

НЕГИДРОСТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ ВЕНЕРЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

К. Г. Орлов¹, И. В. Мингалев¹, А. В. Родин²

¹Полярный геофизический институт Кольского научного центра РАН
(E-mail: orlov@pgia.ru, mingalev_i@pgia.ru)

²Институт космических исследований РАН (E-mail: rodin@irn.iki.rssi.ru)

Излагается описание новой модели общей циркуляции атмосферы Венеры, основанной на решении полной системы уравнений газовой динамики с учетом переноса электромагнитного излучения. Модель имеет существенно более высокое разрешение как по горизонту, так и по высоте по сравнению с широко используемыми в настоящее время гидростатическими моделями. Излагаются результаты исследования физических механизмов, формирующих общую циркуляцию атмосферы Венеры, полученные с помощью новой модели.

Новая модель предназначена для исследования общей циркуляции атмосферы Венеры, в частности, для исследования таких явлений как суперротация, термический прилив, и механизмов, формирующих эти явления.

Описание модели

Создано 2 варианта модели :

1. На нерегулярной пространственной сетке, построенной с использованием треугольной сетки на поверхности сферы.

2. На регулярной сетке в сферической системе координат.

Область моделирования представляет собой сферический слой, нижней границей которого является поверхность Венеры, а верхняя граница расположена на высоте 102 км от поверхности.

Система уравнений

Для расчета динамики атмосферы используется полная система уравнений газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \left(-\nabla p + \operatorname{div} \hat{\mathcal{T}} \right) + \rho \mathbf{F}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \operatorname{div} (W \mathbf{v}) = \left(\rho \mathbf{v}, \mathbf{F} \right) + \operatorname{div}(\hat{\mathcal{T}} \cdot \mathbf{v} - p \mathbf{v} - \mathbf{j}) + Q$$

где обозначено : $p = \rho R T$ – давление, R – постоянная атмосферного газа, τ – тензор вязких напряжений, Q – объёмная мощность нагрева/охлаждения за счет поглощения испускания электромагнитного излучения, \mathbf{F} – ускорение внешних сил, которое складывается из ускорений силы тяжести, силы Кориолиса и центробежной силы.

$$\mathbf{F} = \mathbf{r} \left(\Omega^2 - g_0 r_{\text{нов}}^2 / r^3 \right) - \Omega(\Omega, \mathbf{r}) + 2[\mathbf{v} \times \Omega]$$

Для вычисления пространственных производных применяется метод конечного объема с вычислением потоков через грани контрольного объема узла сетки.

Для решения системы уравнений газовой динамики используется явная разностная схема, основанная на вычислении потоков массы, импульса и полной энергии через грани контрольного объема узла сетки по специальной методике. Эта методика является обобщением явной гибридной монотонной схемы второго порядка точности по всем переменным для одномерного уравнения неразрывности, и хорошо себя зарекомендовала при расчетах динамики сложных трехмерных течений сжимаемого вязкого газа.

Граничные условия

На верхней границе области моделирования (на высоте 102 км) вертикальные компоненты ветра и вектора потока тепла полагались равными нулю, а зональная и меридиональная компоненты ветра вычислялись из условия равенства нулю их производной по высоте.

На нижней границе (на поверхности Венеры) ветер и вертикальная компонента потока тепла считались равными нулю.

Начальные условия

Начальные распределения температуры и плотности атмосферного газа задавались однородными по горизонту. Средний молекулярный вес атмосферного газа, начальная плотность на поверхности Венеры и зависимость начальной температуры от высоты задавались по экспериментальным данным. Зависимость начальной плотности от высоты задавались при помощи уравнения гидростатики. Вертикальная и меридиональная компоненты ветра в начальный момент полагались равными нулю. Зональная компонента ветра в начальный момент задавалась однородной по долготе следующим образом

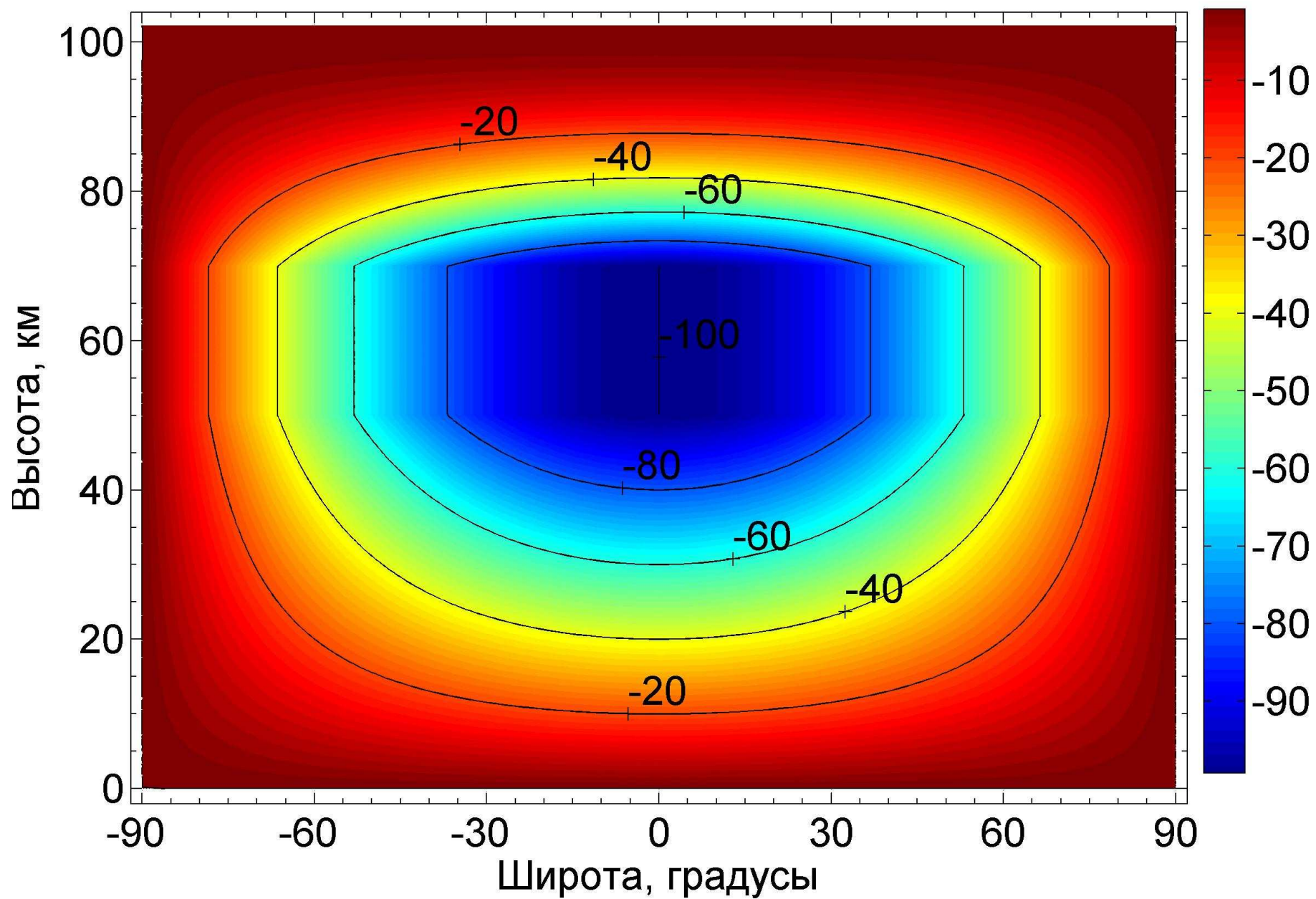
$$V_{zonal}(h, \beta) = V_{\text{экв}}(h) \cdot \cos \beta$$

$V_{\text{экв}}(h)$ – зональная компонента ветра на экваторе, зависящая только от высоты h следующим образом. В интервале высот 0 – 50 км $V_{\text{экв}}(h)$ линейно возрастает с высотой от 0 до максимального значения V_{max} , в интервале высот 50 – 70 км $V_{\text{экв}}(h) = V_{\text{max}}$, а в интервале высот 70 – 102.2 км $V_{\text{экв}}(h)$ определяется по формуле

$$V_{\text{экв}}(h) = -V_{\text{max}} \cdot (102.2 - h)^2 / 32.2 ,$$

в которой высота h берется в километрах. Эта формула задает монотонное убывание $V_{\text{экв}}(h)$ с высотой до нуля на верхней границе области моделирования.

Зональная компонента ветра в начальный момент



Модельное задание нагрева атмосферы

Мы взяли сглаженные экспериментальные вертикальные профили падающего и восходящего потоков солнечной радиации в подсолнечной точке по модели VIRA. Вертикальный профиль объёмной мощности нагрева солнечной радиацией над освещённой точкой поверхности Венеры определили по формуле

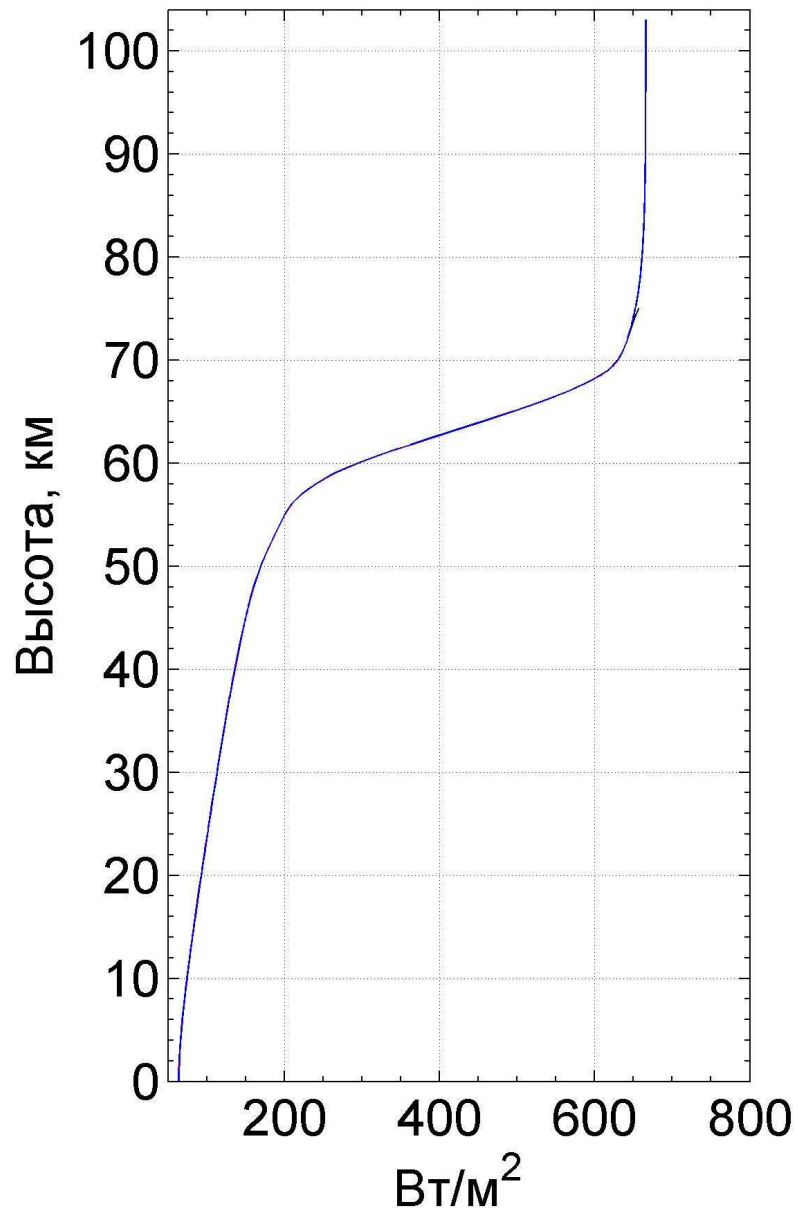
$$Q_S(h, \lambda) = \cos \lambda \frac{d}{dh} \left(I_S^\downarrow(h) - I_S^\uparrow(h) \right) \text{ где } \lambda \text{ – зенитный угол Солнца.}$$

Также взяли осреднённые по поверхности Венеры вертикальные профили падающего и восходящего потоков ИК радиации по модели VIRA. Вертикальный профиль объёмной мощности нагрева ИК радиацией мы брали однородным по горизонту и определяли по формуле

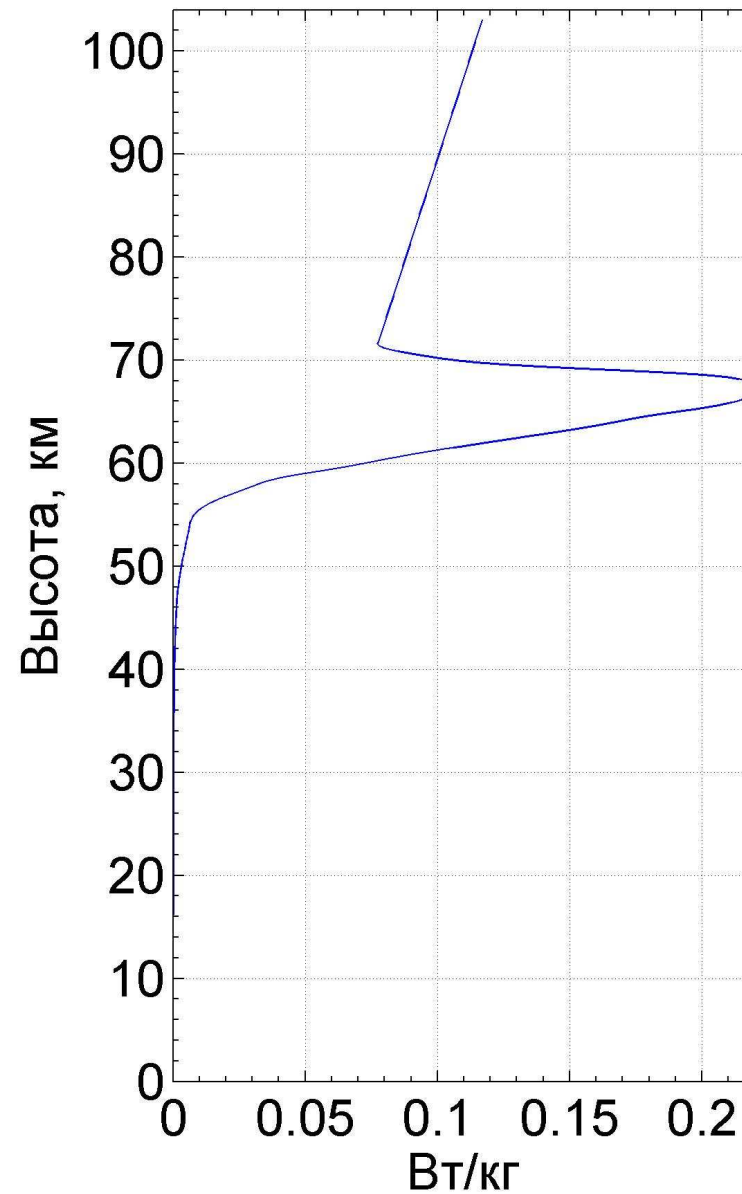
$$Q_{IR}(h) = \frac{d}{dh} \left(I_{IR}^\downarrow(h) - I_{IR}^\uparrow(h) \right)$$

Итоговая мощность нагрева равна сумме нагревов солнечной и ИК радиациями $Q(h, \lambda) = Q_S(h, \lambda) + Q_{IR}(h)$

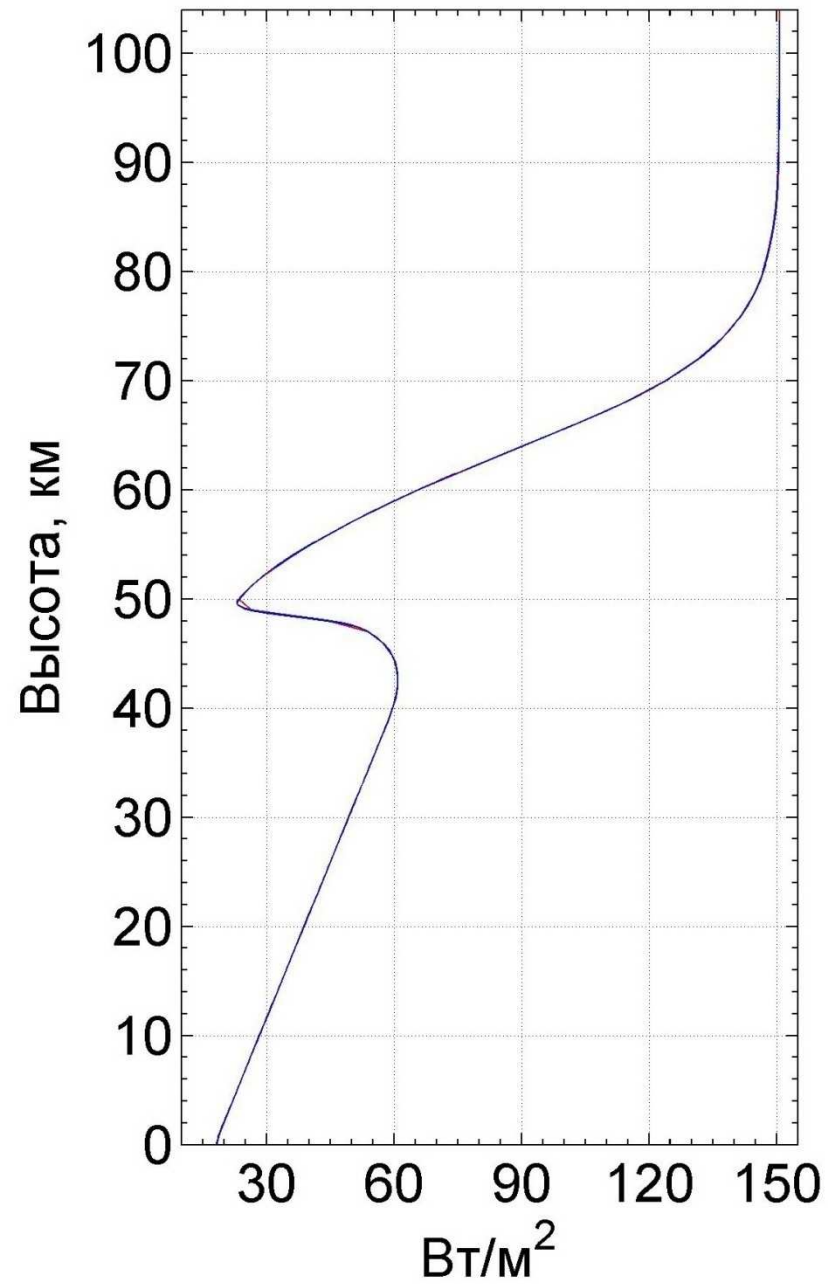
Поток солнечной радиации
в подсолнечной точке



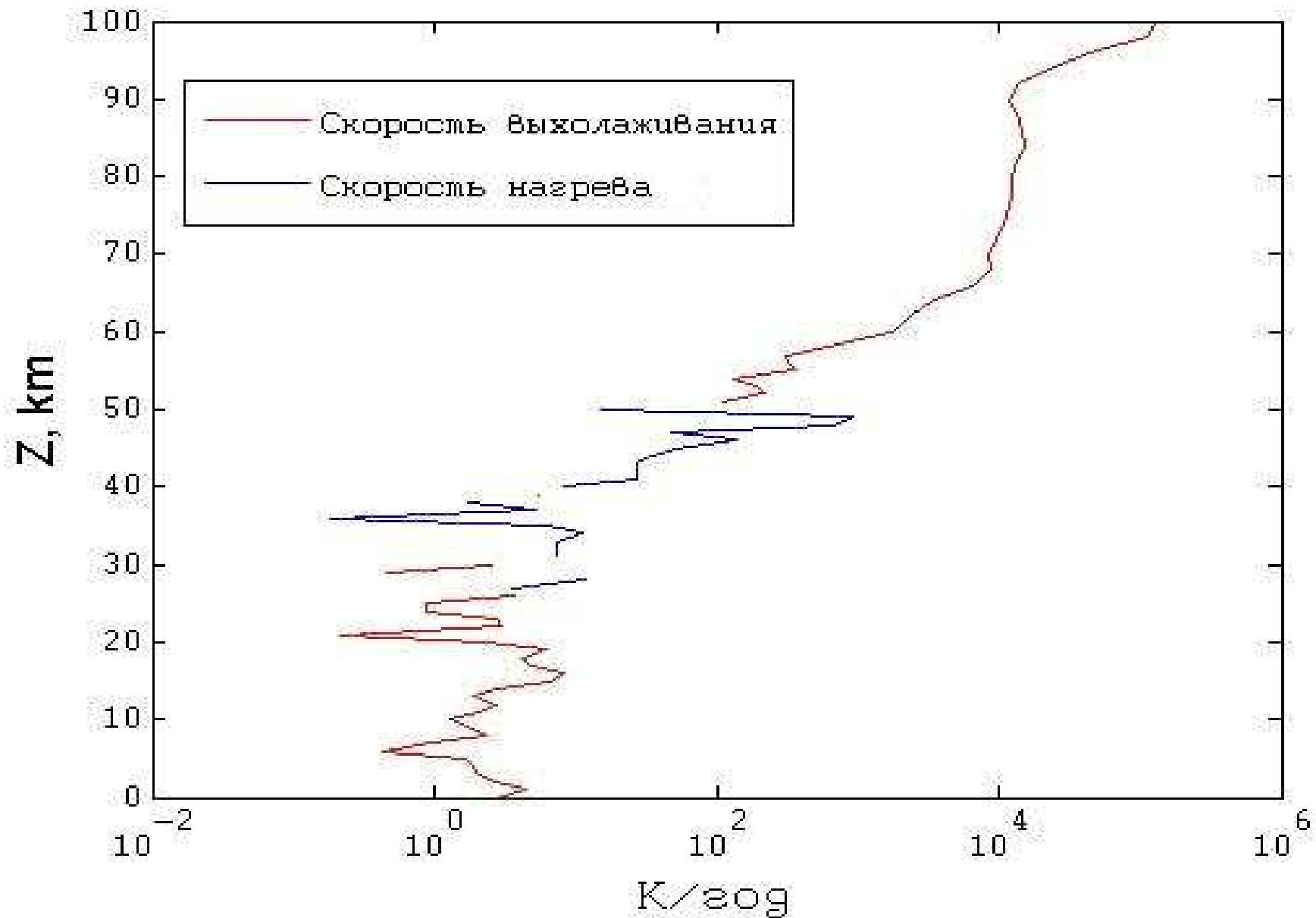
Скорость нагрева за счет
солнечной радиации



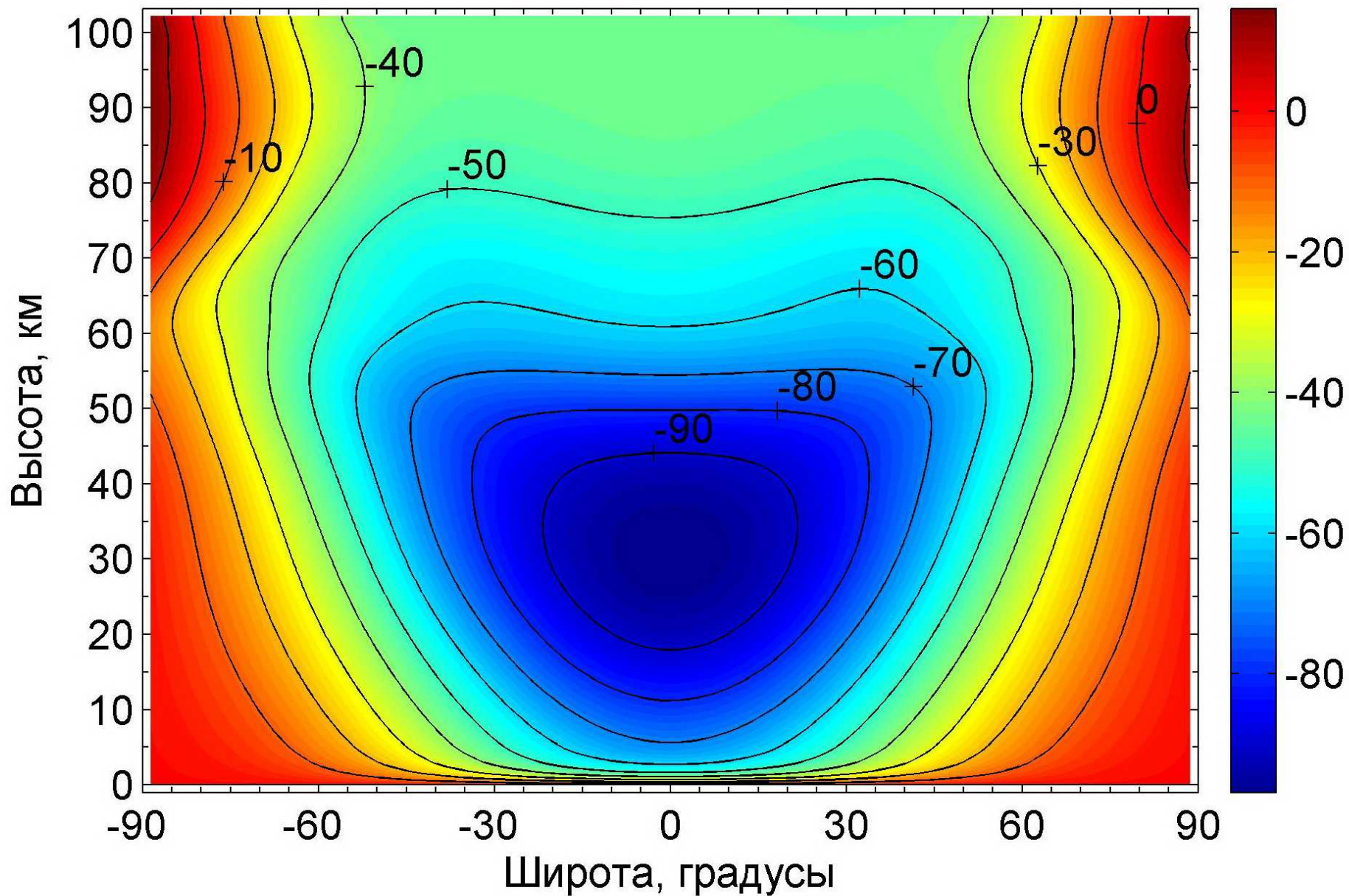
Поток ИК радиации



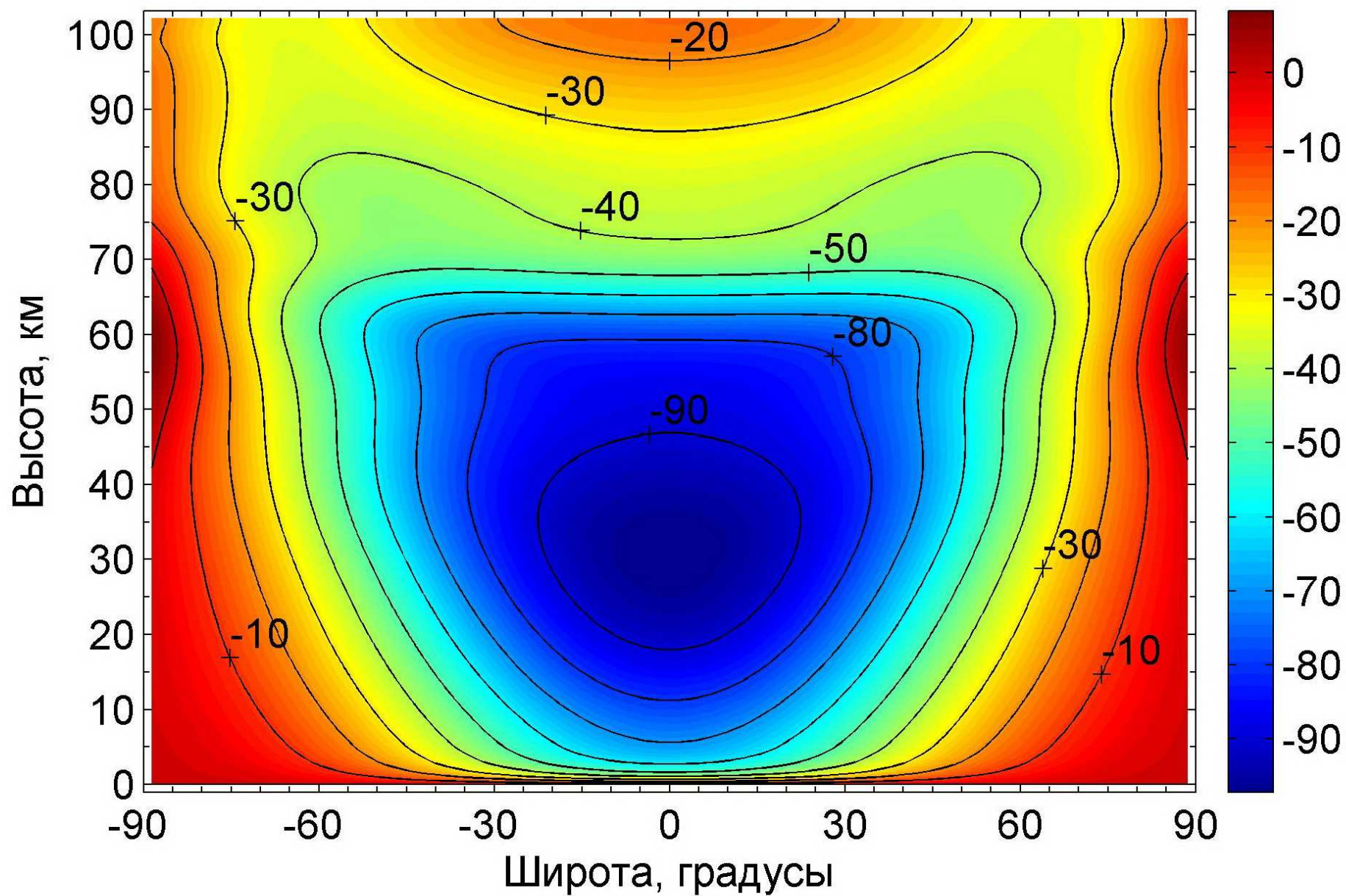
Скорости нагрева и выхолаживания счет ИК радиации



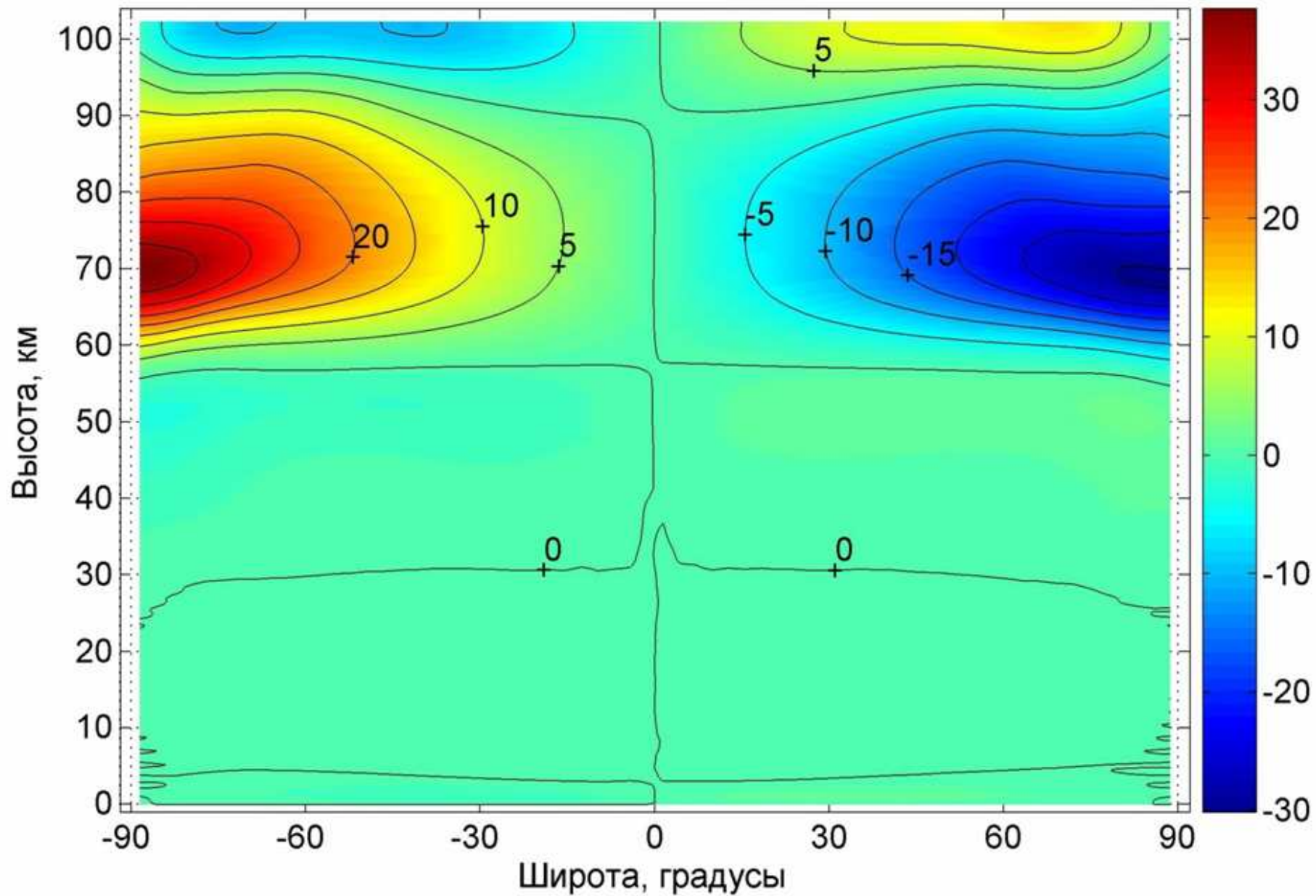
**Зональная компонента ветра при долготе 0°
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$**



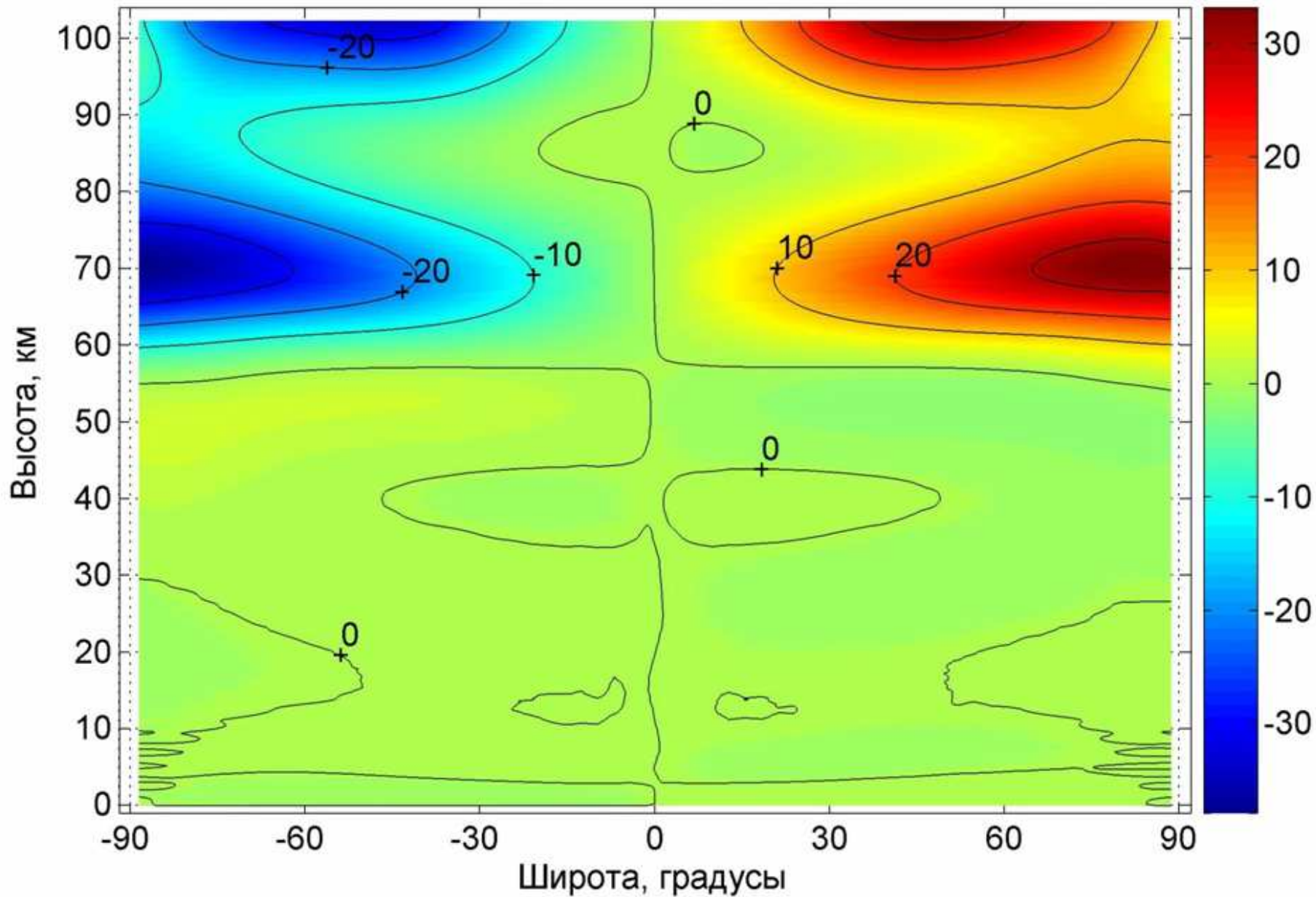
**Зональная компонента ветра при долготе 180°
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$**



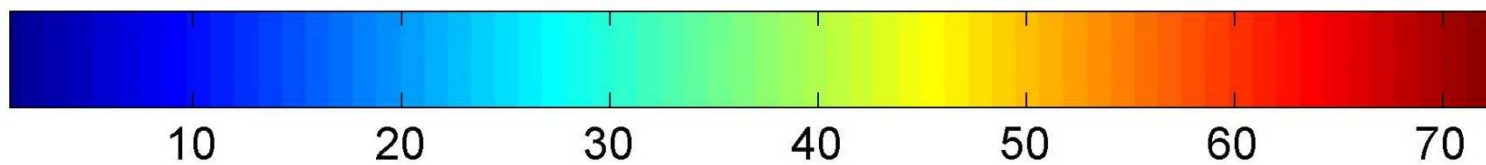
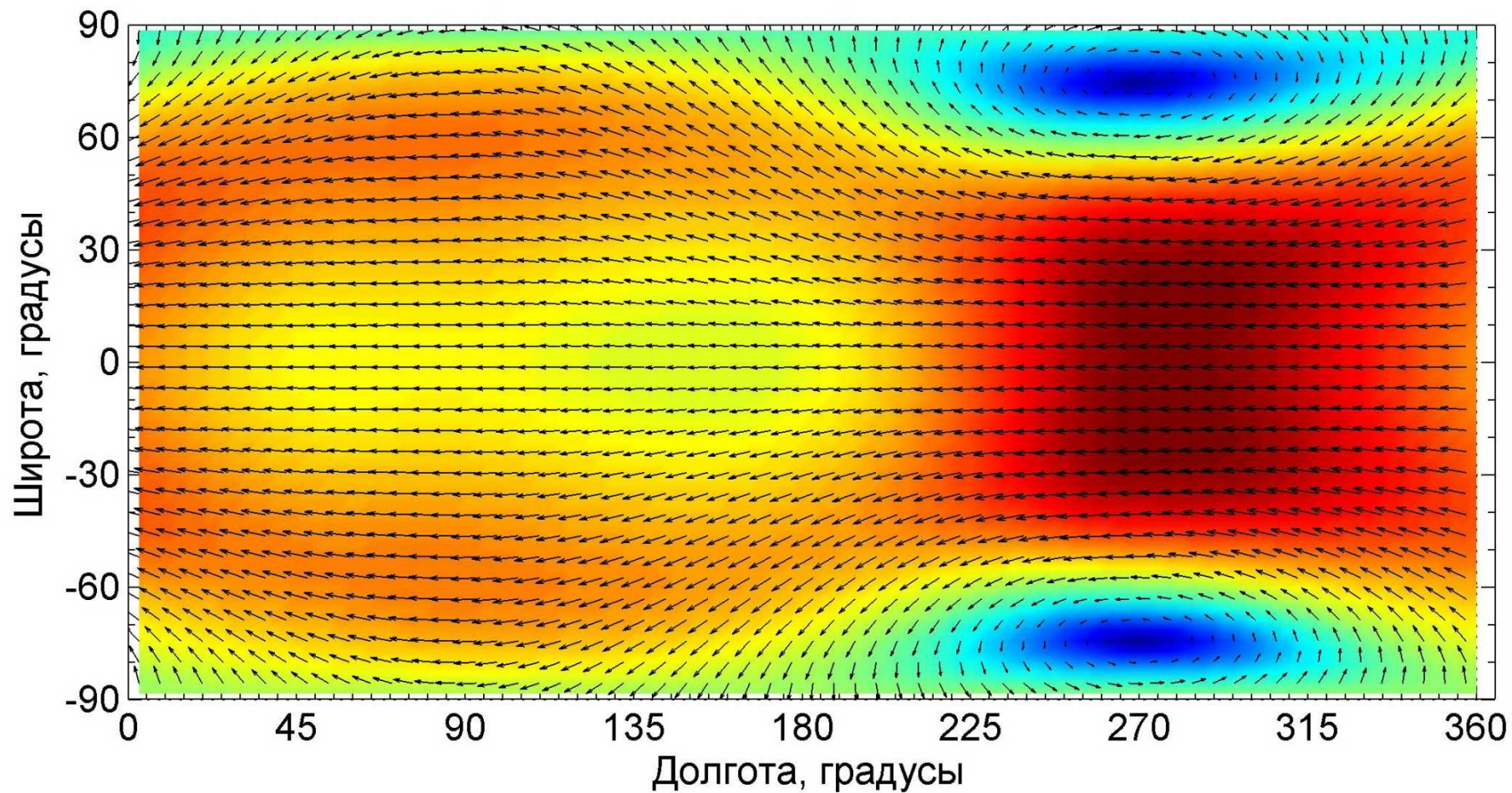
Меридиональная компонента ветра при долготе 0°
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{ м/с}$



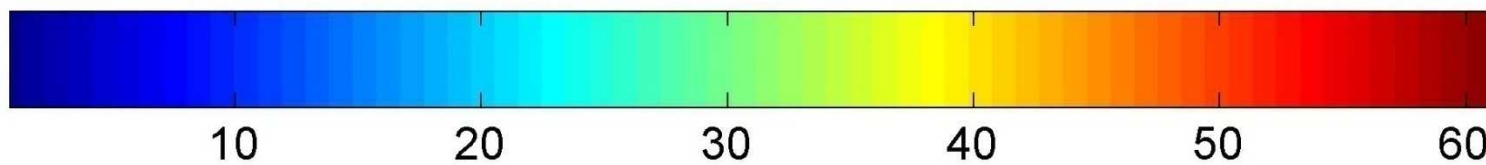
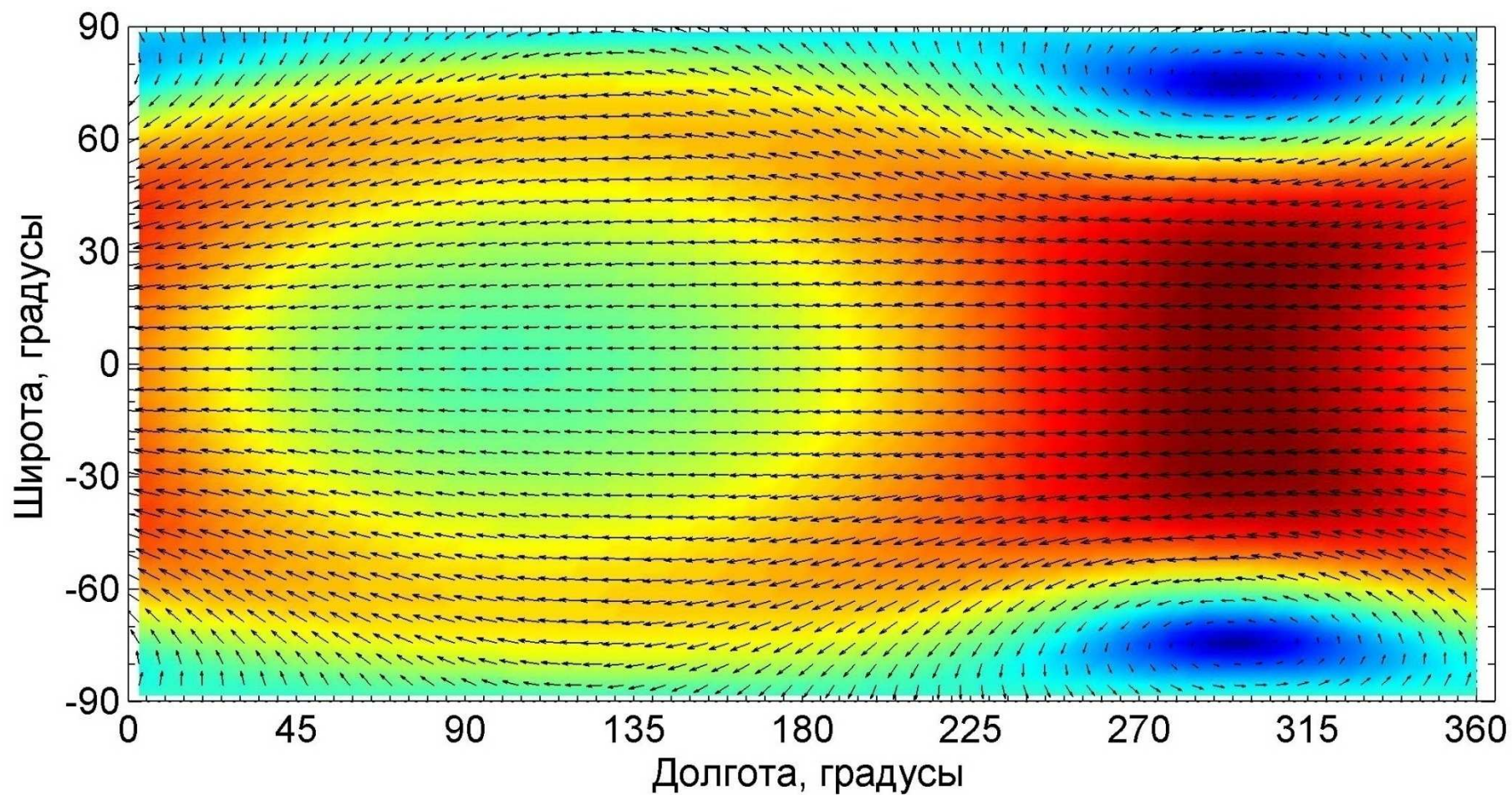
Меридиональная компонента ветра при долготе 180°
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{ м/с}$



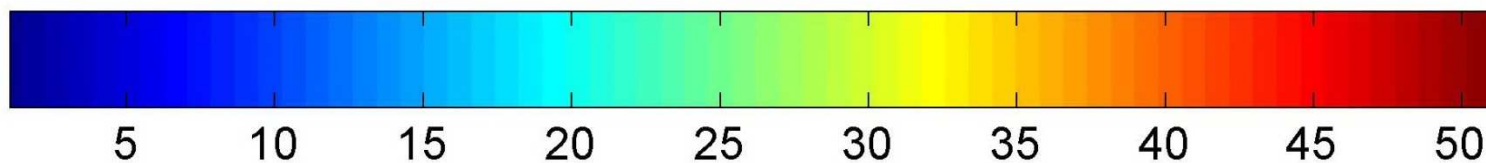
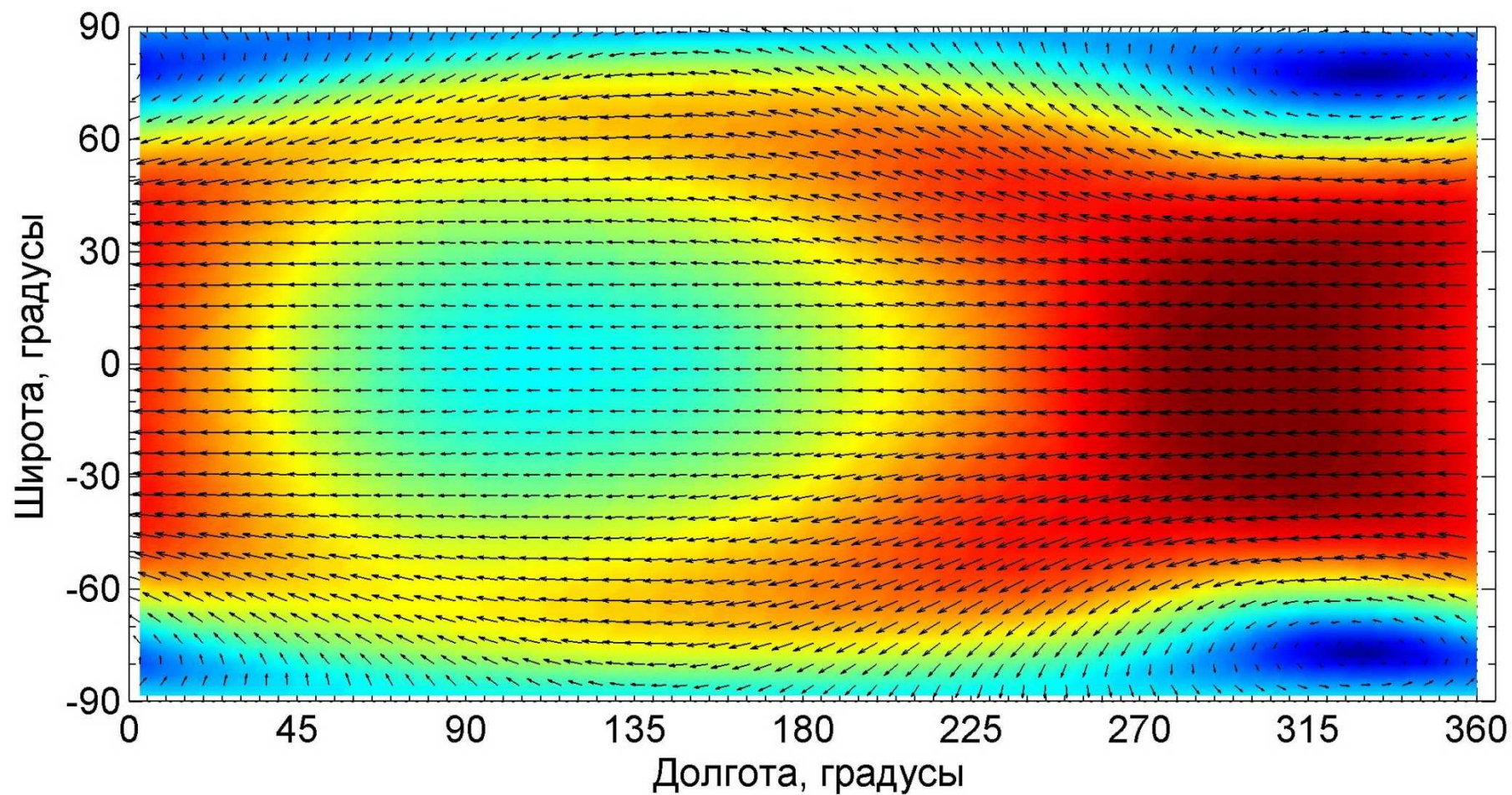
Горизонтальный ветер на высоте 70км через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$



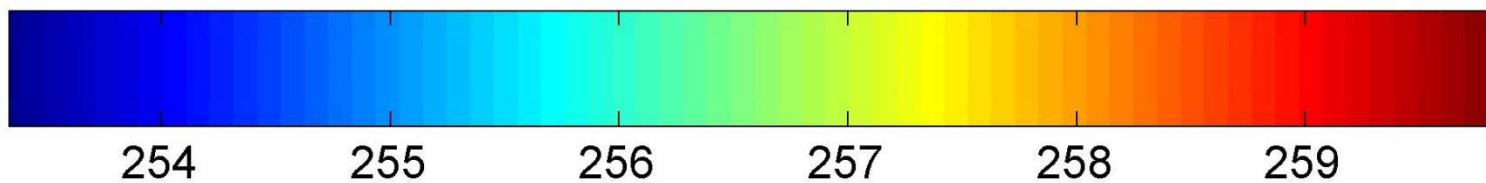
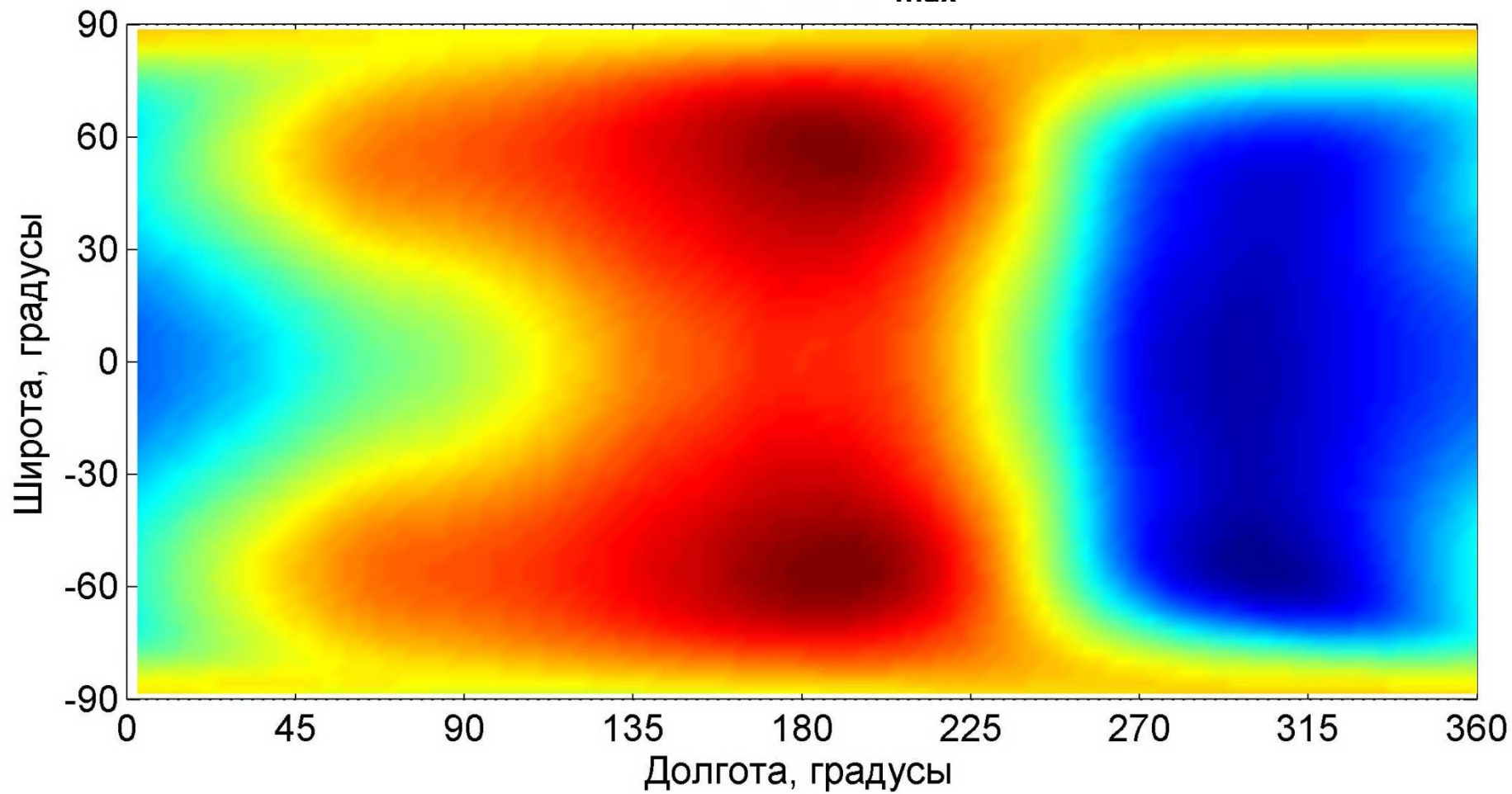
Горизонтальный ветер на высоте 80км через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$



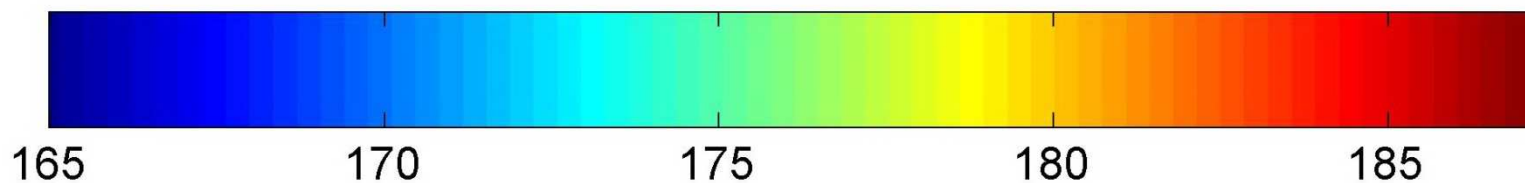
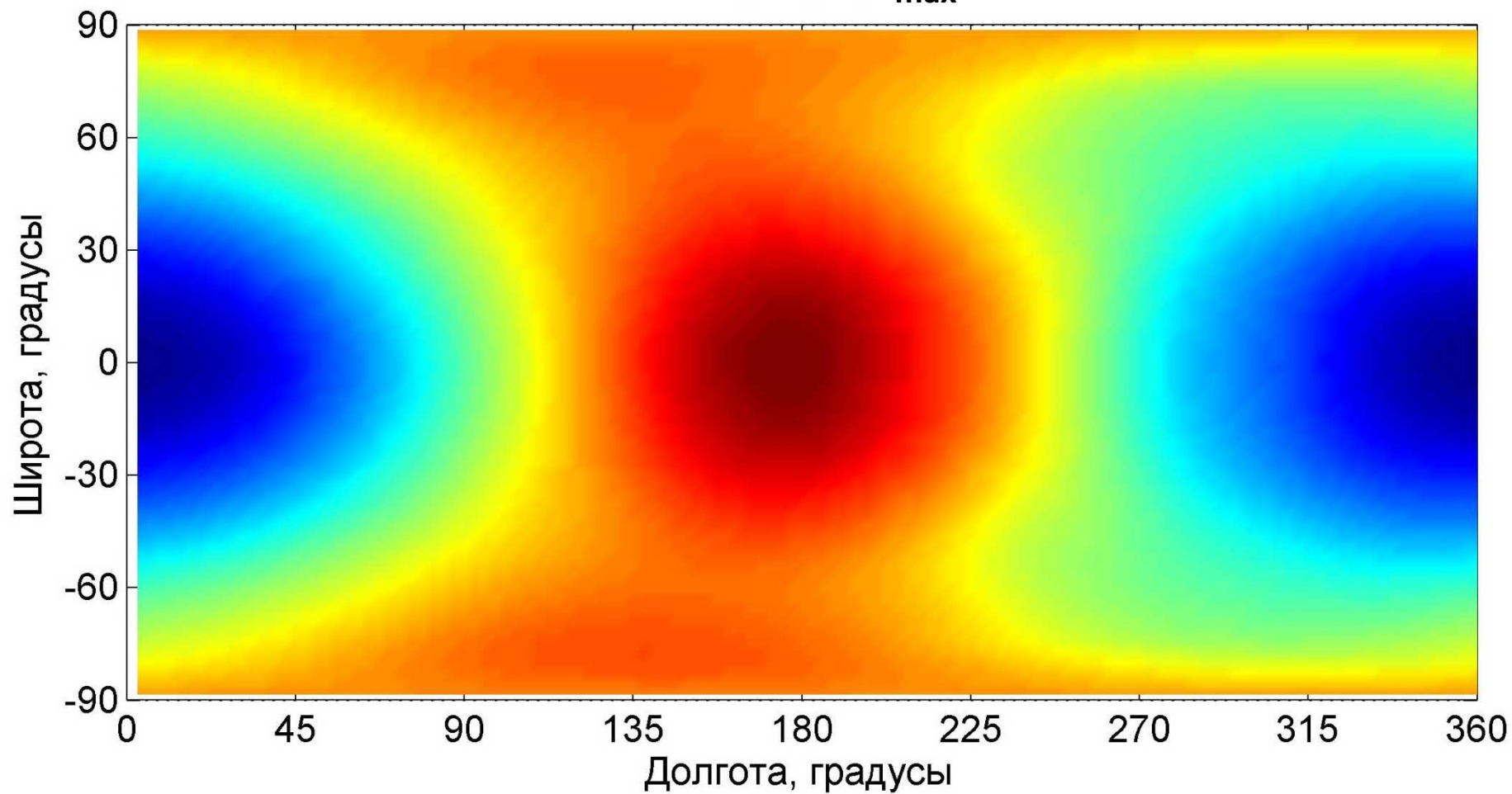
Горизонтальный ветер на высоте 90км через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$



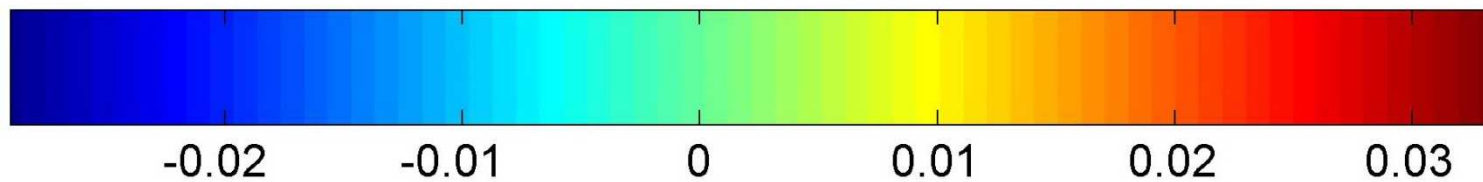
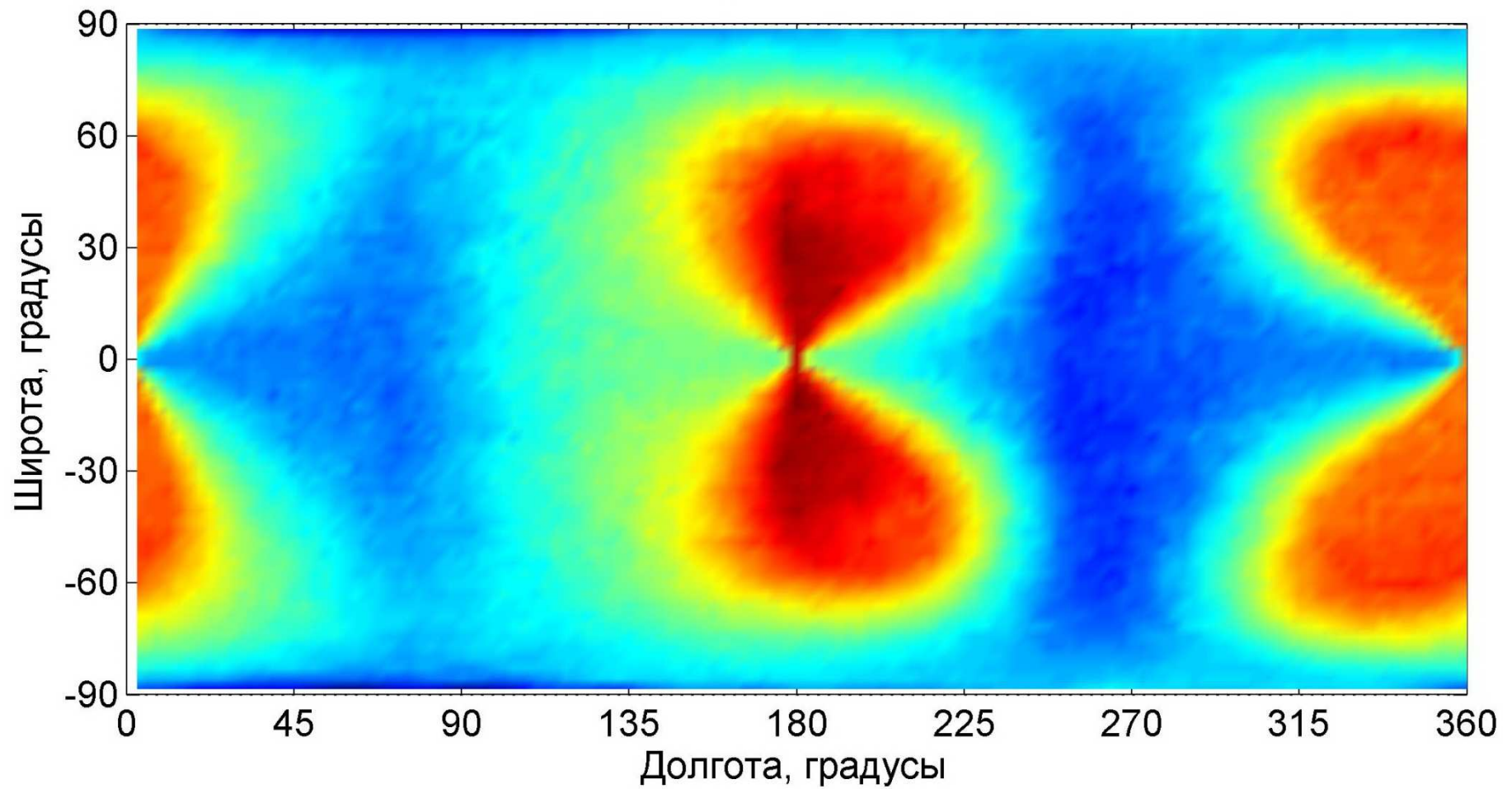
Температура на высоте 70км
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$



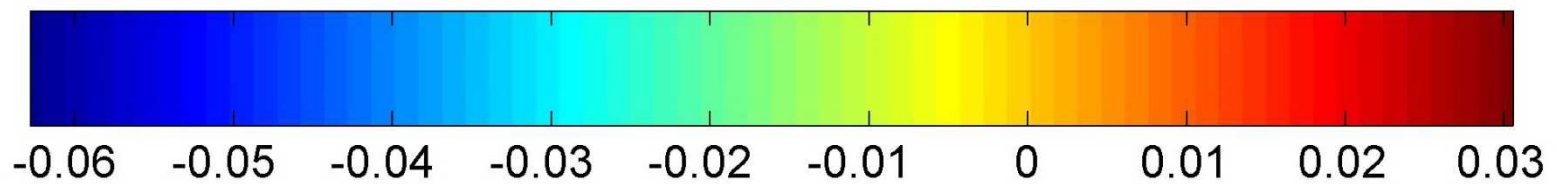
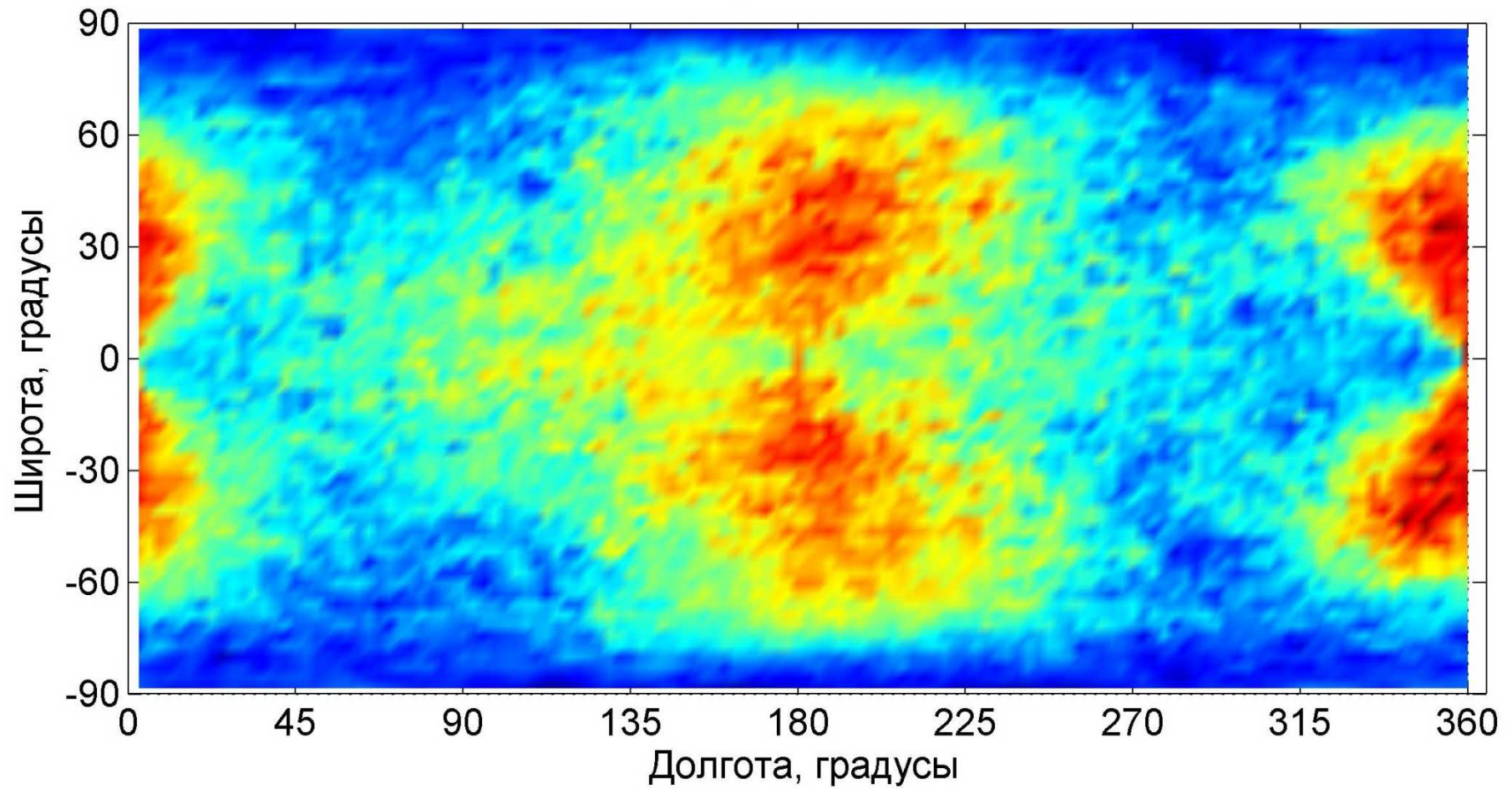
Температура на высоте 90км
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$



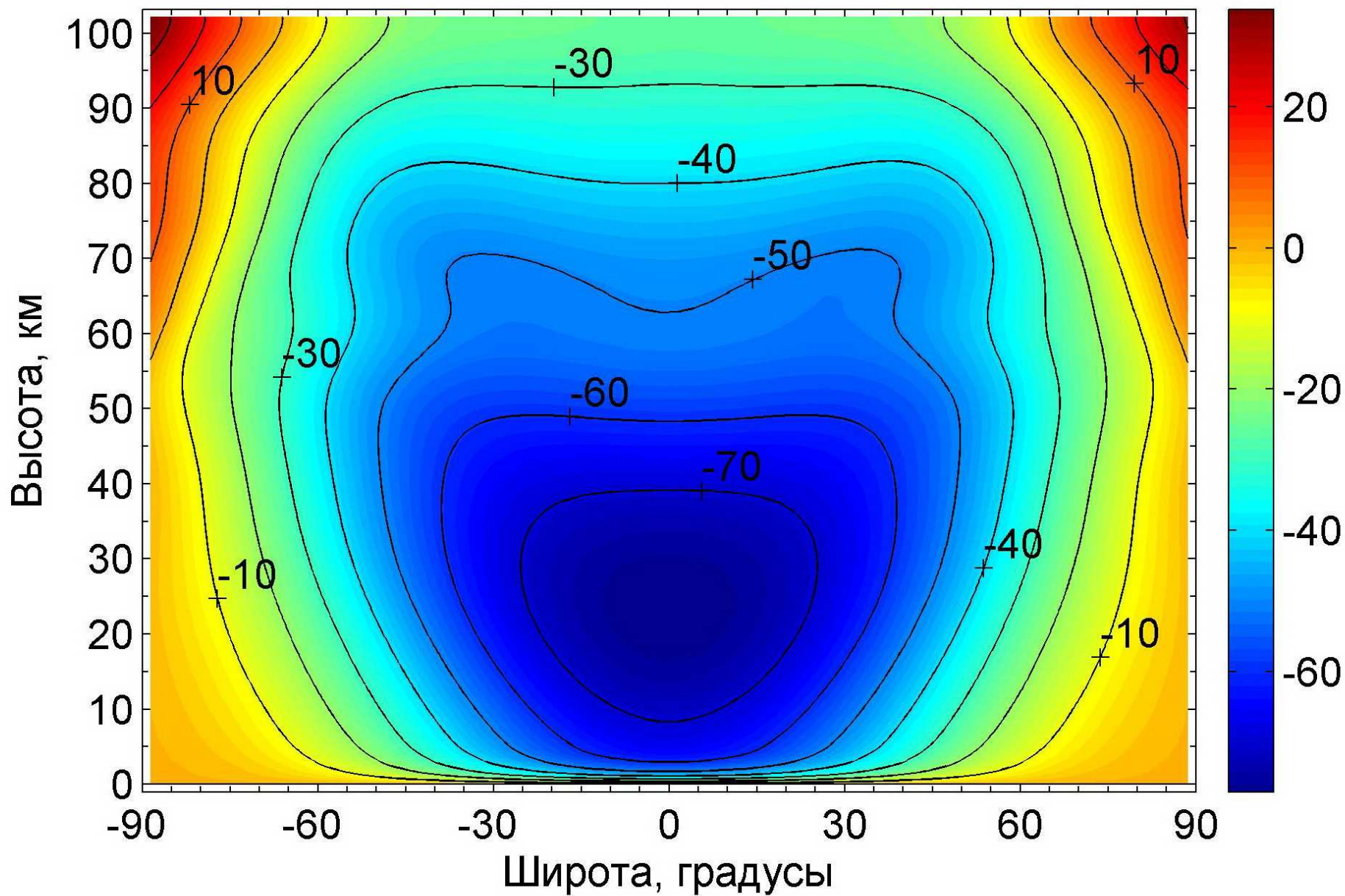
Вертикальная скорость на высоте 70км
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$



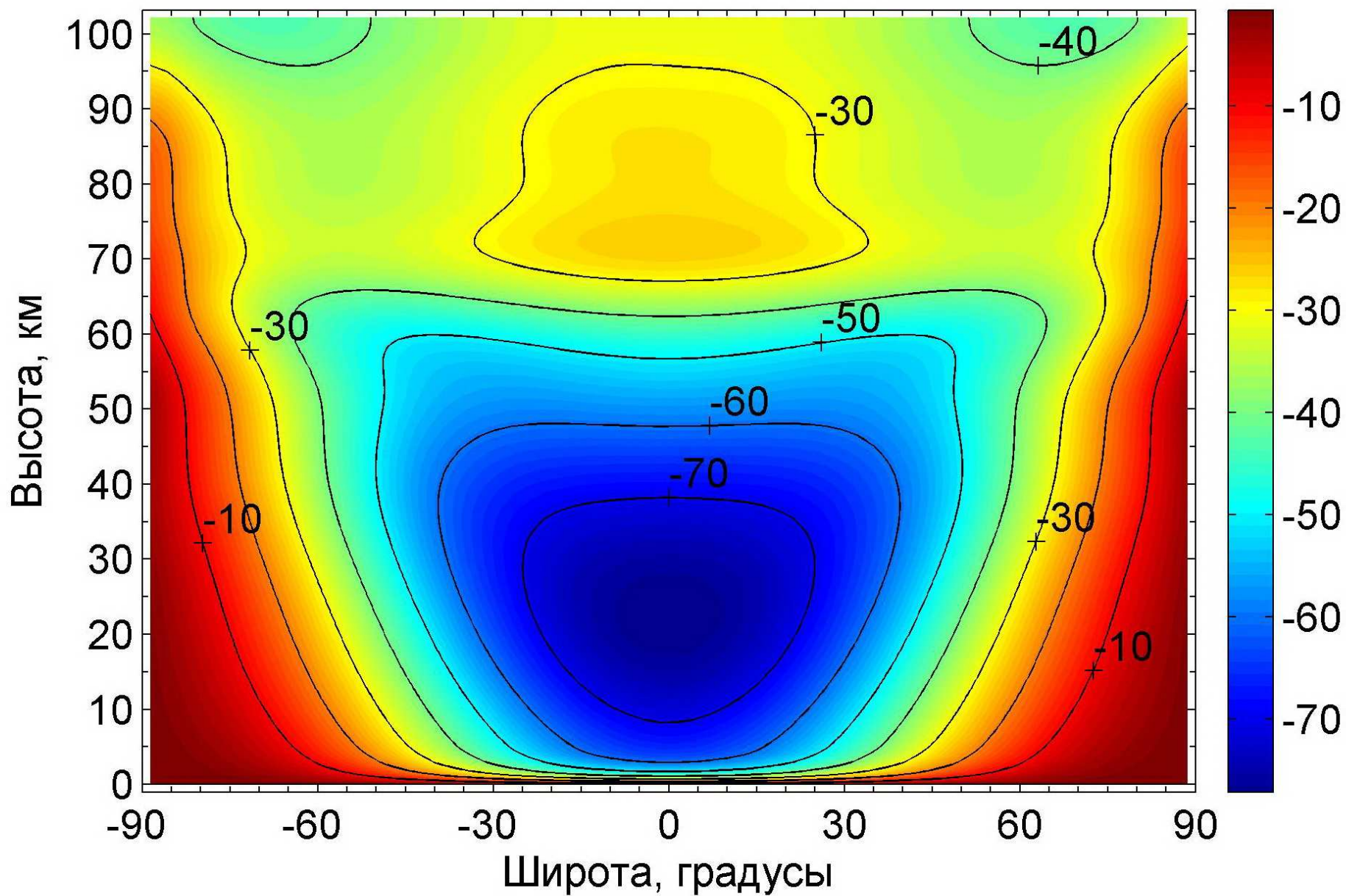
**Вертикальная скорость на высоте 90км
через 150 часов при $V_{\max}=100\text{м/с}$**



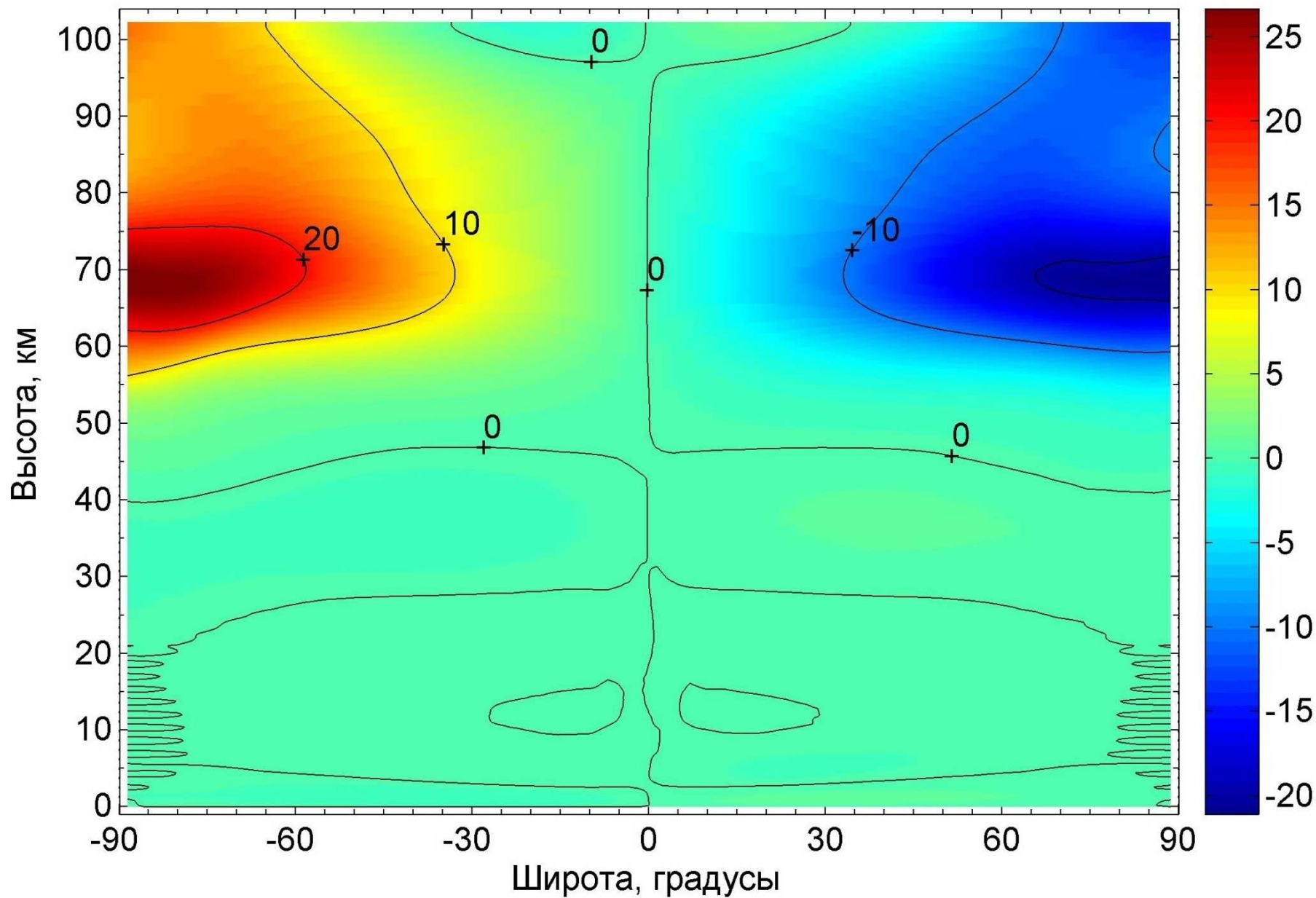
**Зональная компонента ветра при долготе 0°
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{ м/с}$**



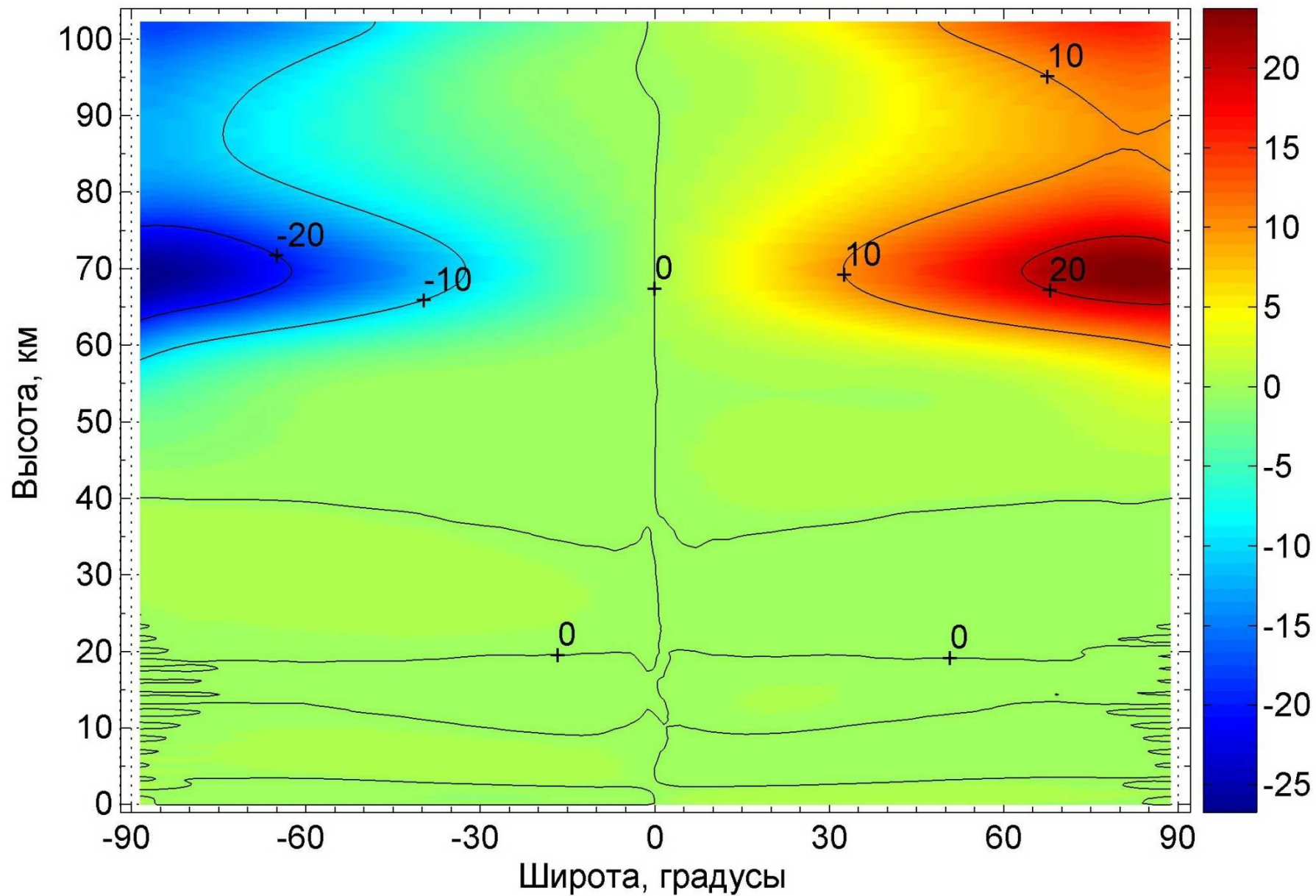
**Зональная компонента ветра при долготе 180⁰
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$**



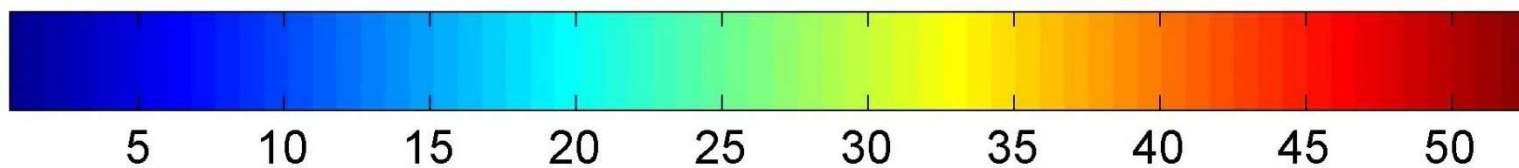
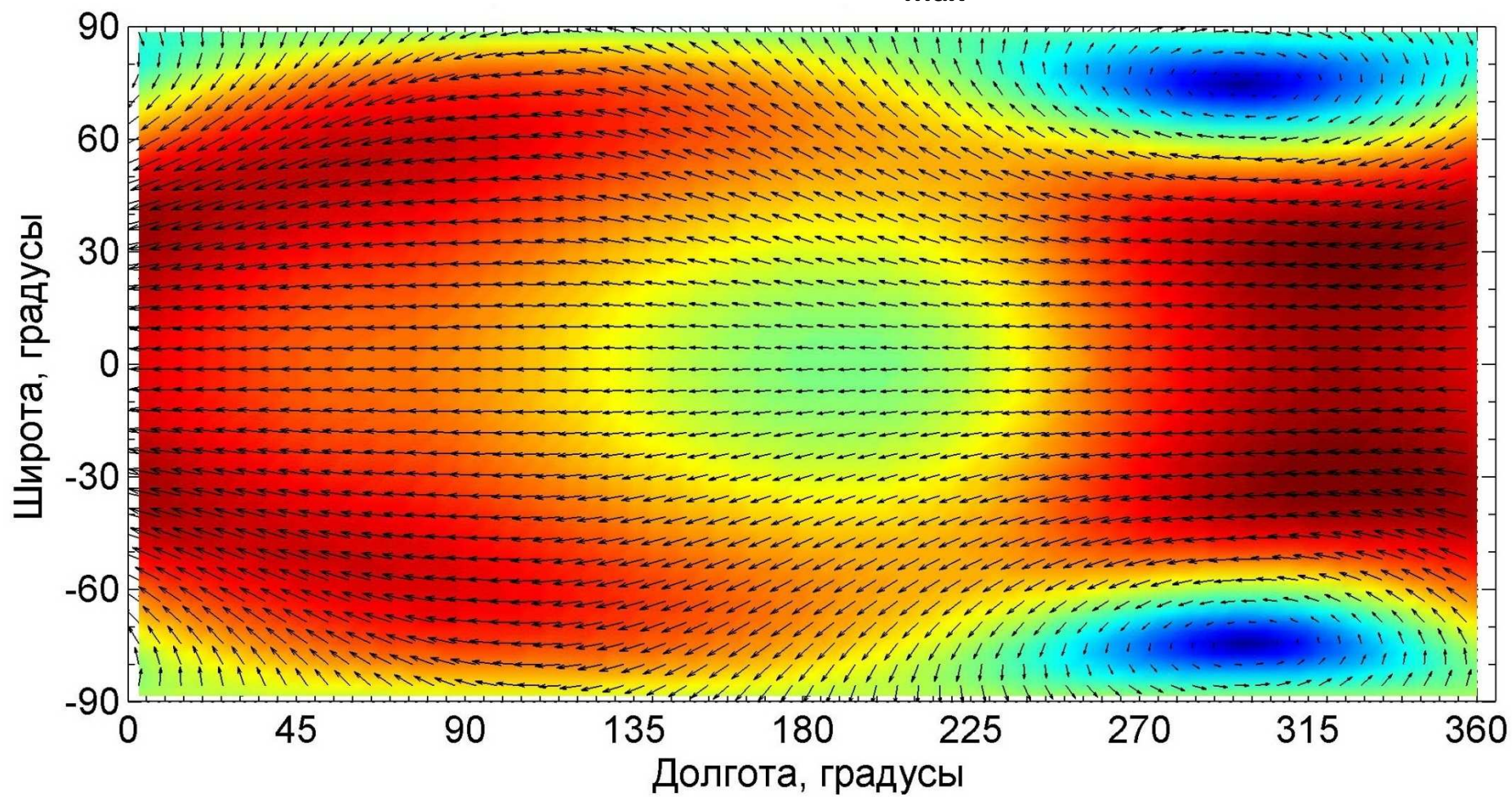
Меридиональная компонента ветра при долготе 0°
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{ м/с}$



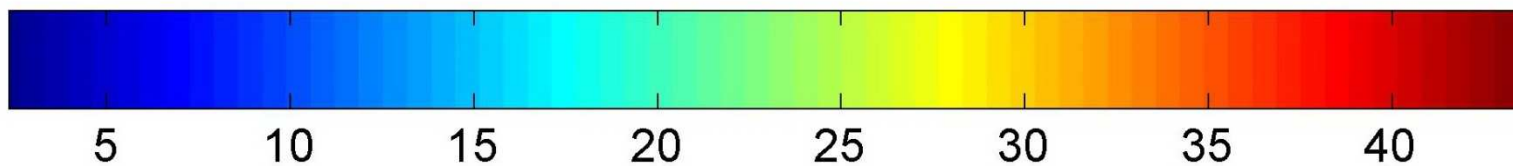
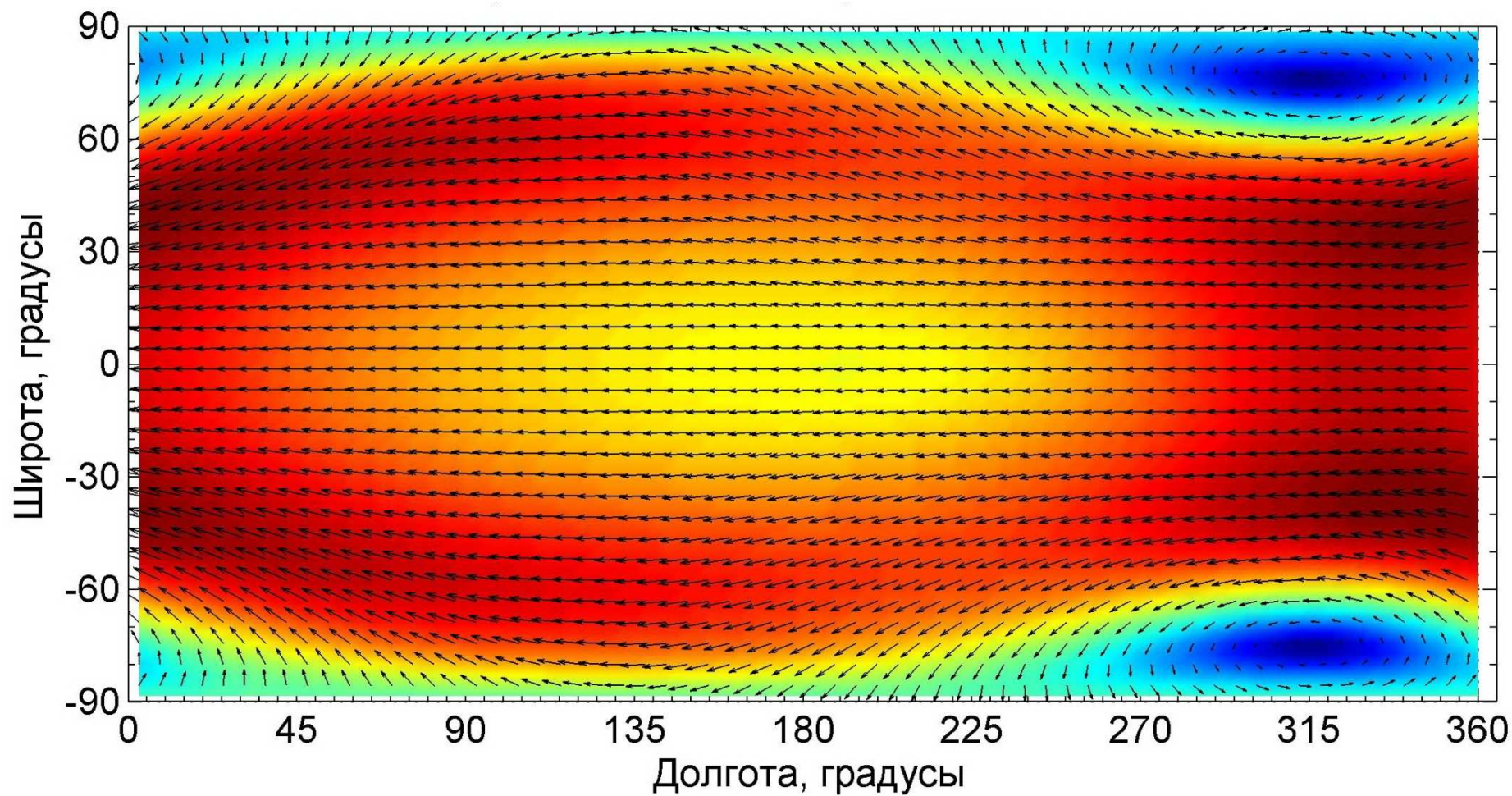
Меридиональная компонента ветра при долготе 180°
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{ м/с}$



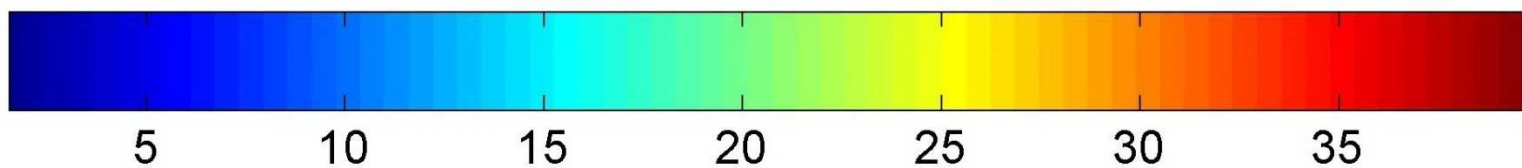
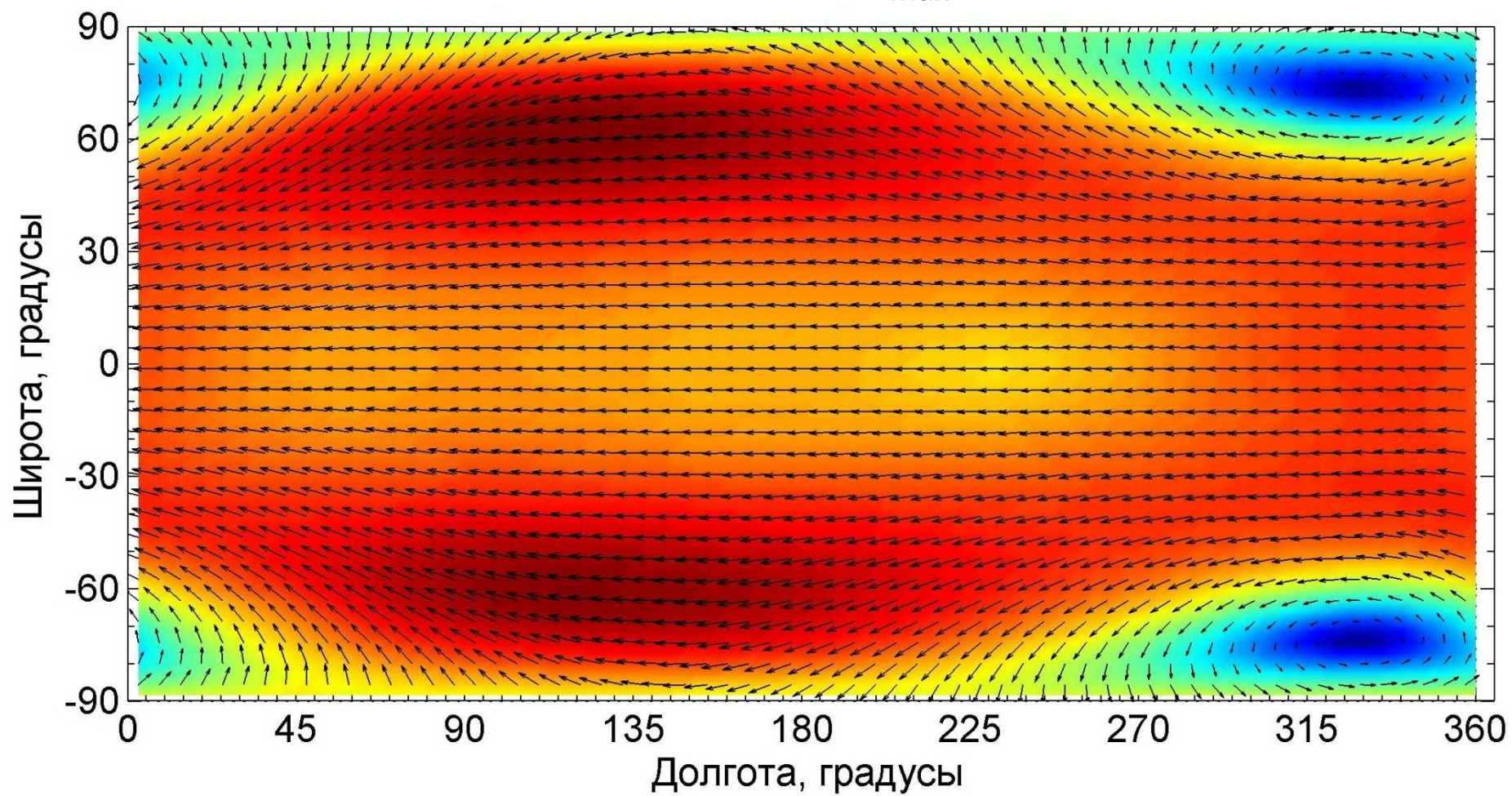
**Горизонтальный ветер на высоте 70км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$**



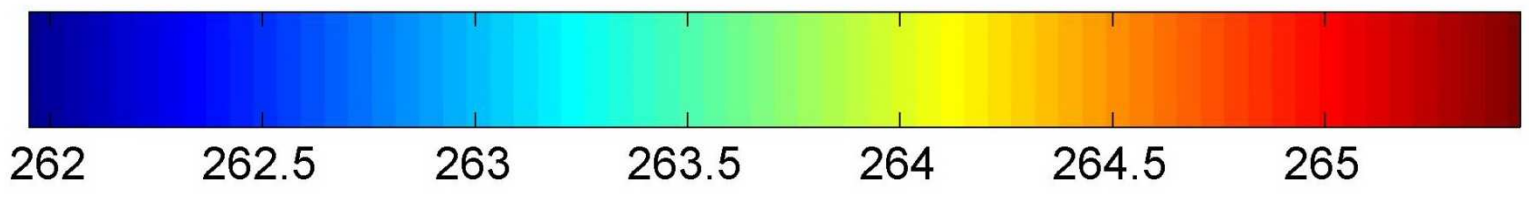
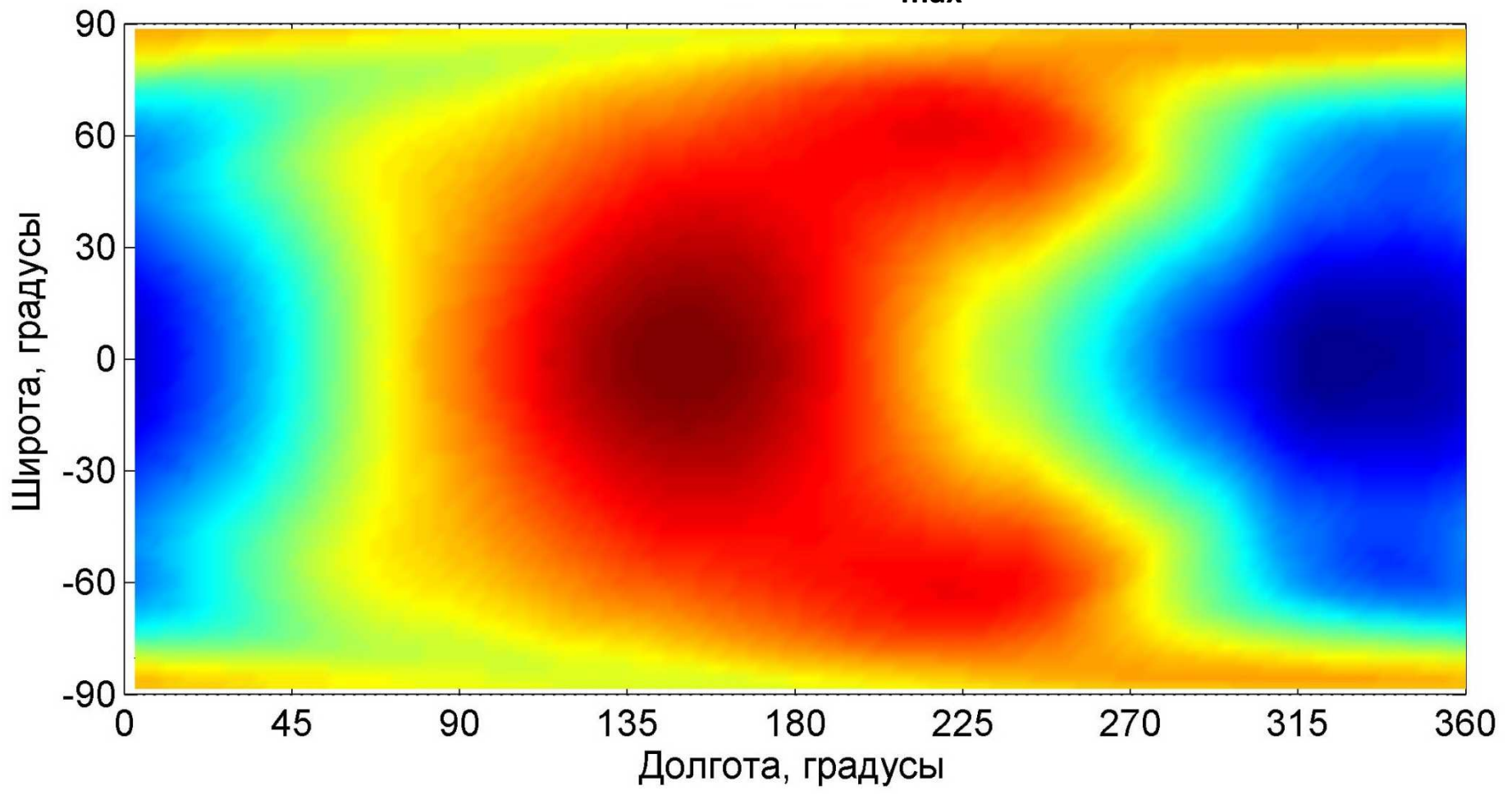
**Горизонтальный ветер на высоте 80км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$**



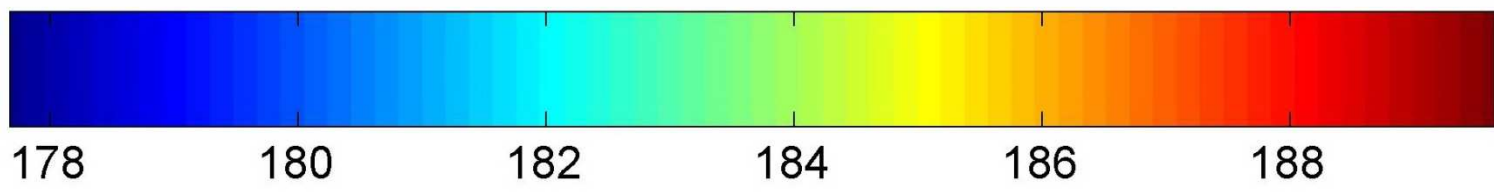
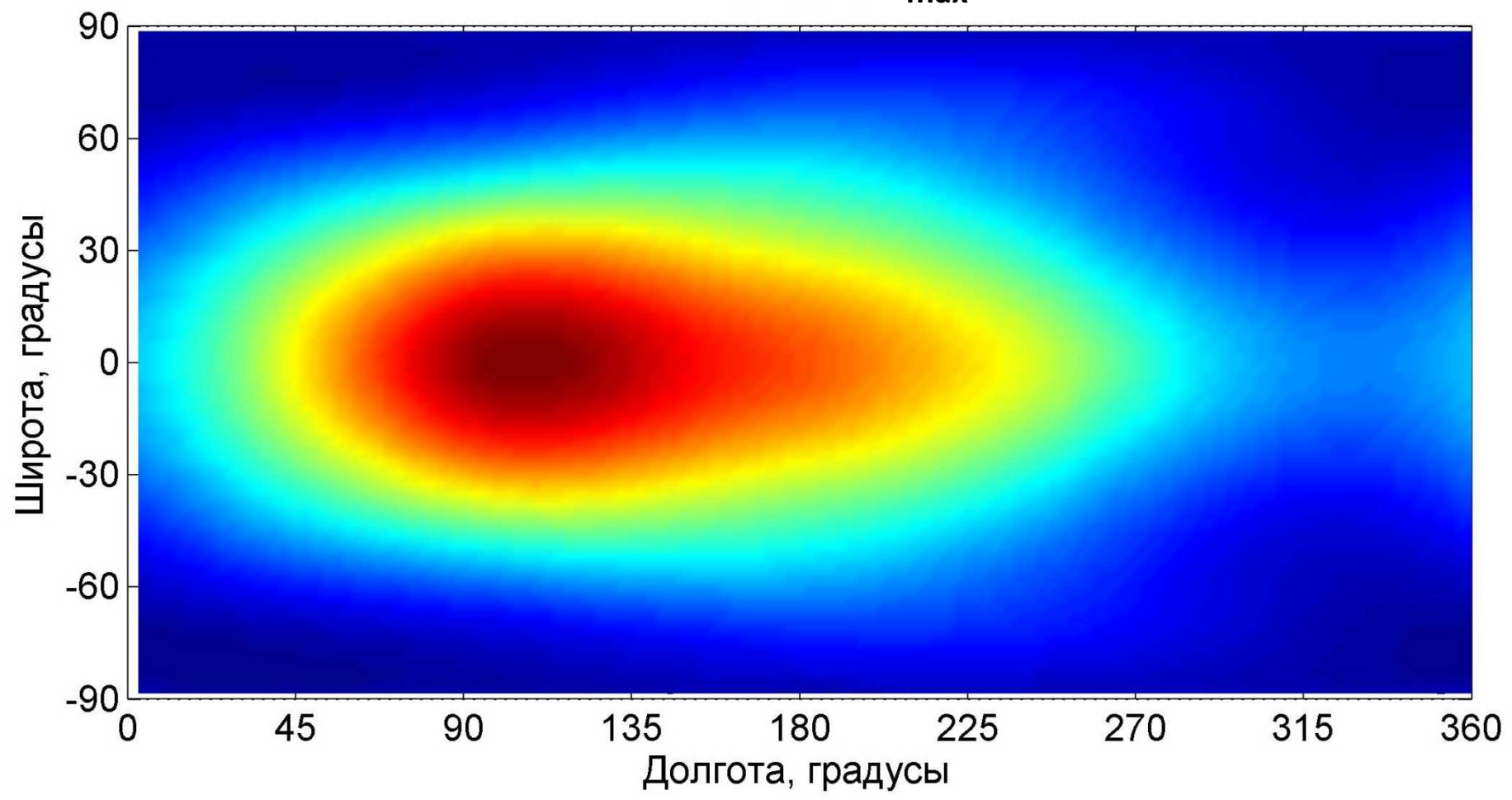
Горизонтальный ветер на высоте 90км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$



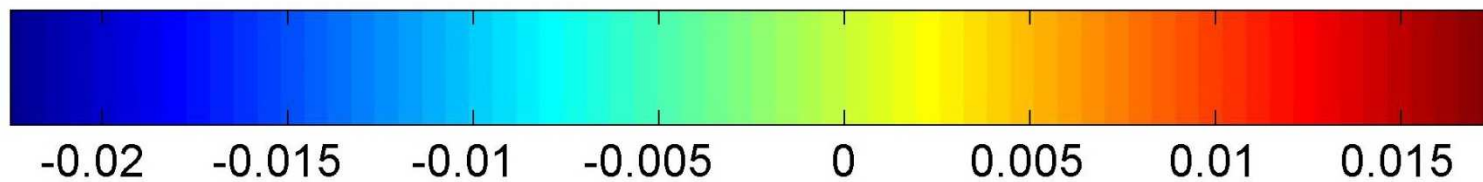
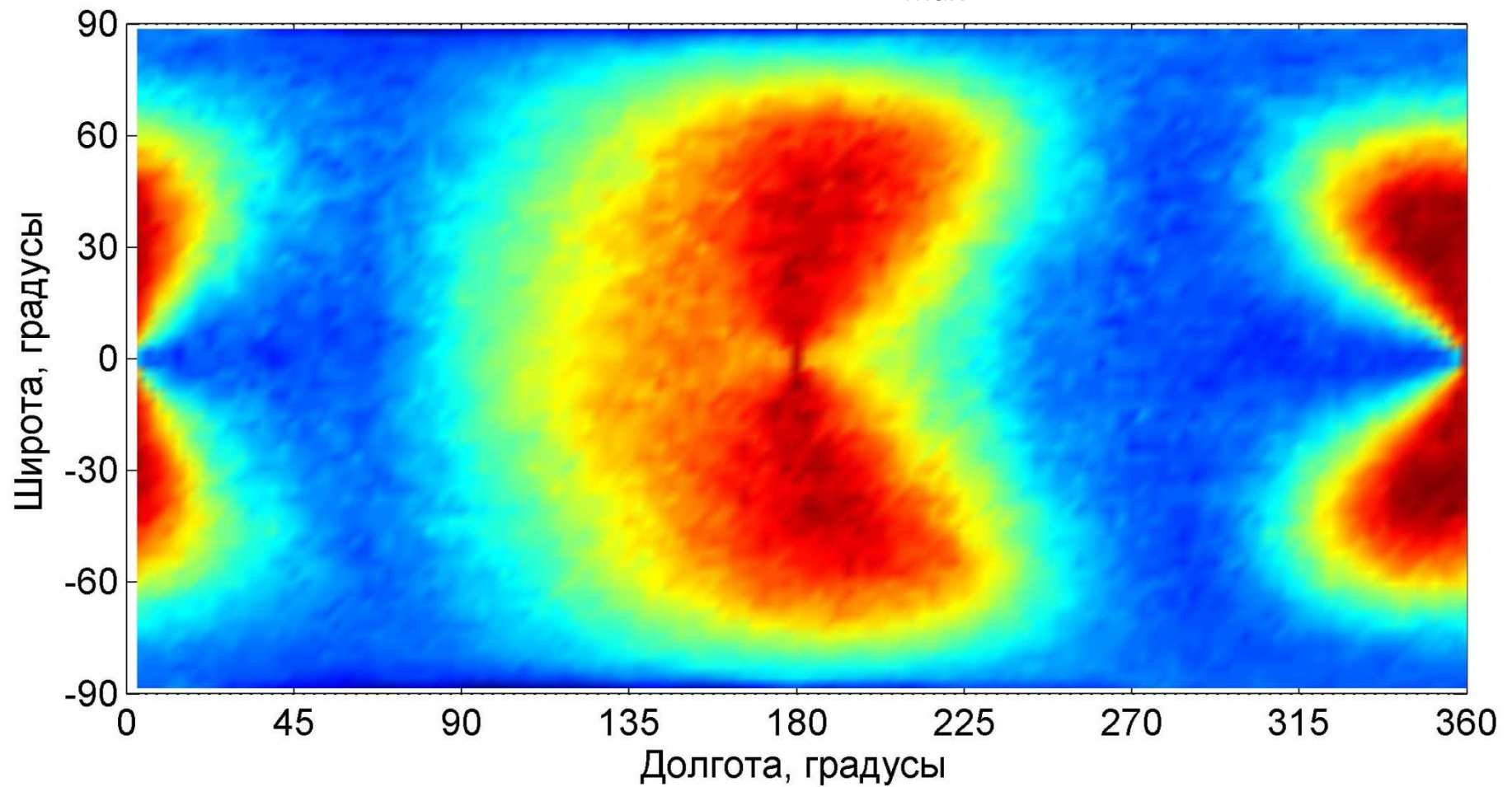
**Температура на высоте 70км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$**



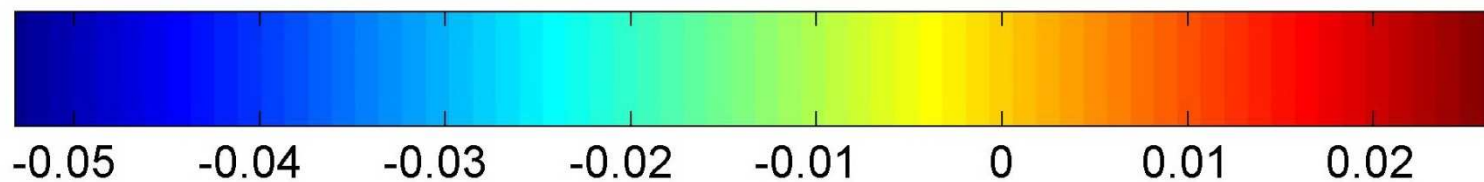
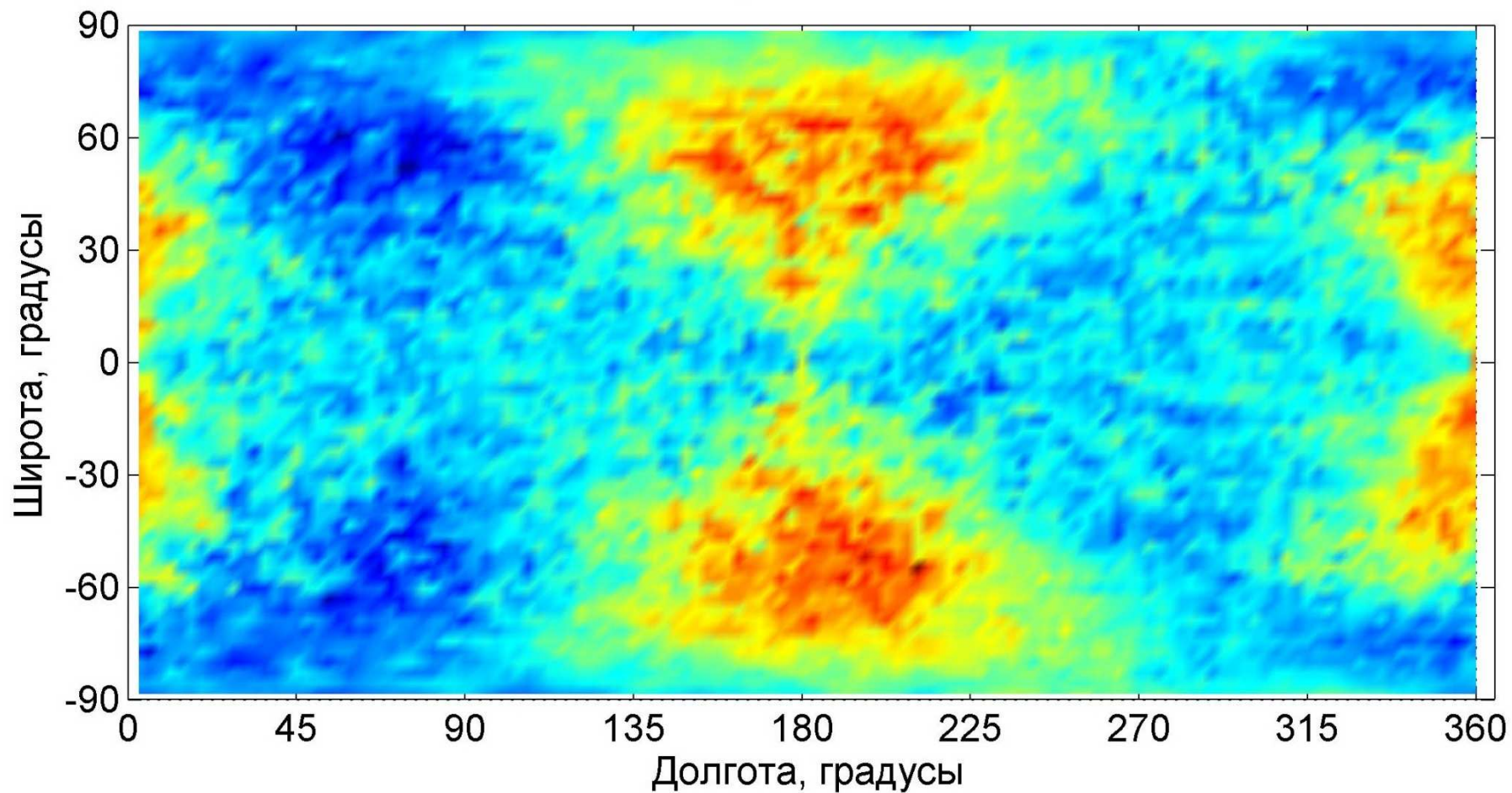
Температура на высоте 90км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$



**Вертикальная скорость на высоте 70км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$**



**Вертикальная скорость на высоте 90км
через 200 часов при $V_{\max}=80\text{м/с}$**



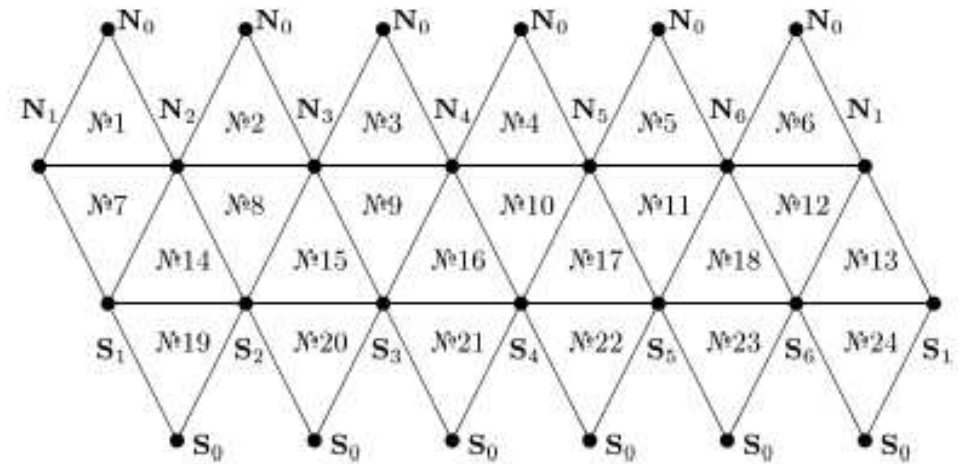
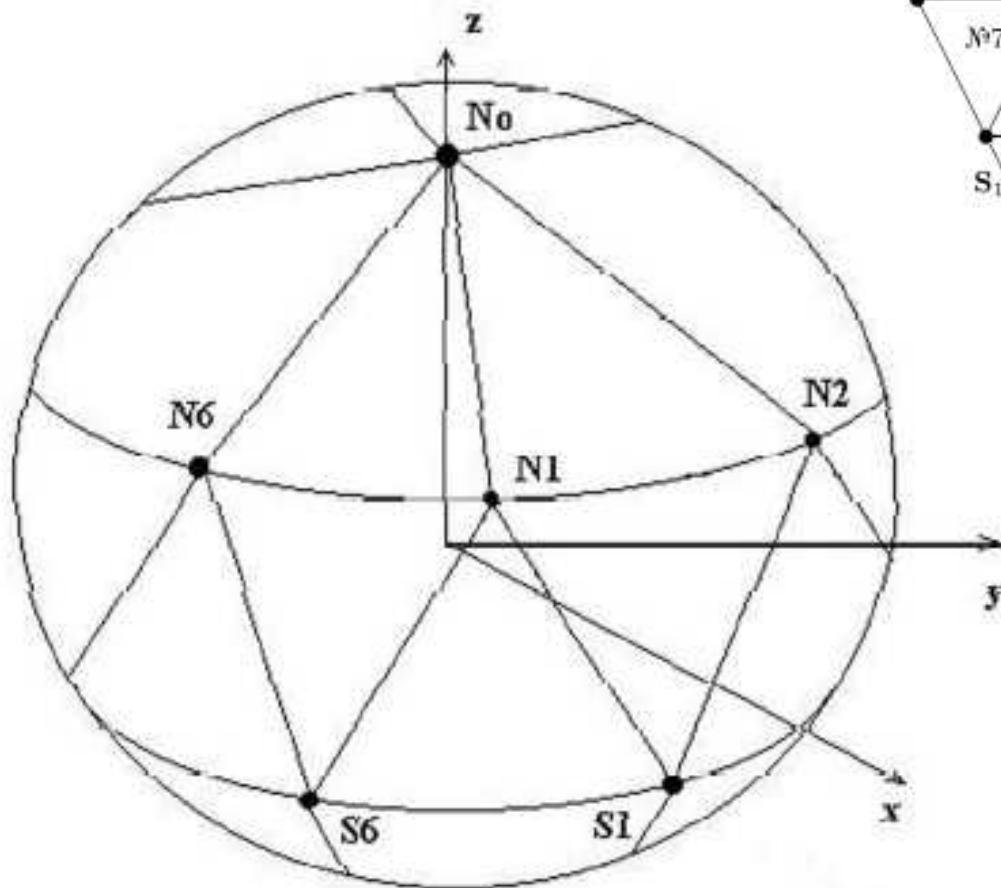
Выводы

Результаты использования новой модели показали, что эта модель воспроизводит термический прилив и вихри на полюсах, и позволит в перспективе детально исследовать динамику атмосферы Венеры на уровне, недоступном для существующих в настоящий момент гидростатических моделей.

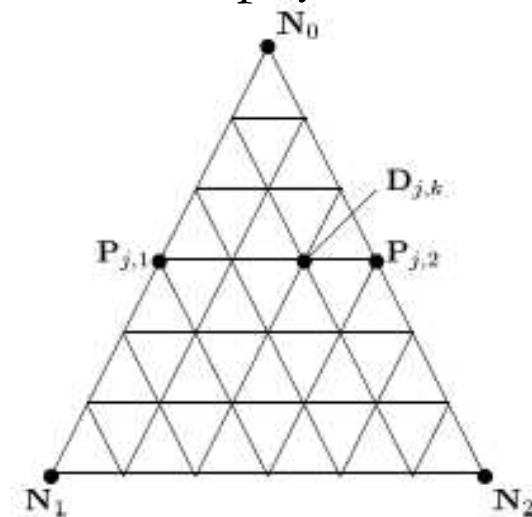
Построение треугольной сетки

Проекция треугольной сетки на плоскость

Расположение треугольников на сфере



Деление треугольника



Явная разностная схема

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial z} = \mathbf{R} + \frac{\partial \mathbf{X}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Y}_v}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{Z}_v}{\partial z}$$

\mathbf{Q} – вектор консервативных переменных;

x, y, z – декартовы координаты;

$\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ – вектора потоков в направлении координатных осей :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ w_x \\ w_y \\ w_z \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} w_x \\ w_x^2 / \rho + p \\ w_y w_x / \rho \\ w_z w_x / \rho \\ (E + p) w_x / \rho \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} w_y \\ w_x w_y / \rho \\ w_y^2 / \rho + p \\ w_z w_y / \rho \\ (E + p) w_y / \rho \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} w_z \\ w_x w_z / \rho \\ w_y w_z / \rho \\ w_z^2 / \rho + p \\ (E + p) w_z / \rho \end{pmatrix}$$

Применяя метод конечного объёма для аппроксимации простран-ственных производных потоков в левой части

$$\text{СИСТЕ} \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial z} \right)_{\mathbf{k}} = \frac{1}{V_{\mathbf{k}}} \sum_{\mu} \int_{G_{\mathbf{k}, \mu}} (\mathbf{X} n_x + \mathbf{Y} n_y + \mathbf{Z} n_z) dS$$

Заменяя интеграл по грани контрольного объёма на произведение площади этой грани и значения подынтегральной функции в центре грани, можно получить явную ра

$$\frac{Q_{\mathbf{k}}^{m+1} - Q_{\mathbf{k}}^m}{\Delta t} + \frac{1}{V_{\mathbf{k}}} \sum_{\mu} S_{\mathbf{k},\mu} \left(\mathbf{F}_{\mu}^m - \mathbf{U}_{\mu}^m \right) = \mathbf{R}_{\mathbf{k}}^m$$

где $\mathbf{F}_{\mu}^m = \mathbf{X}^m n_x + \mathbf{Y}^m n_y + \mathbf{Z}^m n_z$, $\mathbf{U}_{\mu}^m = \mathbf{X}_{\nu}^m n_x + \mathbf{Y}_{\nu}^m n_y + \mathbf{Z}_{\nu}^m n_z$

Рассмотрим переход к новой системе координат.

Её оси обозначим ξ, η, ζ .

Если $n_x = 1$, тогда $\xi = x, \eta = y, \zeta = z$

Если $n_x = -1$, тогда $\xi = -x, \eta = y, \zeta = z$

Если $|n_x| < 1$, то положим $\mathbf{e}_{\xi} = \mathbf{n}_{\mu}$, $\mathbf{e}_{\zeta} = [\mathbf{e}_x \times \mathbf{n}_{\mu}] / \delta$, $\mathbf{e}_{\eta} = [\mathbf{e}_{\zeta} \times \mathbf{n}_{\mu}]$, $\delta = \left| [\mathbf{e}_{\zeta} \times \mathbf{n}_{\mu}] \right| = \sqrt{1 - n_x^2}$.

Компоненты плотности импульса определяются по формулам :

$$\begin{pmatrix} w_\xi \\ w_\eta \\ w_\zeta \end{pmatrix} = \widehat{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix}, \text{ где } \widehat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} n_x & n_y & n_z \\ -\delta & n_x n_y / \delta & n_x n_z / \delta \\ 0 & -n_z / \delta & n_y / \delta \end{pmatrix}, \quad \widehat{\mathbf{M}}^{-1} = \widehat{\mathbf{M}}^T.$$

При переходе от системы координат $x y z$ к системе $\xi \eta \zeta$ вектор \mathbf{F}_μ и вектор консервативных переменных \mathbf{Q} переходят в векторы

$$\mathbf{P} = \widehat{\omega}_\mu \mathbf{F}_\mu = \begin{pmatrix} w_\xi \\ w_\xi^2 / \rho + p \\ w_\xi w_\eta / \rho \\ w_\xi w_\zeta / \rho \\ (E + p) w_\xi / \rho \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \widehat{\omega}_\mu \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ w_\xi \\ w_\eta \\ w_\zeta \\ E \end{pmatrix},$$

где ортогональная матрица перехода $\widehat{\omega}_\mu$ задана формулой

$$\widehat{\omega}_\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & -\alpha & n_x n_y / \alpha & n_x n_z / \alpha & 0 \\ 0 & 0 & -n_z / \alpha & n_y / \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\widehat{\omega}_\mu^{-1} = \widehat{\omega}_\mu^T).$$

Рассмотрим матрицу Якоби :

$$\hat{\mathbf{A}}_{\mu} = \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}}$$

Эту матрицу можно представить в

$$\hat{\mathbf{A}}_{\mu} = \hat{\mathbf{\Omega}}_{\mu}^{-1} \hat{\mathbf{\Lambda}}_{\mu} \hat{\mathbf{\Omega}}_{\mu}$$

виде $\hat{\mathbf{\Omega}}_{\mu}$ - матрицы правых и левых собственных векторов.

$\hat{\mathbf{\Lambda}}_{\mu}$ - диагональная матрица по диагонали которой стоят собственные числа матрицы $\hat{\mathbf{A}}_{\mu}$:

$$\lambda_1 = v_{\xi} - c, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = v_{\xi}, \quad \lambda_5 = v_{\xi} + c,$$

Будем использовать вектора характеристических переменных в узлах \mathbf{r}_k и \mathbf{r}^+ и их разность :

$$\mathbf{H}^0 = \hat{\mathbf{\Omega}}_{\mu} \hat{\omega}_{\mu} \mathbf{Q}_k = \left(H_1^0, H_2^0, H_3^0, H_4^0, H_5^0 \right)^T,$$

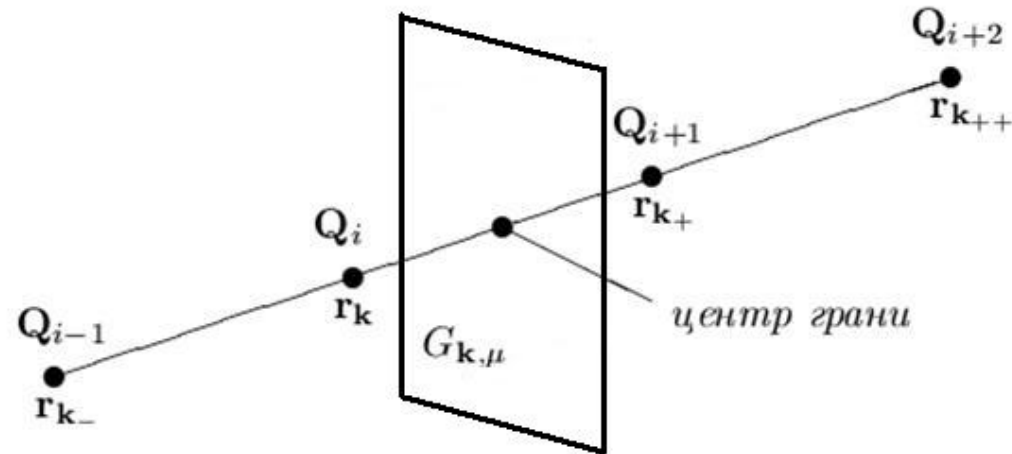
$$\mathbf{H}^+ = \hat{\mathbf{\Omega}}_{\mu} \hat{\omega}_{\mu} \mathbf{Q}^+ = \left(H_1^+, H_2^+, H_3^+, H_4^+, H_5^+ \right)^T,$$

$$\Delta \mathbf{H}^{\Pi} = \mathbf{H}^+ - \mathbf{H}^0 = \left(\Delta H_1^{\Pi}, \Delta H_2^{\Pi}, \Delta H_3^{\Pi}, \Delta H_4^{\Pi}, \Delta H_5^{\Pi} \right)^T$$

где \mathbf{Q}_k и \mathbf{Q}^+ - значения вектора \mathbf{Q} в узлах сетки \mathbf{r}_k и \mathbf{r}^+

Введём векторы односторонних приращений характеристических переменных в узлах \mathbf{r}_k и \mathbf{r}^+ :

$$\Delta \mathbf{H}^I = \hat{\Omega}_\mu \hat{\omega}_\mu (\Delta \mathbf{r}, \nabla^I) \mathbf{Q}, \quad \Delta \mathbf{H}^II = \hat{\Omega}_\mu \hat{\omega}_\mu (\Delta \mathbf{r}, \nabla^{II}) \mathbf{Q}.$$



Введём вектор характеристических переменных в центре грани

$$\mathbf{H}_\mu = \left(\tilde{H}_1, \tilde{H}_2, \tilde{H}_3, \tilde{H}_4, \tilde{H}_5 \right)^T$$

компоненты которого будем вычислять в зависимости от знака диагональных элементов матрицы $\hat{\Lambda}_\mu$ по следующим формулам :

$$\tilde{H}_i = H_i^0 + \alpha_i \beta^- \quad \text{при} \quad \tilde{\lambda}_i \geq 0,$$

$$\tilde{H}_i = H_i^+ - \alpha_i \beta^+ \quad \text{при} \quad \tilde{\lambda}_i < 0, \quad \alpha_i = (1 - \Delta t |\tilde{\lambda}_i| / |\Delta \mathbf{r}|) / 2$$

А параметры β^- и β^+ определяются по формулам

$$\beta^- = \begin{cases} \frac{1}{2} (\Delta H_i^{\text{I}} + \Delta H_i^{\text{II}}) & \text{при} \quad \frac{1}{2} |\Delta H_i^{\text{I}} + \Delta H_i^{\text{II}}| = M^-, \\ \Delta H_i^{\text{I}} & \text{при} \quad |\Delta H_i^{\text{I}}| = M^-, \\ \Delta H_i^{\text{II}} & \text{при} \quad |\Delta H_i^{\text{II}}| = M^-, \end{cases}$$

$$\text{где} \quad M^- = \min \left\{ |\Delta H_i^{\text{II}}|, |\Delta H_i^{\text{I}}|, \frac{1}{2} |\Delta H_i^{\text{I}} + H_i^{\text{II}}| \right\},$$

$$\beta^+ = \begin{cases} \frac{1}{2} (\Delta H_i^{\text{I}} + \Delta H_i^{\text{II}}) & \text{при} \quad \frac{1}{2} |\Delta H_i^{\text{I}} + \Delta H_i^{\text{II}}| = M^+, \\ \Delta H_i^{\text{I}} & \text{при} \quad |\Delta H_i^{\text{I}}| = M^+, \\ \Delta H_i^{\text{II}} & \text{при} \quad |\Delta H_i^{\text{II}}| = M^+, \end{cases}$$

$$\text{где} \quad M^+ = \min \left\{ |\Delta H_i^{\text{II}}|, |\Delta H_i^{\text{I}}|, \frac{1}{2} |\Delta H_i^{\text{I}} + H_i^{\text{II}}| \right\}.$$

$$\mathbf{F}_\mu^m = \hat{\omega}_\mu^{-1} \hat{\Omega}_\mu^{-1} \hat{\Lambda}_\mu \mathbf{H}_\mu.$$

Контрольный объём целого узла сетки

