, reflecting the colors of the sky. The horizon is a dark, silhouetted line. Overlaid on the upper half of the image is the Russian text 'Спасибо за внимание!' in a light pink, serif font.

Спасибо за внимание!