Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Квантовые скачки и квантовые измерения

А.М.Сатанин

ННГУ им. Н.И.Лобачевского (Национальный исследовательский университет),
Лаборатория «Теория наноструктур» НИФТИ, Н.Новгород, Россия

План

- Единичные квантовые объекты
- Кубиты
- Динамика
- Шумы
- Квантовый метод Монте-Карло
- Измерения
- Моделирование

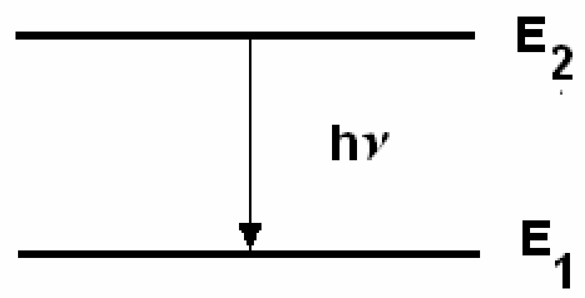
Philos. Mag. **26,** 1

On the Constitution of Atoms and Molecules

N. Bohr,
Dr. phil. Copenhagen
(Received July 1913)

(1) That the dynamical equilibrium of the systems in the stationary states can be discussed by help of the ordinary mechanics, while the passing of the systems between different stationary states cannot be treated on that basis.

(2) That the latter is followed by the emission of a *homogeneous* radiation, for which the relation between the frequency and the amount of energy emitted is the one given by Planck's theory.



Ансамбль систем

Набор идентичных систем - ансамбль

Пример: опыт Франка и Герца (1914)

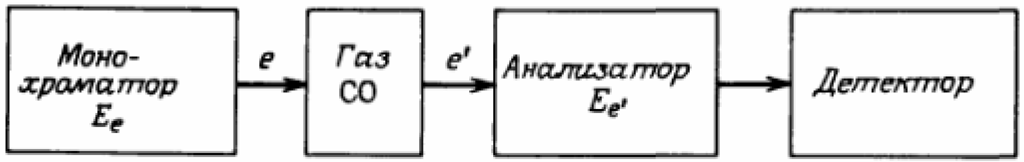
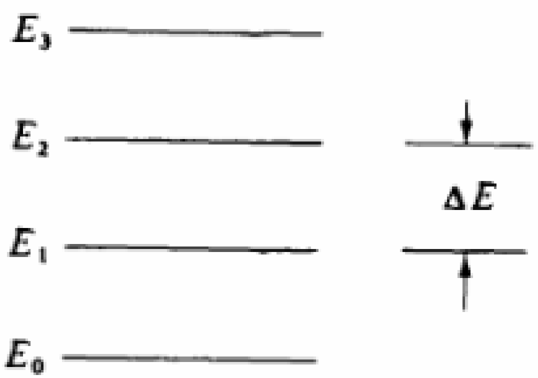
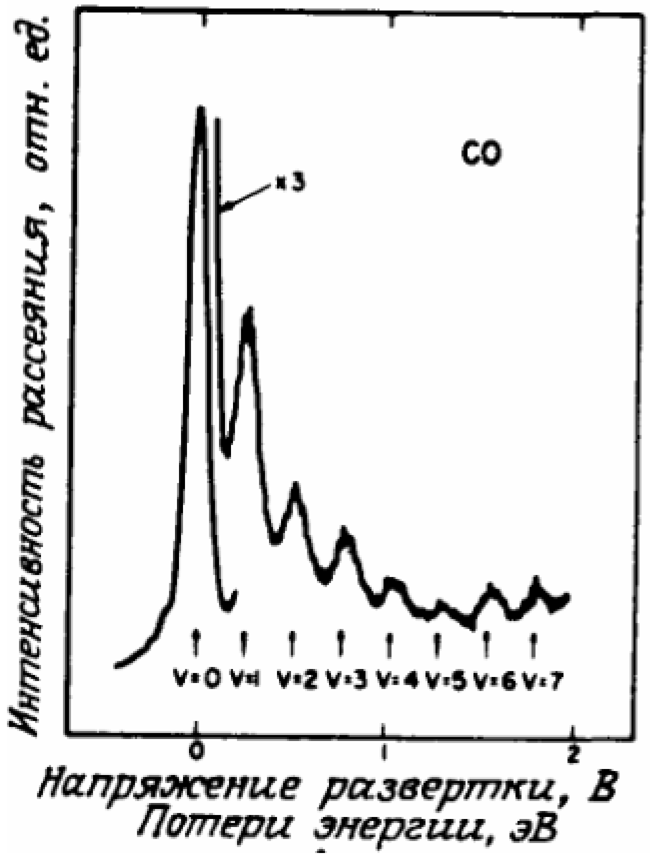


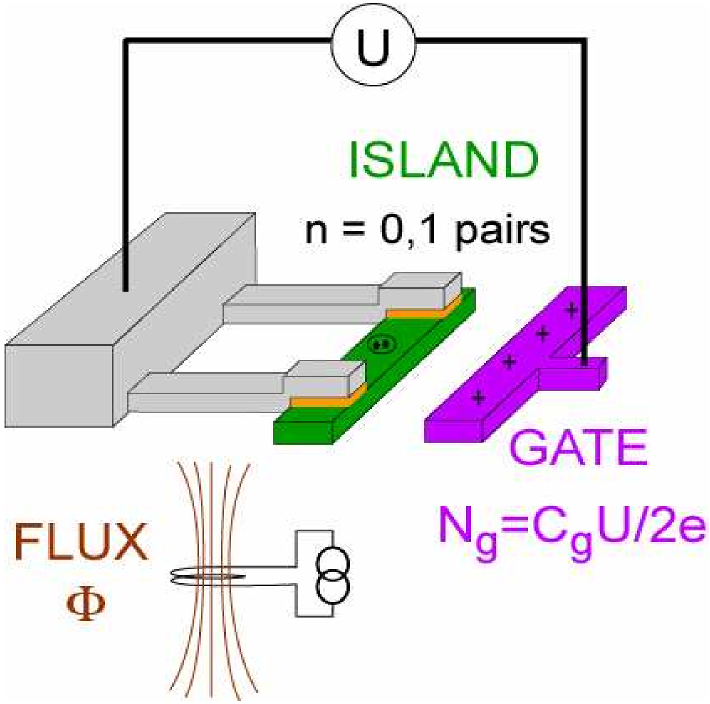
Схема эксперимента с потерей энергии

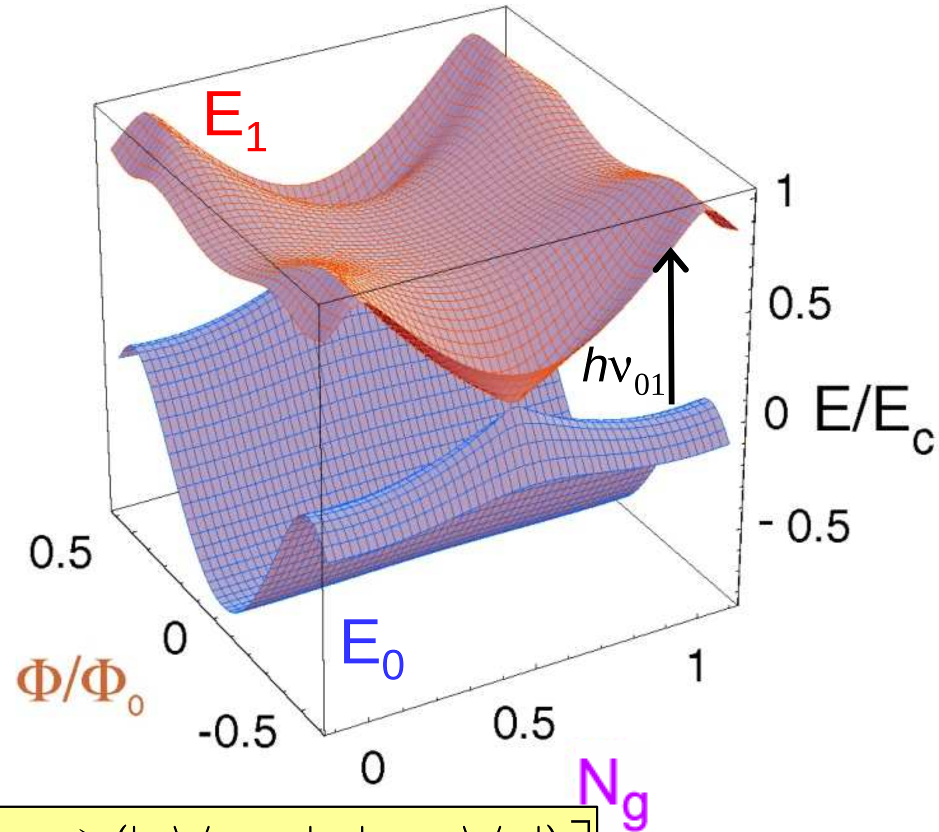




Спектр колебательных уровней молекулы CO

Зарядовый кубит (“quntronium”)





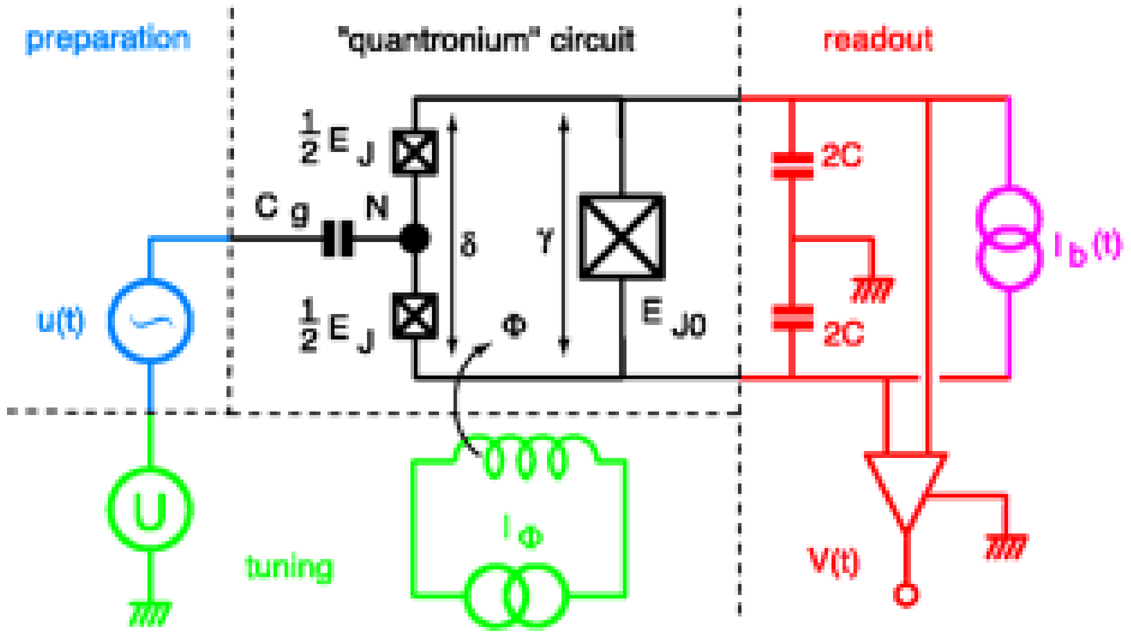
$$\hat{H} = \sum_n \left[E_C (n - N_g)^2 |n\rangle\langle n| \quad - \quad E_j \cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \frac{\left(|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|\right)}{2} \right]$$

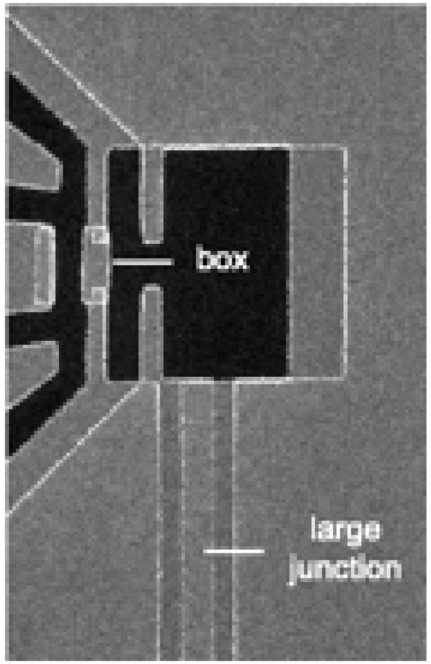
Гамильтониан

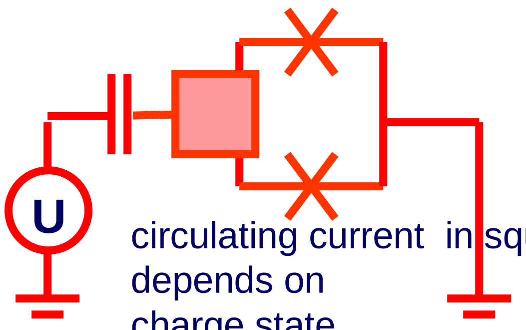
*[Devoret & Martinis, QIP, **3**, 351-380(2004)]*

Зарядовый кубит и схема считывания

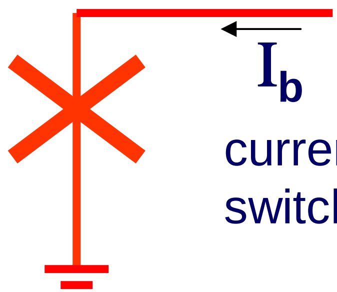
D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, M.H. Devoret, Science 296, 886 (2002)







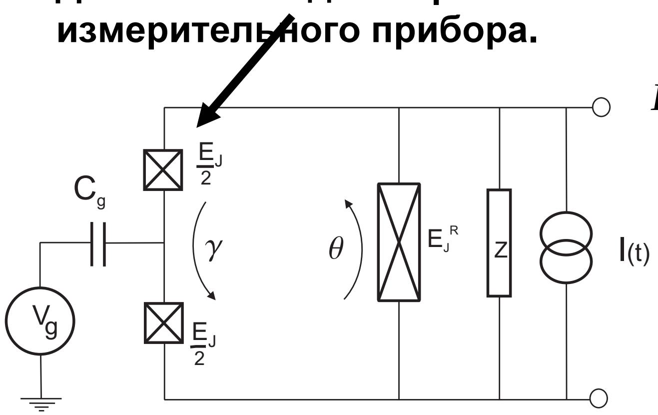
circulating current in squid loop
depends on
charge state



current pulse
switch or no switch

Взаимодействие зарядового кубита с джозефсоновским осциллятором

Два «левых» джозефсоновских перехода играют роль кубита, правый - измерительного прибора.



$$H = 4E_C\left(N - \frac{C_g V(t)}{2e}\right)^2 - \left(E_J \cos\frac{\theta}{2}\right)\cos\gamma + \frac{Q^2}{2C} - E_J^R \cos\theta - \frac{\hbar^2}{2e} I(t)\theta$$

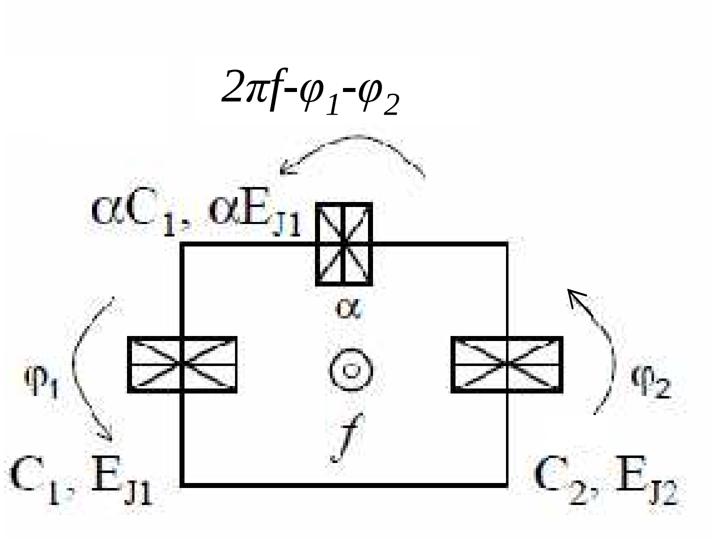
Принимая во внимание только два состояния нижних состояния нелинейного осциллятора, зависящего от γ, получим

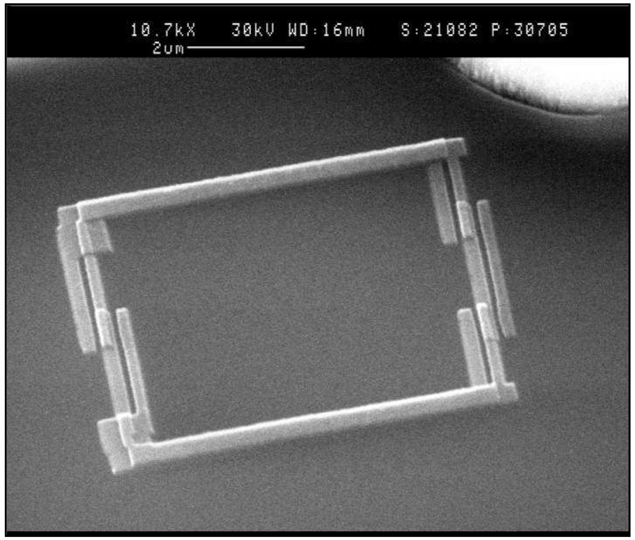
$$H \cong 2E_C \frac{C_g V_{rf}(t)}{e}\sigma_x - E_J\sigma_z + \frac{Q^2}{2C} + E_J(1+\lambda\sigma_z)\frac{\theta^2}{2} - E_J\left(1+\frac{\lambda}{4}\sigma_z\right)\frac{\theta^4}{4!} - \frac{\hbar^2}{2e} I(t)\theta \qquad \lambda = E_J / 4E_J^R$$

Если $V_{rf} = 0$, то можно записать два независимых уравнения Шредингера для двух компонент волновой функции, а соответствующие гамильтонианы имеют вид:

$$H_\pm \cong \frac{Q^2}{2C} + E_J(1\pm\lambda)\frac{\theta^2}{2} - E_J\left(1\pm\frac{\lambda}{4}\right)\frac{\theta^4}{4!} - \frac{\hbar^2}{2e} I(t)\theta$$

Потоковый кубит (3JJ qubit)





$$E_{J1} = E_{J2} = I_C \Phi_0 / 2\pi \quad \Phi_0 = h / 2e$$

$$E_{J3} = \alpha E_{J1} \quad \alpha I_C \qquad T = 20mK$$

$$f = \Phi_q / \Phi_0 - \text{внешний магнитный поток}$$

φ_i – разность фаз волновой функции на i-ом переходе

J.E. Mooij, et.al, Science 285, 1036 (1999).
Yu. Makhlin, G. Schon, and A. Shnirman, Rev. Mod.Phys. ***73****, 357 (2001)*

Гамильтониан

$$H=\frac{C}{2}\frac{\Phi_0}{2\pi}(\dot{\varphi}_1^2+\dot{\varphi}_2^2)+\alpha\frac{C}{2}\frac{\Phi_0}{2\pi}(\dot{\varphi}_1+\dot{\varphi}_2)^2-E_J\{\cos\varphi_1+\cos\varphi_2+\alpha\cos(2\pi f-\varphi_1-\varphi_2)\}$$

$2\pi f_{tot}=\varphi_3+\varphi_1+\varphi_2 \qquad f_{tot}=f+LI/\Phi_0,\ LI/\Phi_0 << f$ для потокового кубита

самоиндукция

$$\phi=(\varphi_1+\varphi_2)/2 \quad \theta=(\varphi_1-\varphi_2)/2$$

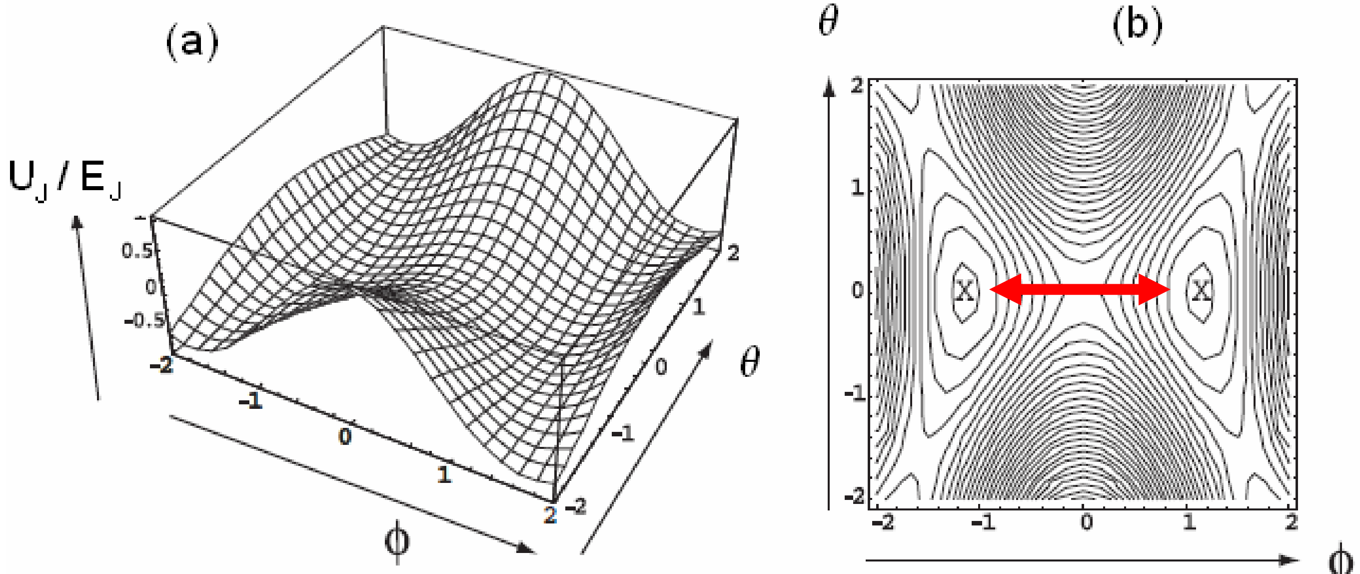
$$H=\frac{1}{2}\frac{P_\phi^2}{M_\phi}+\frac{2}{2}\frac{P_\theta^2}{M_\theta}-E_J\{2\cos\theta\cos\phi+\alpha\cos(2\pi f+2\phi)\}$$

$$P_\phi=M_\phi\dot{\phi}^2 \qquad P_\theta=M_\theta\dot{\theta}^2 \qquad M_\theta=(\Phi_0/2\pi)^2 2C(1+2\alpha) \qquad M_\phi=(\Phi_0/2\pi)^2 2C$$

Частица с анизотропной массой в 2d джозефсоновском потенциале

$$U_J=-E_J\{2\cos\theta\cos\phi+\alpha\cos(2\pi f+2\phi)\}$$

Потенциальный рельеф



J.E. Mooij, et.al, Science 285, 1036 (1999).

$$U_J = -E_J\{2\cos\theta\cos\phi + \alpha\cos(2\pi f + 2\phi)\}$$

$f = \Phi_q / \Phi_0$ – внешний магнитный поток, может быть подстроен

При $f \approx 0.5$ минимум потенциальной энергии U_J :

$$\theta = 0$$

$$\cos\phi_0 = \frac{1}{2\alpha}$$

$$0.5 \le \alpha \le 1$$

$$I_p = \frac{2e}{\hbar}\frac{\partial U}{\partial \varphi_1} = \frac{2e}{\hbar}\frac{\partial U}{\partial \varphi_2} = \frac{2e}{\hbar}\frac{\partial U}{\partial \varphi_3}$$

$$I_p = \pm I_c \sin\phi \quad \pm\phi_0$$

Сверхпроводящий ток в противоположных направлениях, одинаков через каждый переход

Движение возможно только в одном направлении – эффективный двухъямный потенциал

Состояния кубита

$$\delta U_J = 2I_p(f - 1/2)$$

Учет нижнего уровня в каждой яме

$$\boxed{H_s = \frac{1}{2}(\varepsilon_0\sigma_z + \Delta\sigma_x)}$$

$\Delta -$ туннельное расщепление уровней

$$\varepsilon_0 = \delta U_J = 2I_p(f - 0.5)$$

$\sigma_z, \sigma_x -$ матрицы Паули

$$E_{1,0} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_0^2 + \Delta^2}$$

$$|0\rangle = -\sin\theta/2\,|\uparrow\rangle + \cos\theta/2\,|\downarrow\rangle$$

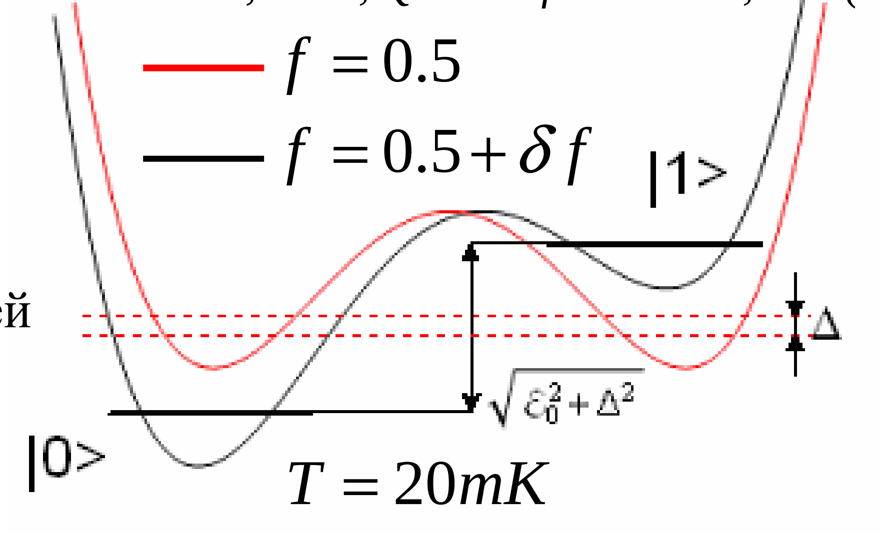
$$|1\rangle = \cos\theta/2\,|\uparrow\rangle + \sin\theta/2\,|\downarrow\rangle$$

$$\theta = \arctan\Delta/\varepsilon_0$$

$$\sigma_z|\uparrow\rangle = |\uparrow\rangle,\ \sigma_z|\downarrow\rangle = -|\downarrow\rangle$$

Искусственный атом

W.D. Oliver, et.al., Quant inf Process **8**, *261 (2009)*



$$\varepsilon_0 = 0 \qquad |1\rangle = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$$

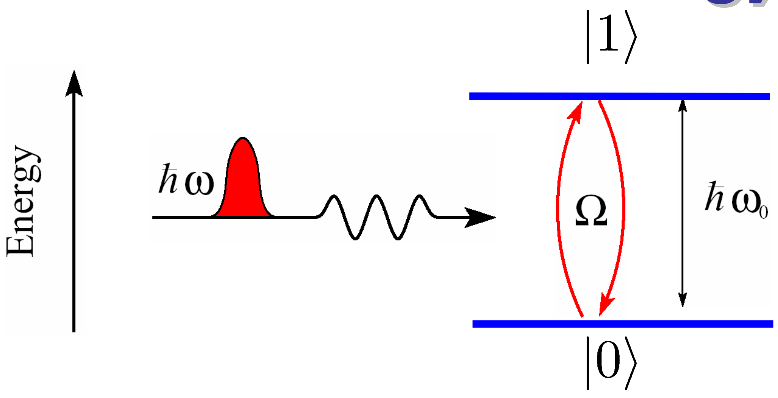
$$E_{1,0} = \pm\Delta/2 \qquad |0\rangle = (-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})^T$$

$$\varepsilon_0 \quad \Delta \qquad |1\rangle = (1,0)^T = |\uparrow\rangle$$

$$E_{1,0} = \pm\varepsilon_0/2 \qquad |0\rangle = (0,1)^T = |\downarrow\rangle$$

Данные состояния могут быть измерены, соответствуют току в кубите по- и против часовой стрелки

Раби осцилляции в двухуровневой системе



$$H = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \frac{\hbar\Omega(t)}{2}\cos(\omega t)\sigma_x$$

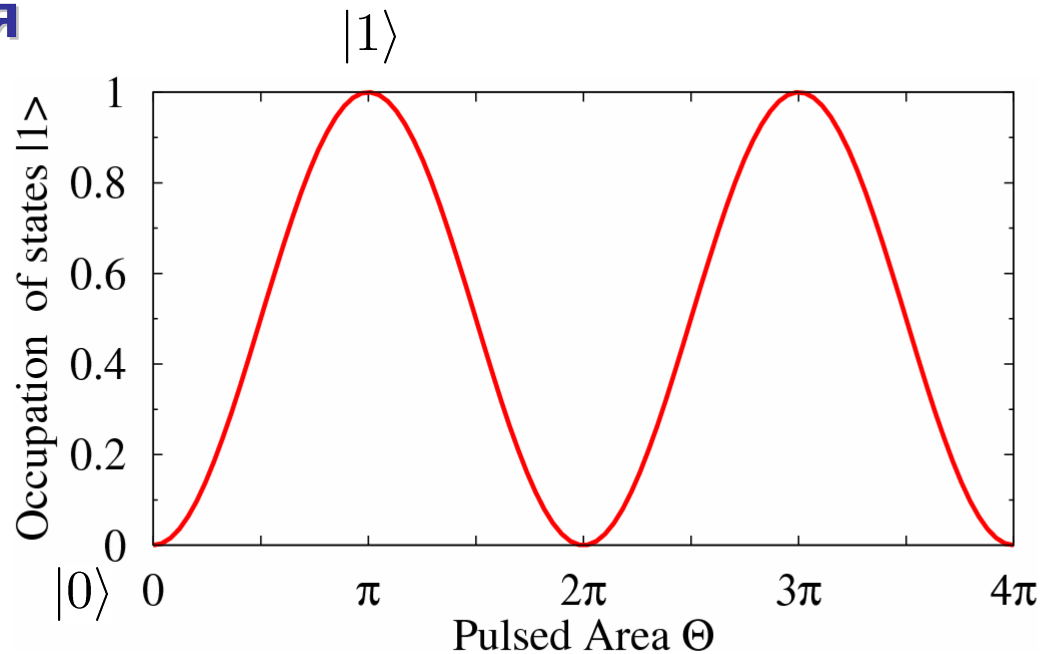
$$\Omega(t) = \frac{\vec{\mu}\cdot\vec{\varepsilon}(t)}{\hbar}$$

$$\sigma_z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

При $\omega = \omega_0$ (используя приближение RWA)

$$P_{0\to 1}(t) = \sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)$$

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\tau} \Omega(t)dt$$



Квантовые скачки

PRL **106,** 110502 (2011) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 18 MARCH 2011

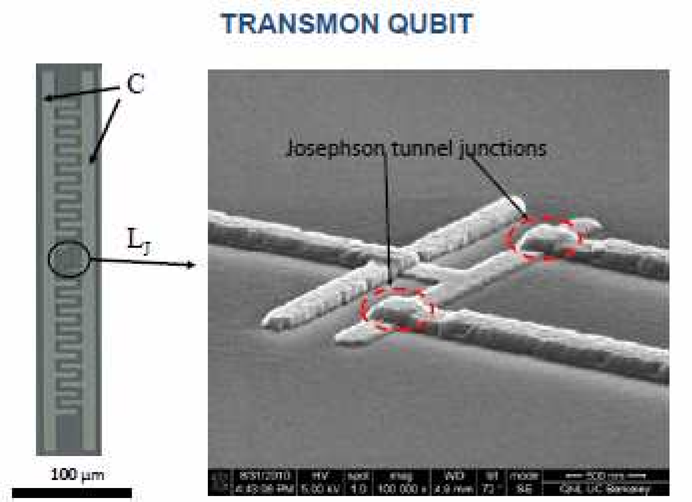
Observation of Quantum Jumps in a Superconducting Artificial Atom

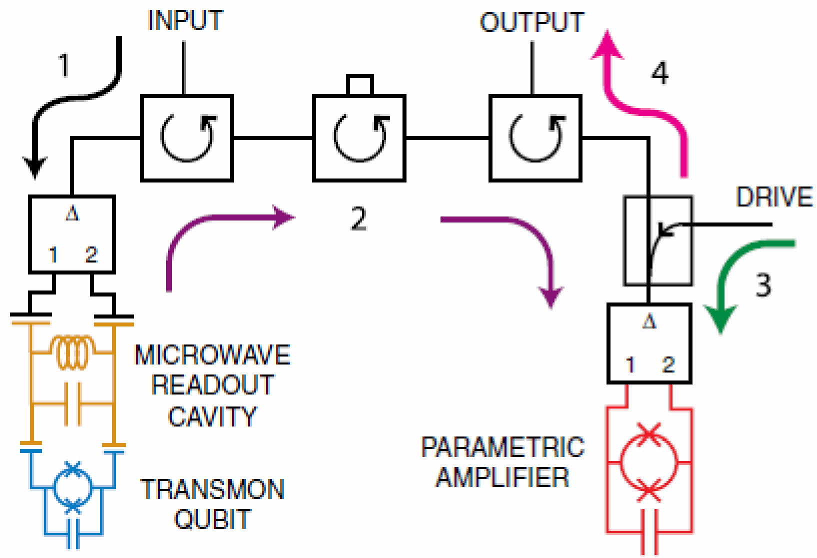
R. Vijay, D. H. Slichter, and I. Siddiqi

Quantum Nanoelectronics Laboratory, Department of Physics, University of California, Berkeley, California 94720, USA

(Received 29 September 2010; published 14 March 2011)

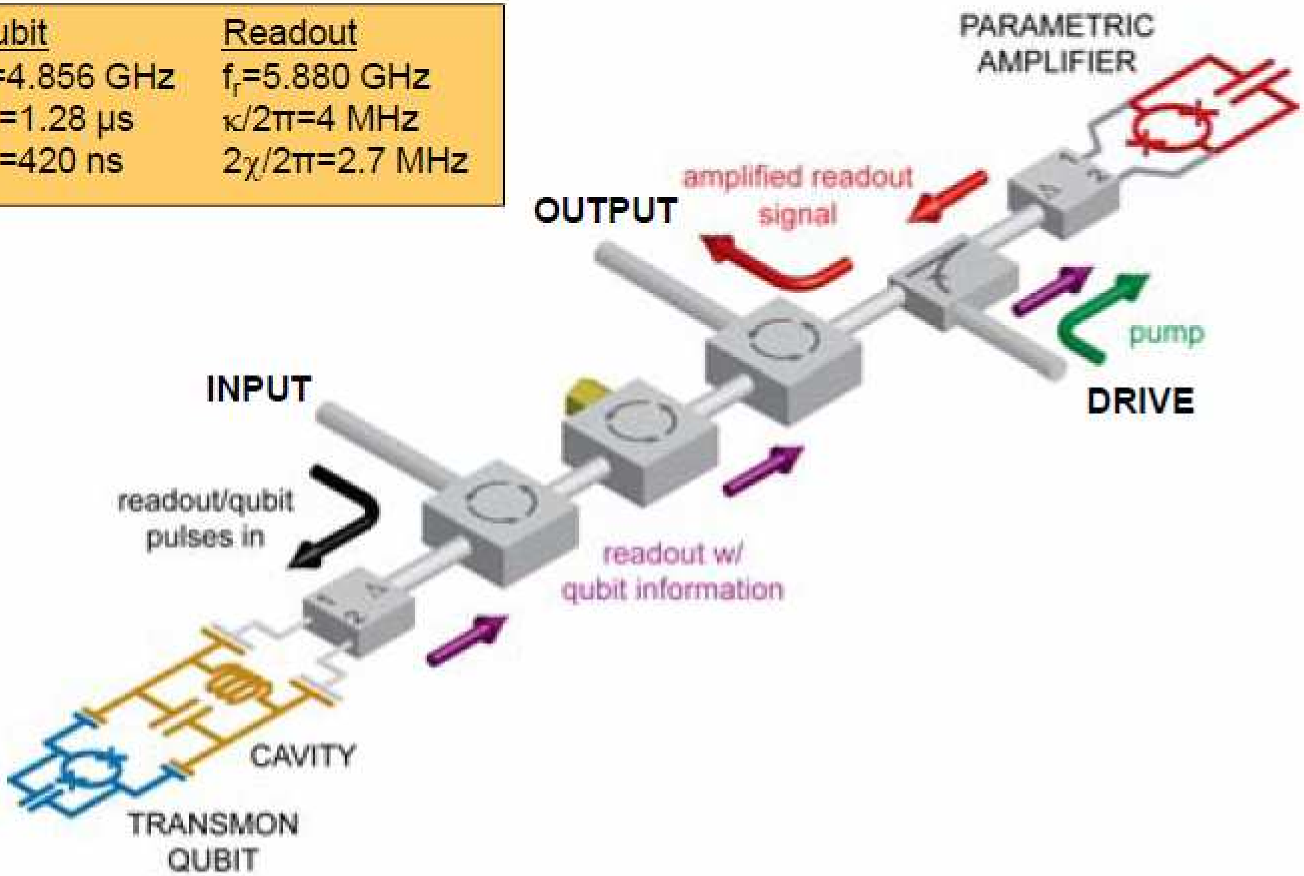
We continuously measure the state of a superconducting quantum bit coupled to a microwave readout cavity by using a fast, ultralow-noise parametric amplifier. This arrangement allows us to observe quantum jumps between the qubit states in real time, and should enable quantum error correction and feedback—essential components of quantum information processing.



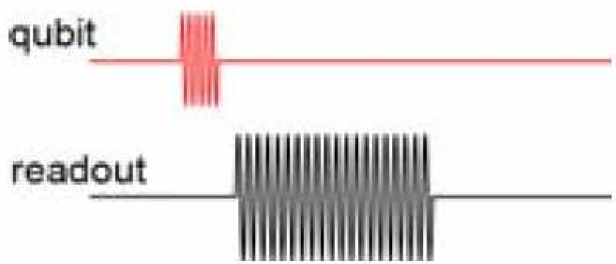


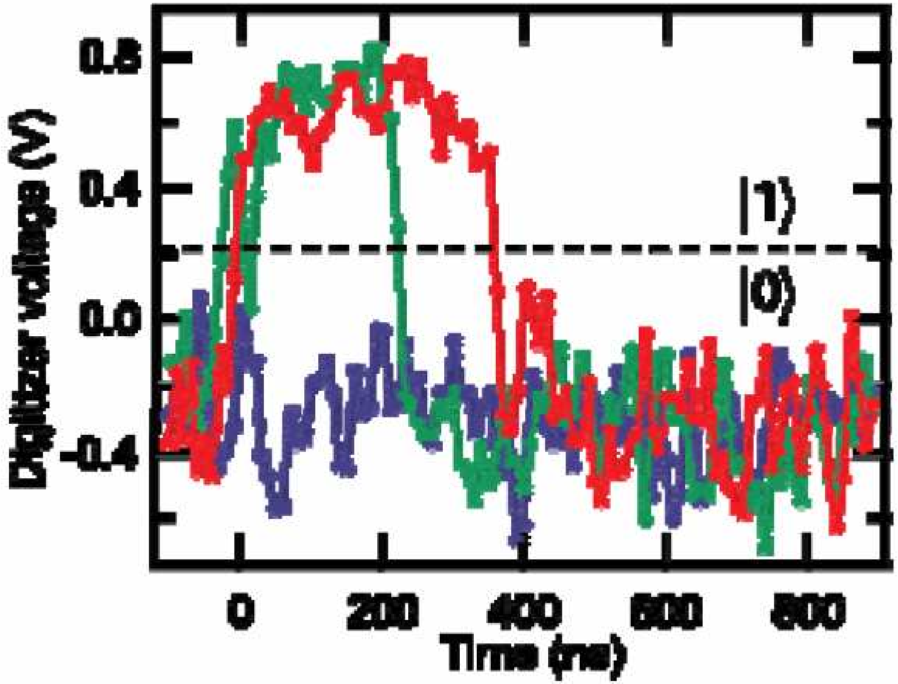
EXPERIMENTAL SETUP

Qubit	Readout
f_q=4.856 GHz	f_r=5.880 GHz
T_1=1.28 μs	$\kappa/2\pi$=4 MHz
T_2=420 ns	$2\chi/2\pi$=2.7 MHz



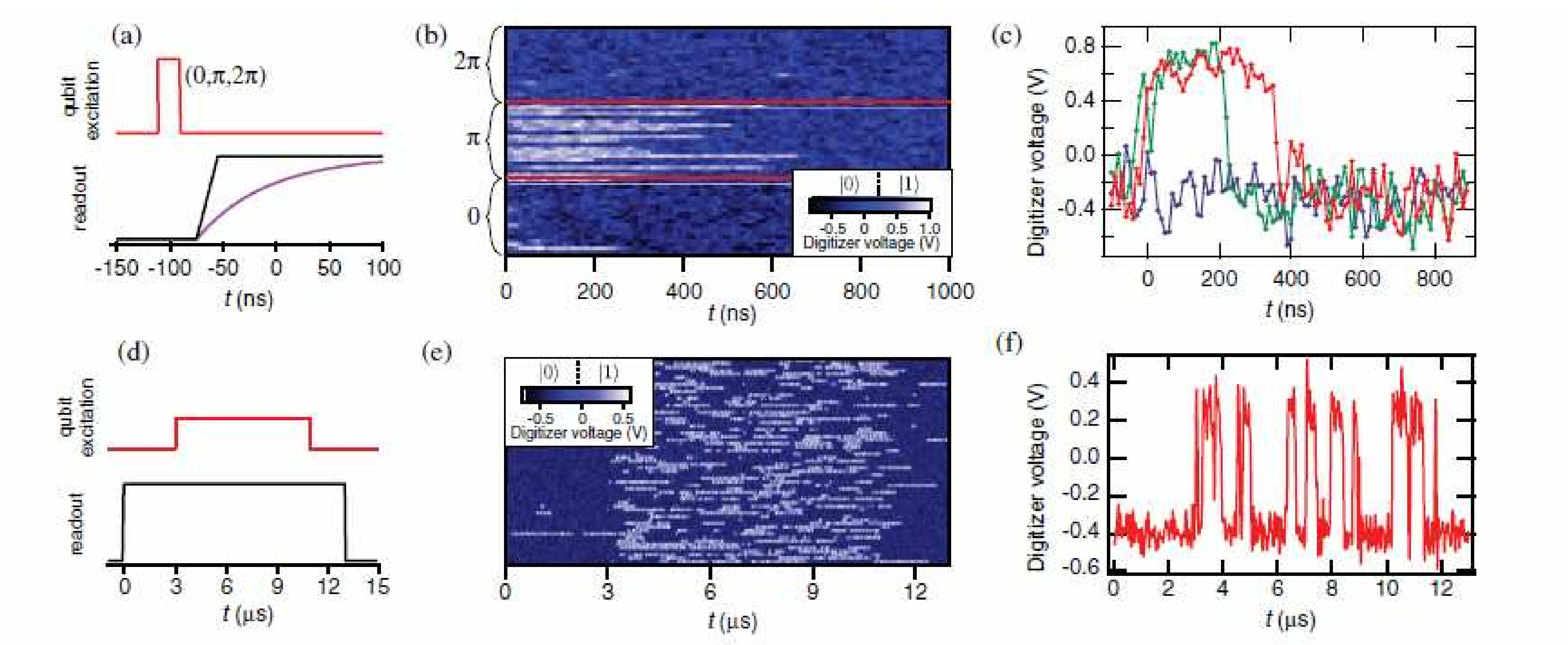
SINGLE SHOT MEASUREMENTS



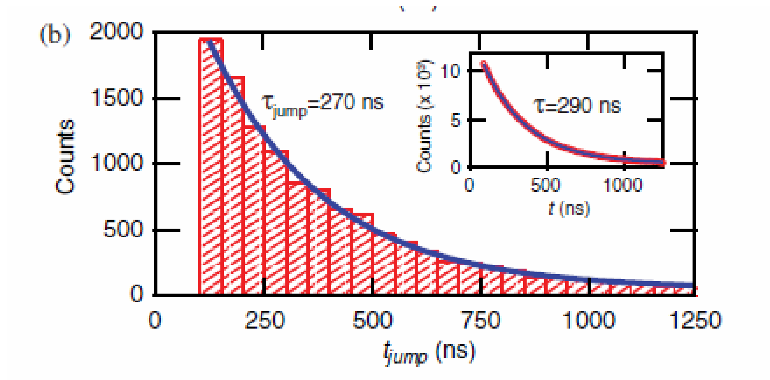


Единичные реализации

I.Siddiqi *et al.*, Berkeley



Релаксация в среднем



Шум в системе

A. I. Gelman, A.M. Satanin, JETP lett. 91, 535-540 (2010).

$$H_s = \frac{1}{2}(\varepsilon(t)\sigma_z + \Delta\sigma_x)$$

F_x – продольная релаксация (переворот спина) (флуктуации заряда)

$$H_{int} = F_z\sigma_z + F_x\sigma_x$$

F_z – поперечная релаксация (дефазировка) (флуктуация потока)

$$\gamma_\alpha(t-s) = \left\langle F_\alpha(t)F_\alpha^+(s)\right\rangle$$

Γ – скорость дефизировки

$$\tilde{\gamma}(\omega) \approx const,\ \omega \in [0, \varepsilon_0]$$

γ – скорость релаксации энергии

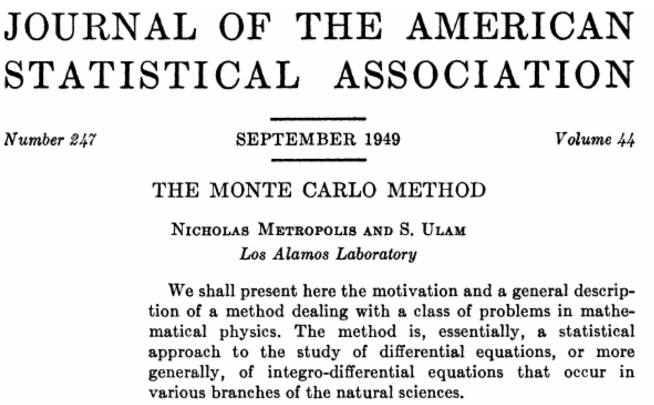
$\boxed{\Gamma >> \gamma \text{ для потокового кубита}}$

M. Sillanpaa, et al., Phys. Rev.Lett. ***96****, 187002 (2006).*
W. D. Oliver, et al., Science ***310****, 1653 (2005).*
D. M. Berns, et al., Phys. Rev. Lett. ***97****, 150502 (2006).*
D. M. Berns, et al., Nature ***455****, 51 (2008).*

Кинетическое уравнения в марковском приближении

$$\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}[H_s, \rho] + \tfrac{1}{4}\Gamma\left(2\sigma_z\rho\sigma_z^+ - \rho\sigma_z^+\sigma_z - \sigma_z^+\sigma_z\rho\right)}$$

Методы Монте-Карло



JOURNAL OF THE AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION

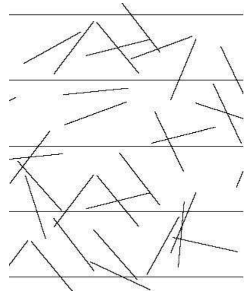
Number 247 SEPTEMBER 1949 *Volume 44*

THE MONTE CARLO METHOD

NICHOLAS METROPOLIS AND S. ULAM
Los Alamos Laboratory

We shall present here the motivation and a general description of a method dealing with a class of problems in mathematical physics. The method is, essentially, a statistical approach to the study of differential equations, or more generally, of integro-differential equations that occur in various branches of the natural sciences.

200 years ago, Comte de Buffon: число Pi



Станислав Улам: "Метод Монте-Карло – это приложение здравого смысла к математическим формулировкам физических законов и процессов"

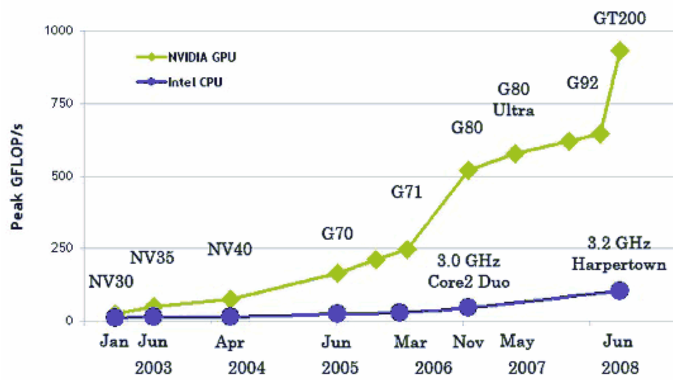
1. **Вычисление многомерных и функциональных интегралов**
2. **Решение задач линейной алгебры (систем матричных уравнений, обращения матриц)**
3. **Решение интегральных уравнений**
4. **Статистические ансамбли (статистическая физика, молекулярная динамика)**
5. **Метод Кона-Шэма (электроны+динамика Кара-Паринейло для ядер)**
6. **Квантовый метод Монте-Карло**

Вице-президент NVIDIA: «Закон Мура мертв»

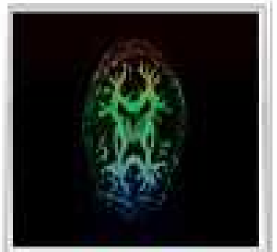
Вице-президент NVIDIA Билл Дэлли в гостевой колонке журнала «Форбс» написал, **что знаменитый закон Мура больше не работает и «мертв».** По его словам, современные многопроцессорные решения становятся все менее эффективными, и простое увеличение числа ядер уже не дает результата. Решением проблемы Дэлли считает энергоэкономичные параллельные системы типа CUDA.

NVIDIA & ADM

CUDA (Compute Unified Device Architecture) и CTM (Close To Metal или AMD Stream Computing),

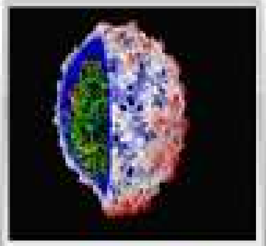


Speedups Using GPU vs CPU



146X

Interactive visualization of volumetric white matter connectivity[1]

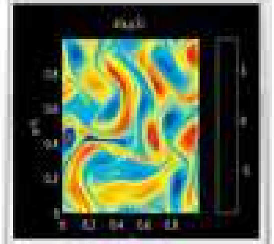


36X

Ionic placement for molecular dynamics simulation on GPU[2]

18X

Transcoding HD video stream to H.264 for portable video[3]

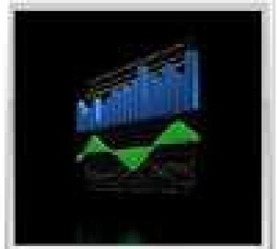


17X

Simulation in Matlab using .mex file CUDA function[4]

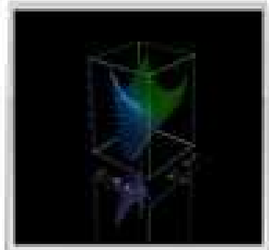
100X

Astrophysics N-body simulation[5]



149X

Financial simulation of LIBOR model with swaptions[6]



47X

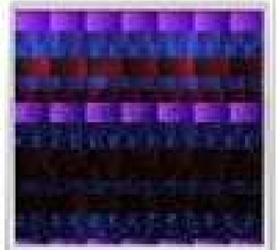
GLAME@lab: M-script API for linear Algebra operations on GPU[7]

20X

Ultrasound medical imaging for cancer diagnostics[8]

24X

Highly optimized object oriented molecular dynamics[9]



30X

Cmatch exact string matching - find similar proteins & gene sequences[10]

Квантовая теория релаксации: методы исследования

Природа диссипации -

взаимодействие системы с резервуаром (гораздо большей системой) с большим числом степеней свободы

$$\boxed{H_{tot} = H_{sys} + H_B + H_{\text{int}}}$$

система   резервуар   взаимодействие система-резервуар

Метод оператора плотности	Метод Гейзенберга-Ланжевена

$$\dot{\rho}_{tot}(t) = -\frac{i}{\hbar}[H_{tot}, \rho_{tot}(t)]$$

ρ_{tot} Оператор плотности «система+резервуар»

$$\hat{\rho} = Tr_B(\rho_{tot})$$ Оператор плотности системы

$$\dot{c}_i(t) = \frac{i}{\hbar}[H_{tot}, c_i(t)] \qquad i = 1, \tilde{n}$$

$$\dot{b}_j(t) = \frac{i}{\hbar}[H_{tot}, b_j(t)] \qquad j = 1, \tilde{m}$$

c_i -полный набор операторов системы

b_j -полный набор операторов резервуара

C.W.Gardiner, P.Zoller, Quantum noise, Springer, 2000

Скалли М. О., Зубайри М. С., Квантовая оптика, М., Физматлит, 2003

Матрица плотности

1) Борновское приближение;

2) Марковское приближение:

Решение уравнений для элементов оператора плотности, NxN штук

$$\dot{\rho}(t) = -\frac{1}{\hbar^2}\int_0^t dt' Tr_B\left([H_{\text{int}}(t),[H_{\text{int}}(t'),\rho(t)\otimes\rho_B]]\right)$$ в представлении взаимодействия

$$U_I(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}(H_{sys}+H_B)t} \qquad \rho_I = U_I^+(t)\rho_{tot}(t)U_I(t) \qquad \rho(t) = Tr_B(\rho_I(t))$$

Метод квантовых траекторий

$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ Рассмотрим $p_i = p_1 = 1$

$$\dot{\rho} = \underbrace{-\frac{i}{\hbar}\left(H_{eff}|\psi\rangle\langle\psi| - |\psi\rangle\langle\psi|H_{eff}^{+}\right)}_{\boxed{|\dot{\psi}\rangle = -\frac{i}{\hbar}H_{eff}|\psi\rangle}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{N_c}\gamma_j c_j|\psi\rangle\langle\psi|c_j^{+}}_{\boxed{|\psi\rangle \to |\phi_j\rangle = c_j|\psi\rangle}}$$

Стохастическая эволюция. Δt-дискретное время

$$|\psi(t+\Delta t)\rangle = (1 - \frac{i}{\hbar}H_{eff}\Delta t)|\psi(t)\rangle$$

В первом порядке по Δt

$$\langle\psi(t+\Delta t)|\psi(t+\Delta t)\rangle = 1 - \Delta P(t)$$

$$\Delta P_j(t) = \Delta t\gamma_j\langle\psi(t)|c_j^{+}c_j)|\psi(t)\rangle \quad \Delta P(t) = \sum_{j=1}^{N_c}\Delta P_j(t)$$

$$\boxed{|\tilde{\psi}(t+\Delta t)\rangle = \frac{(1 - {}^{i}/_{\hbar}\,H_{eff}\Delta t)}{\sqrt{1-\Delta P(t)}}|\psi(t)\rangle}$$

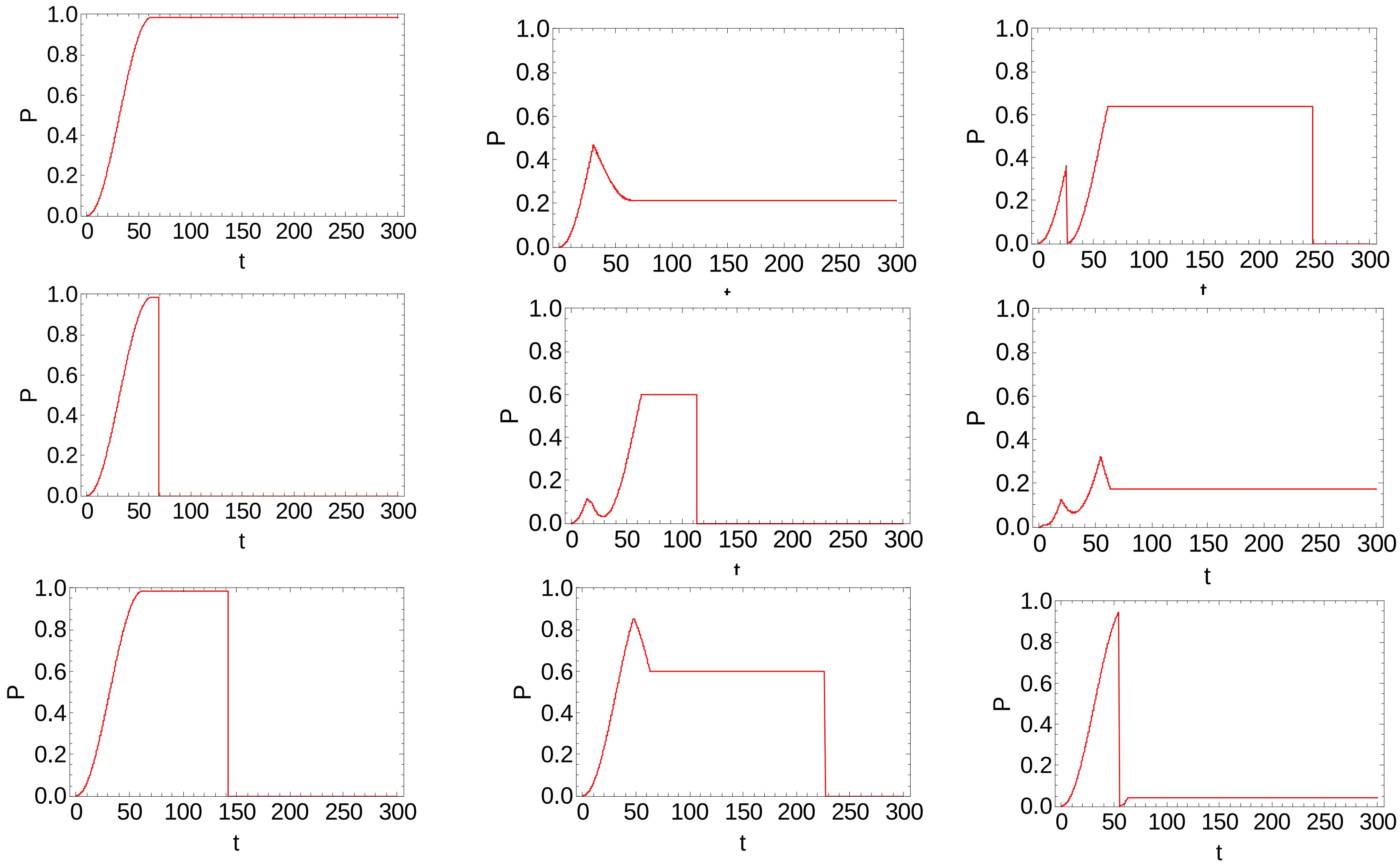
Аналогично

$$\boxed{|\tilde{\phi}_j\rangle = \sqrt{\frac{\Delta t\gamma_j}{\Delta P_j}}|\phi_j\rangle}$$

$$\boxed{\rho(t+\Delta t) = \left(1 - \Delta P(t)\right)|\tilde{\psi}(t+\Delta t)\rangle\langle\tilde{\psi}(t+\Delta t)| + \sum_{j=1}^{N_c}\Delta P_j(t)|\tilde{\phi}_j\rangle\langle\tilde{\phi}_j|}$$

В среднем динамика унитарна

Фазовая и энергетическая релаксация состояний кубита



wq :=6.; A=0.1; w:=6.; Γf:=0.01 ; Γe:=0.012; (GHz)

Квантовые траектории – реальность или математический трюк

Measuring a single quantum trajectory

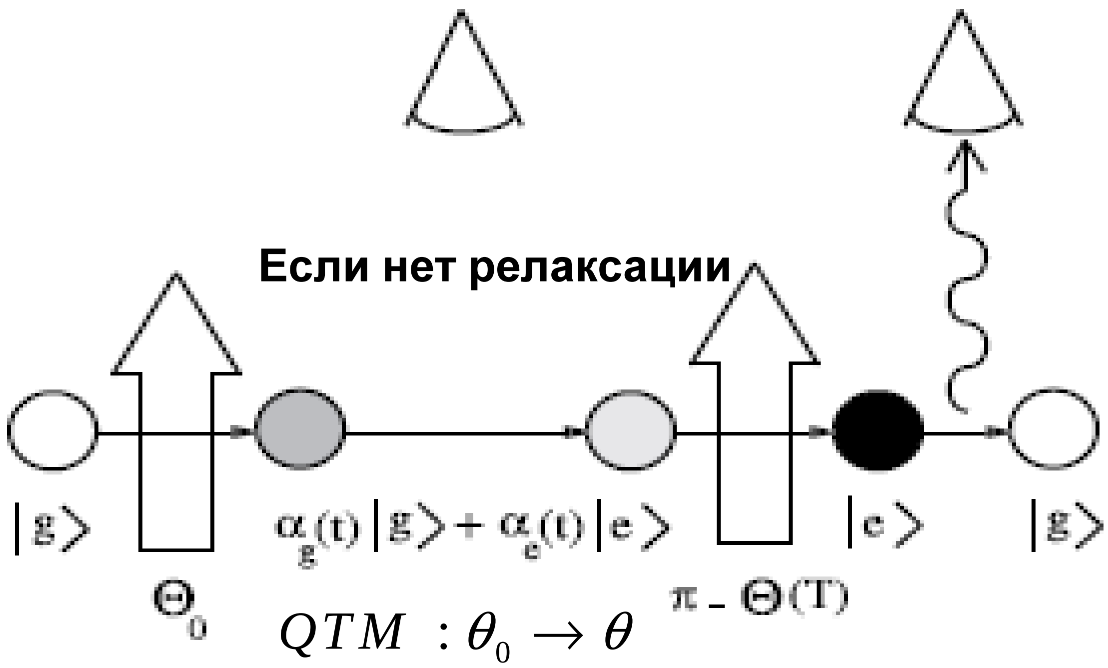
D Bouwmeester and G Nienhuis

Huygens Laboratory, University of Leiden, PO Box 9504, 2300 RA Leiden, The Netherlands

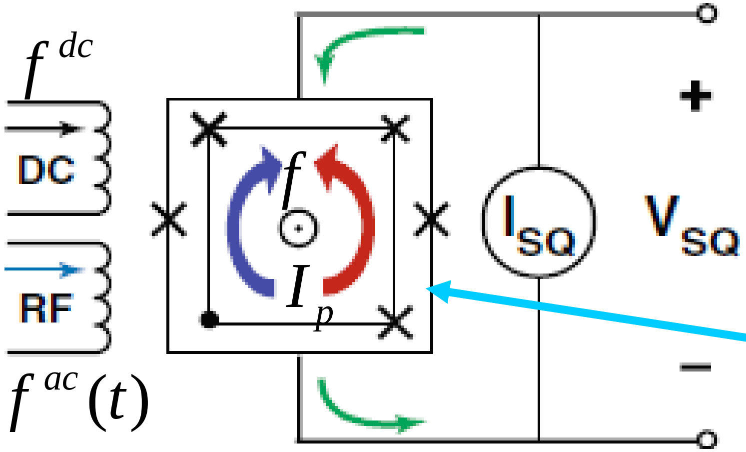
Quantum Semiclass. Opt. 8 (1996) 277–282. Printed in the UK

Abstract. We propose an experiment on single two-level atoms (or ions) which would demonstrate the physical significance of quantum trajectory descriptions for spontaneous decay. We predict that the experiment will reveal the reality of neoclassical decay of the atomic inversion before the emission of a photon.

Bouwmeester, D. et.al. Neoclassical radiation theory as an integral part of the Monte Carlo wave-function method / Phys. Rev. A. 1994. V. 49 P. 4170.

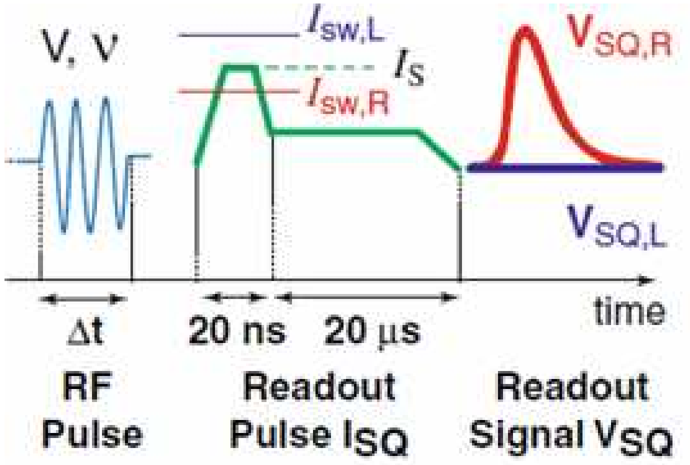


Динамика кубита



Воздействие на кубит внешними полями:
1.постоянным магнитным полем f^{dc}
2.переменным ВЧ электромагнитным полем f^{ac}

SQUID
Схема измерения состояния кубита



$$f(t) = f^{dc} + f^{ac}(t) \qquad f^{ac}(t) \propto A\cos\omega t$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + A\cos\omega t \qquad f^{dc} \propto \varepsilon_0 = 2I_p(f - 0.5)$$

$$\boxed{H_s = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \varepsilon(t) & \Delta \\ \Delta & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}}$$

Гамильтониан справедлив для описания динамики всех типов сверхпроводящих кубитов (не только потокового)
Различие заключается в способе управления внешними параметрами.
В случае 3JJ кубита – путем изменения амплитуды внешних полей f^{dc} и f^{ac}

W.D. Oliver, S.O. Valenzuela Quant Inf Process **8,** *261 (2009)*

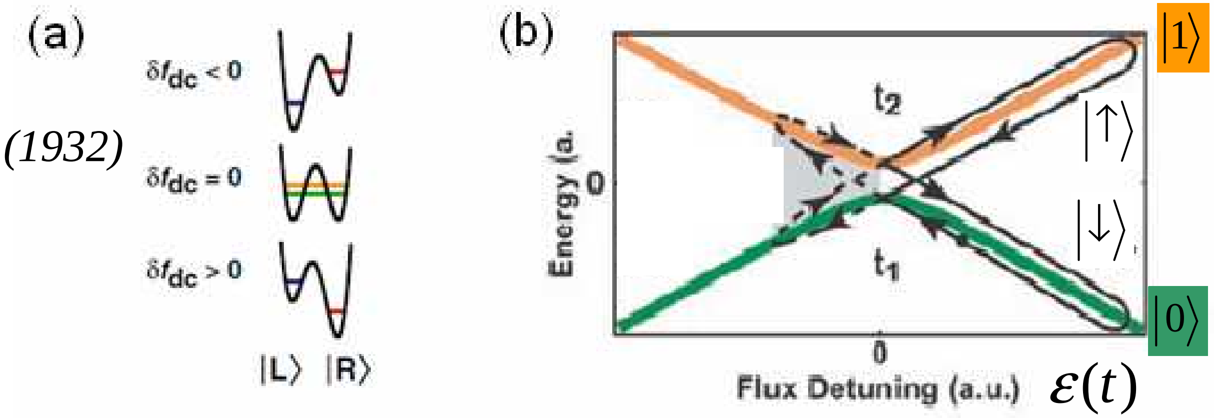
Переходы Ландау-Зинера

Впервые исследованы при рассмотрении пересечения уровней при столкновении атомов

L. D. Landau,
Phys. Z. Sowjetunion ***2,*** *46 (1932)*
*C. Zener. Proc. R. Soc. A**137,** 696 (1932)*

$$H_s = \frac{1}{2}(\varepsilon(t)\sigma_z + \Delta\sigma_x)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + A\cos\omega t$$



$\varepsilon(t) = 0$ -уровни пересекаются в неадиабатическом базисе σ_z
-(без учета туннелирования)

Вероятность перехода $|\downarrow\rangle \to |\uparrow\rangle$ в пределе бесконечно большого времени

$$P_{LZ} = 1 - \exp(-2\pi\Delta^2 / \hbar\upsilon)$$

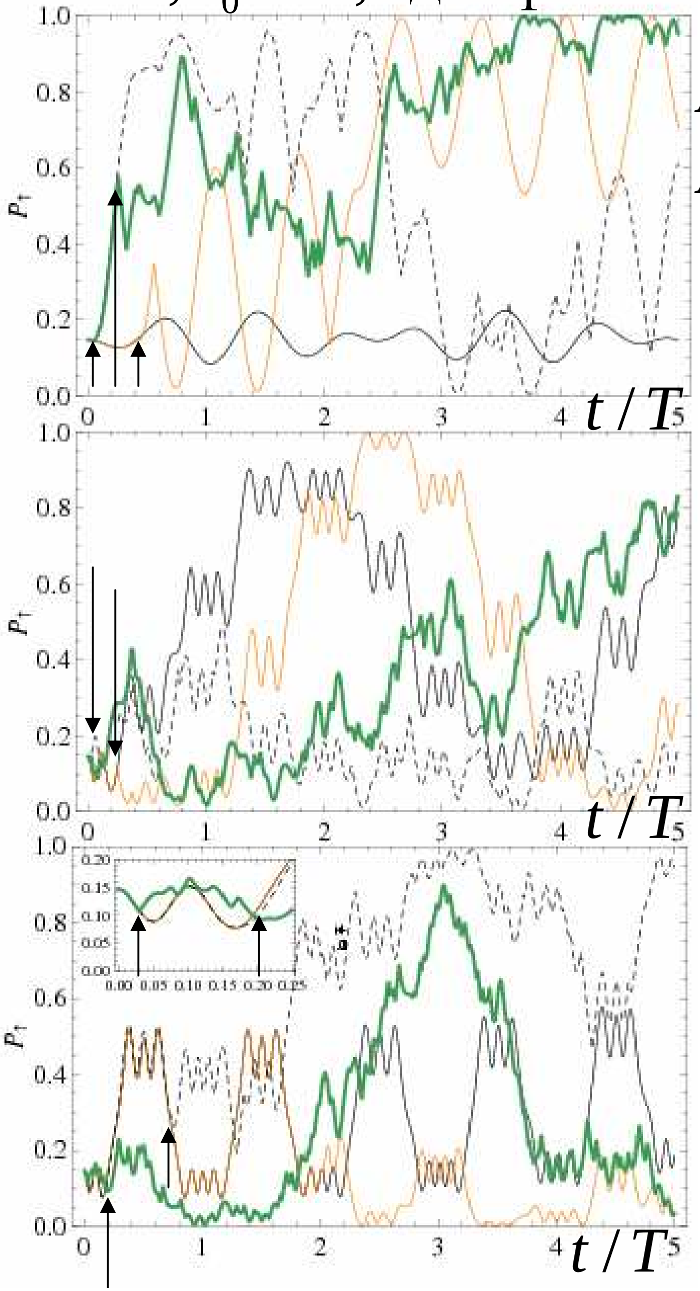
$$\upsilon \equiv \partial\varepsilon(t)/\partial t_{\varepsilon(t)=0} \qquad \gamma_{ZL} = \Delta^2/\hbar\upsilon - \text{коэффициент адиабатичности}$$

Скачки населенности происходят при каждом пересечении уровней. Периодическое
пересечение приводит к интерференционной картине $P_\uparrow(A, \varepsilon_0)$

W. D. Oliver, Y. Yu, J. C. Lee, et.al., Science ***310,*** *1653 (2005)*

Квантовые траектории

$\Delta = \omega, \varepsilon_0 = \omega,$ однофотонный резонанс



$A = 0.1\omega$

$A << \varepsilon_0$

Кубит приготовлен в состоянии |0>

$$\boxed{|0\rangle = -\sin\theta/2\,|\uparrow\rangle + \cos\theta/2\,|\downarrow\rangle}$$

$\Gamma = 0$ $\Gamma = 0.09\omega$

$\Gamma = 0.81\omega$ $\Gamma = 4\omega$

$A = 8.5\omega$

$\Delta_1(8.5) \approx 0.27\omega$

Rabi+LZ

$P_{LZ} \approx 0.45$

Эффективный гамильтониан в резонансном приближении

$$H'(t) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Delta_n \\ \Delta_n & 0 \end{pmatrix} \qquad \Delta_n = \Delta J_n(A/\omega)$$

$$n\omega - \varepsilon_0 \approx 0$$

$A = 10.2\omega$

$\Delta_1(10.2\omega) \approx 0$

КПТ

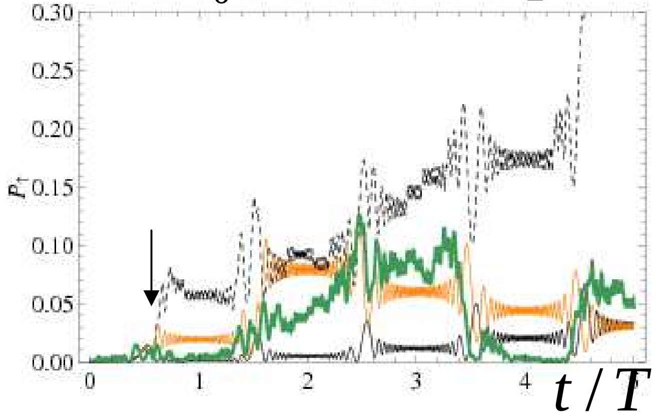
$$P_{LZ} = 1 - \exp(-2\pi\Delta^2/\upsilon)$$

$$\upsilon \equiv \partial\varepsilon(t)/\partial t_{\varepsilon(t)=0} \approx A$$

С увеличением Г динамика существенно меняется. Кубит может возбуждаться на верхний уровень. Нет пленения населенностей на временах ~T/2 (между пересечениями уровней)

Многофотонные резонансы

$\Delta = \omega, \varepsilon_0 = 30\omega$, 30-фотонный резонанс, сильное поле: $\varepsilon_0, A >> \omega$

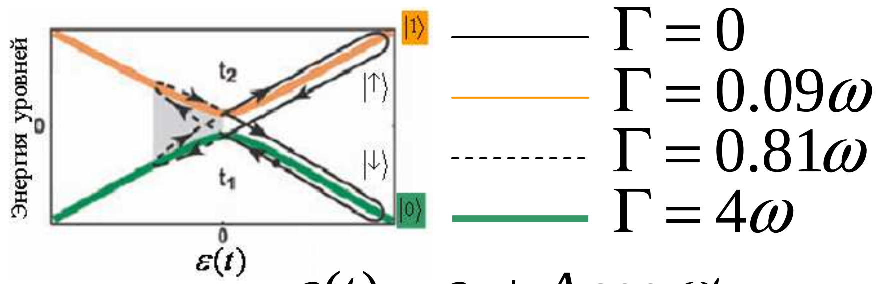


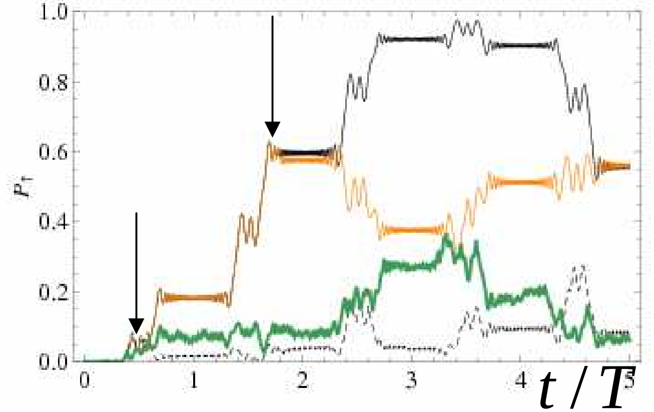
$A = 25.1\omega$

$A << \varepsilon_0$

Кубит приготовлен в состоянии $|0>$

$$\boxed{\left|0\right\rangle = -\sin\theta/2\left|\uparrow\right\rangle + \cos\theta/2\left|\downarrow\right\rangle}$$





$A = 43.3\omega$

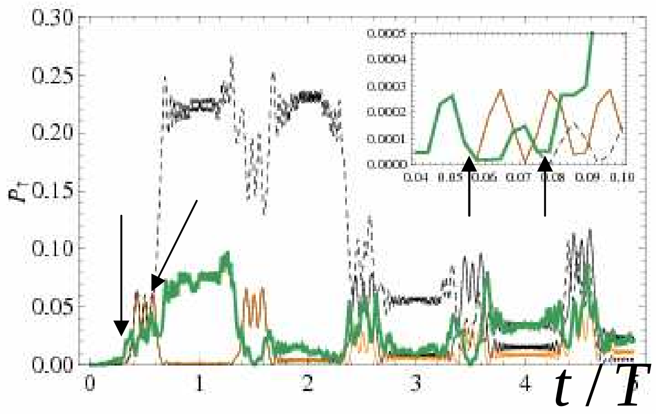
$\Delta_{30}(43.3\omega) \approx 0.14\omega$

Rabi+LZ

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + A\cos\omega t$$

$$T_1 = \frac{1}{\pi}\arccos\varepsilon_0 / A$$

$$T_2 = \frac{1}{\pi}(1 - \arccos\varepsilon_0 / A)$$



$A = 45.5\omega$

$\Delta_{30} \approx 0$ **КПТ**

$P_{LZ} \approx 0.1$

Даже при сильном управляющем поле влияние шума существенно

С увеличением Г динамика существенно меняется. Кубит может возбуждаться на верхний уровень. Нет пленения населенностей на временах ~T/2 (между пересечениями уровней)

Приложение к амплитудной спектроскопии

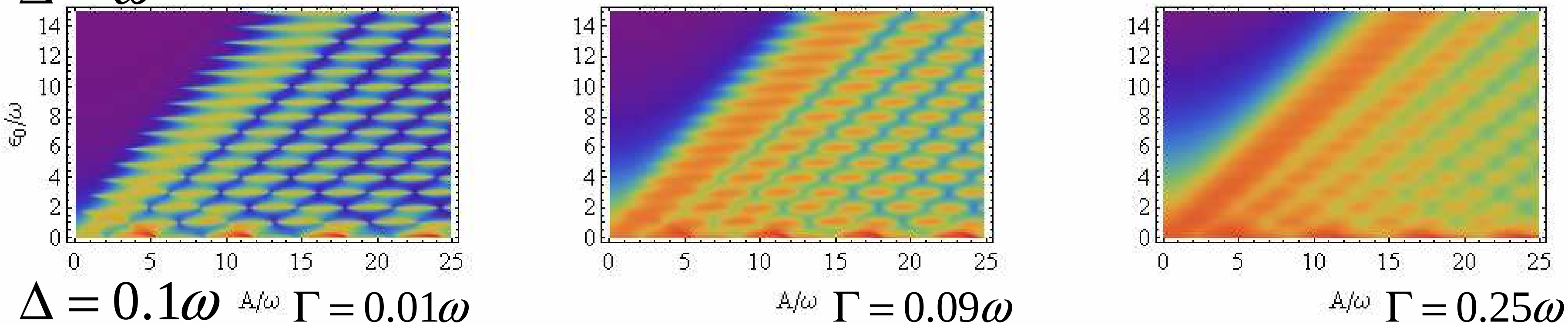
$$P_{\uparrow}(A,\varepsilon_0)=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Delta_n^2}{\Delta_n^2+(\varepsilon_0-n\omega)^2} \qquad W=\frac{\Delta^2}{2}\sum_n\frac{\Gamma J_n^2(A/\omega)}{(\varepsilon_0-\omega n)^2+\Gamma^2}$$

$\Delta_n=\Delta J_n(A/\omega)$ $\qquad$ $\delta\varepsilon=\Delta_n$ $\qquad$ $\delta\varepsilon\approx\Gamma$

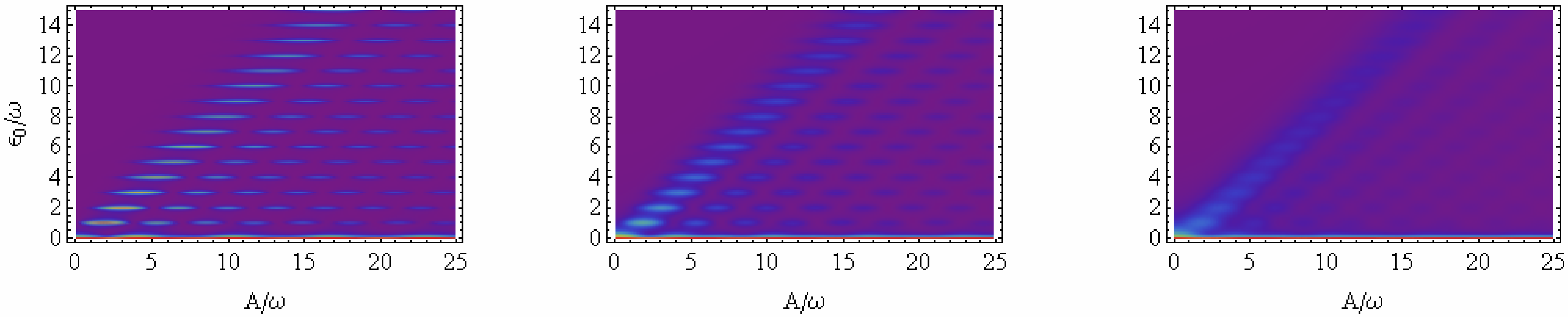
Населенность верхнего уровня кубита после воздействия импульса длительностью $\tau=10T$ постоянной амплитуды *A* при различных значениях шума (*D.Berns et.al.,PRL* **97**, *150502 (20*

N=3000 realizations $\qquad$ $\Delta=0.14\omega, A=0\div50\omega, \varepsilon_0=0\div45\omega, \omega=90MHz \Rightarrow \Gamma=(0.13-0.2)\omega$

$\Delta=\omega$



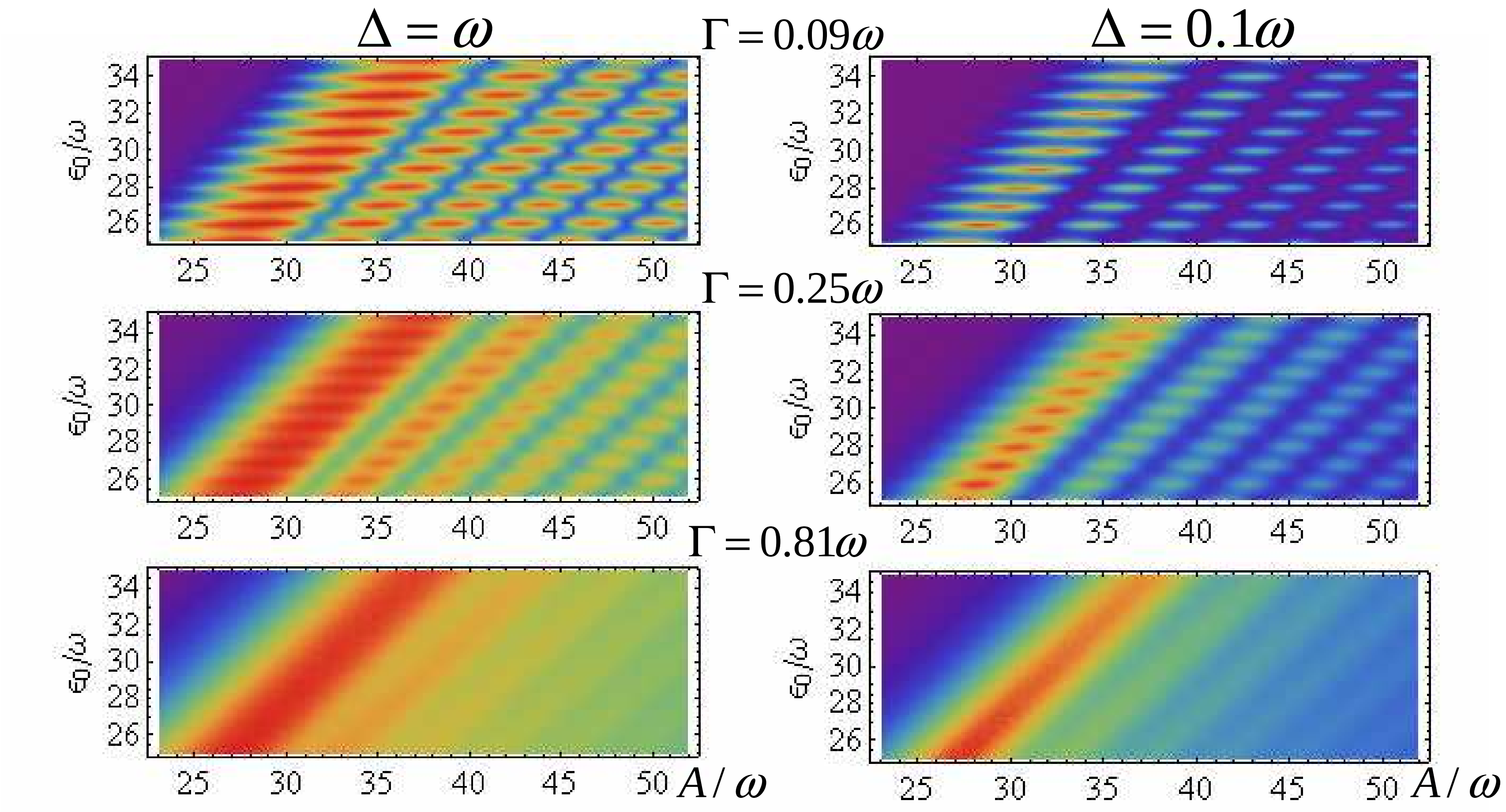
$\Delta=0.1\omega$ $\qquad$ $\Gamma=0.01\omega$ $\qquad$ $\Gamma=0.09\omega$ $\qquad$ $\Gamma=0.25\omega$



Резонансы

Более контрастная картина наблюдается для резонансов высокого порядка. Хорошее совпадение с экспериментом (*D.Berns et.al.,PRL* ***97***, *150502 (2006)*)

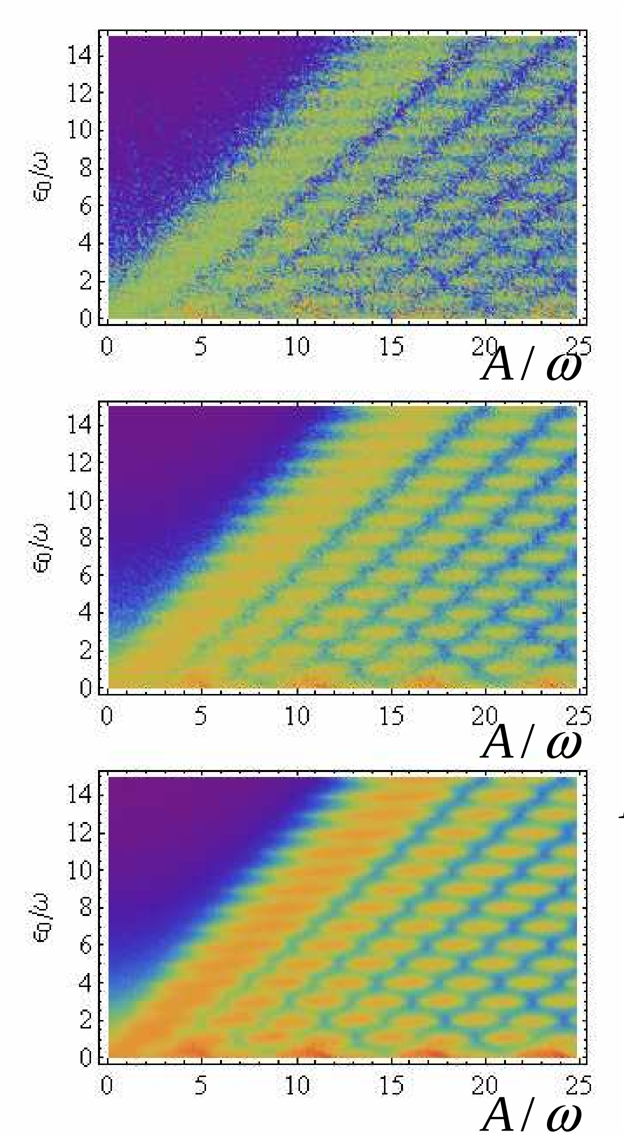
$\Delta = 0.14\omega, A = 0 \div 50\omega, \varepsilon_0 = 0 \div 45\omega, \omega = 90MHz \Rightarrow \Gamma = (0.13 - 0.2)\omega$



Подгонка параметров шума при прямом численном моделировании под результаты эксперимента позволит восстановить параметры образца с хорошей точностью

Измерение параметров кубита

$\Delta = \omega \quad \Gamma = 0.09\omega$



$N = 1$

$N = 10$

$N = 100$

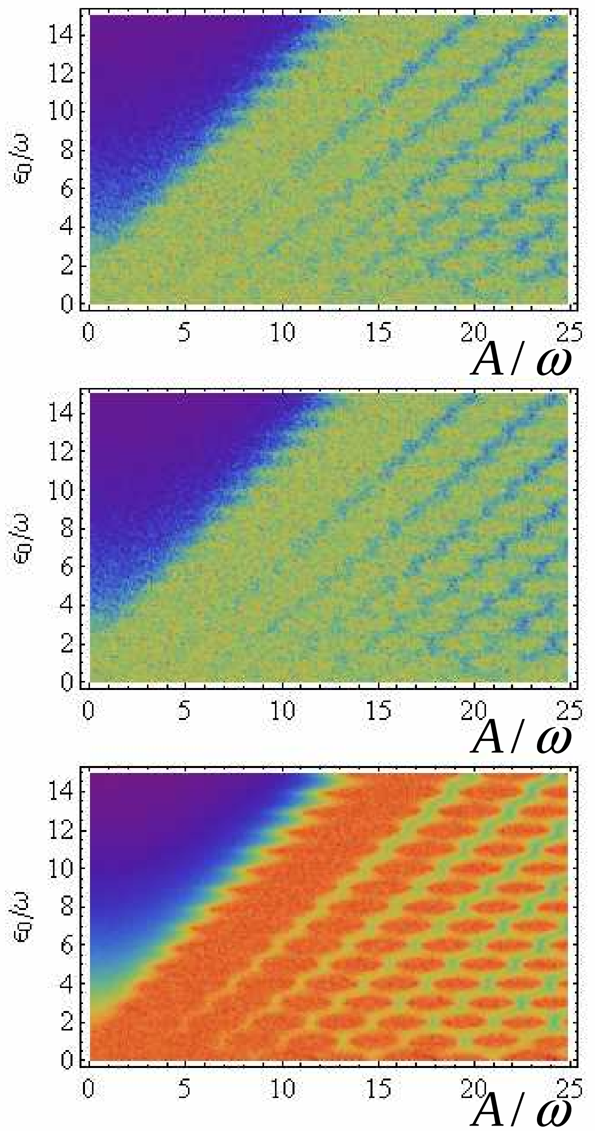
Зависимость интерференционной картины от числа реализаций метода (числа измерений в эксперименте)

In good correspondence with N=3000 in previous consideration and experiments.
In experiments usually N=3000-10000.

A. I. Gelman, A.M. Satanin, JETP lett. 91, 535-540 (2010)

Зависимость от числа реализаций

$\Delta = \omega \quad \Gamma = 0.09\omega$



$N = 10$

$N = 100$

$N = 500$

Зависимость интерференционной картины от числа реализаций метода (числа измерений в эксперименте).
Расчет без усреднения по времени.

In good correspondence with N=3000 in previous consideration and experiments.
In experiments usually N=3000-10000**.**

A. I. Gelman, A.M. Satanin, JETP lett. ***91****, 535-540 (2010).*

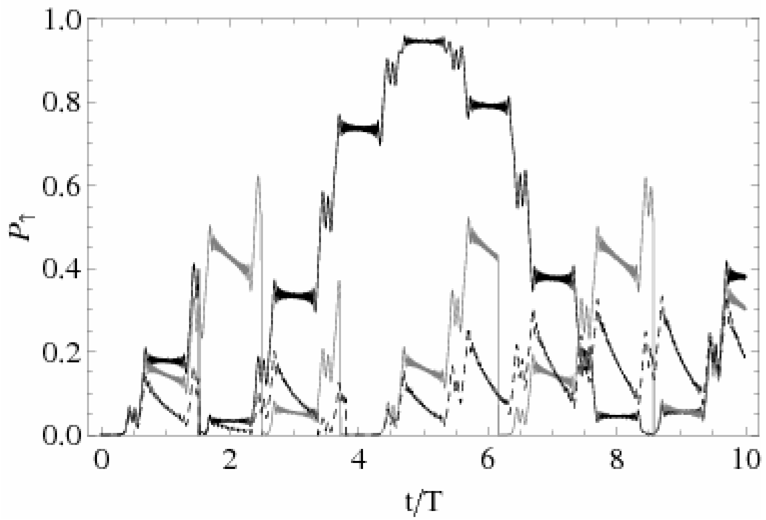
Энергетическая релаксация

A. I. Gelman and A. M. Satanin, ФТТ, 52, 2094-2099(2010).

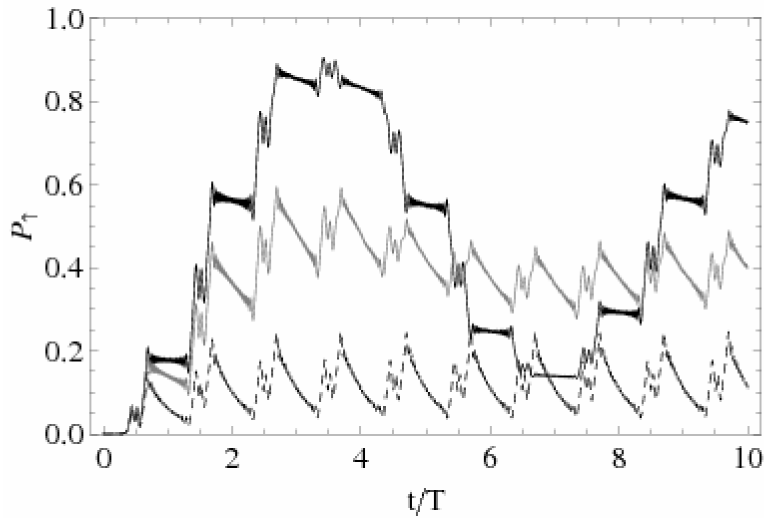
$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H_s, \rho] + \tfrac{1}{2}\Gamma\left(\sigma_z \rho \sigma_z^+ - \rho\right) + \frac{\gamma}{2}\left(2\sigma_{ba}\rho\sigma_{ba}^+ - \sigma_{ba}^+\sigma_{ba}\rho - \rho\sigma_{ba}^+\sigma_{ba}\right)$$

$$\sigma_{ba} = \sigma_x + i\sigma_y \qquad H_{eff} = H - \frac{i\hbar\Gamma}{4}\hat{I} - \frac{i\hbar\gamma}{2}\sigma_{aa}$$

$$\left|\psi^{(i)}(t+\Delta t)\right\rangle = \lambda_1 \sigma_z \left|\psi^{(i)}(t)\right\rangle \qquad \left|\psi^{(i)}(t+\Delta t)\right\rangle = \lambda_2 \sigma_{ba} \left|\psi^{(i)}(t)\right\rangle$$



Населенности верхнего уровня от времени при скоростях релаксации (черная сплошная), (серая), (черная пунктир). Видны скачки, соответствующие спонтанной релаксации в



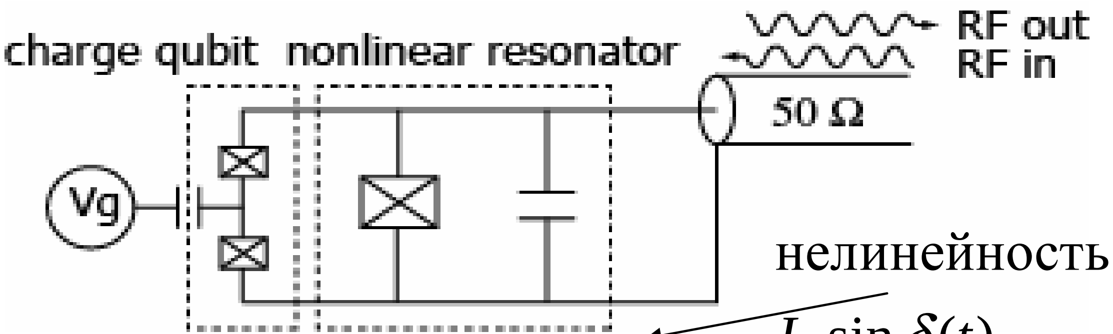
Населенность верхнего уровня от времени (усреднение по 3000 реализаций).

Параллельные вычисления динамики кубитов

- Cluster ННГУ 128 процессоров, MPI – программа, вычисления P(epsilon,A) – ускорение в ~100 раз
- Программа на smp –машине, 48 ядер, ускорение 40 раз (Open MP)

Бифуркационный джозефсоновский осциллятор

I.Siddiqi *et al*., Phys. Rev. Lett. 93, 207002 (2004); I. Siddiqi, *et al*. Phys. Rev. B 73, 054510 (2006).

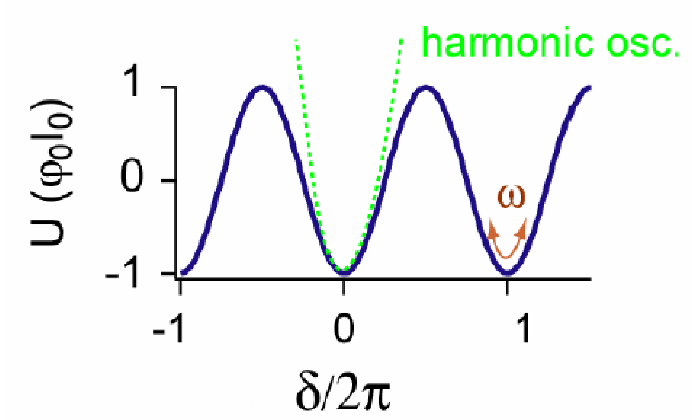


нелинейность

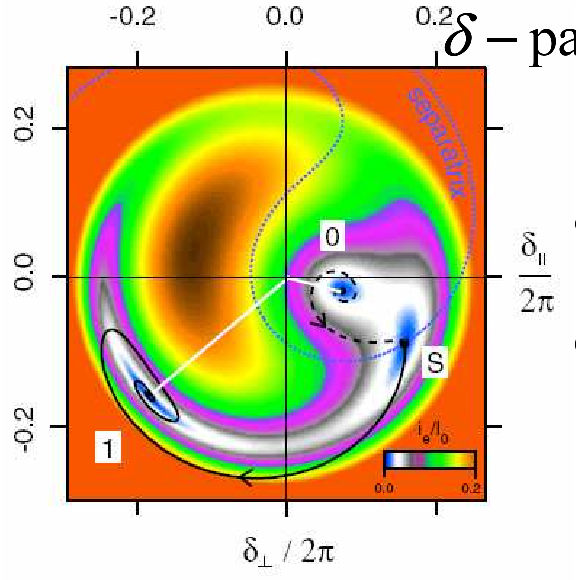
$I_0 \sin\delta(t)$

$$\varphi_0^2 C_J \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{\varphi_0^2}{R}\frac{d\delta}{dt} + \varphi_0 I_0\left(\delta - \frac{\delta^3}{6}\right) - \varphi_0 I_{RF}\sin(\omega t) = 0$$

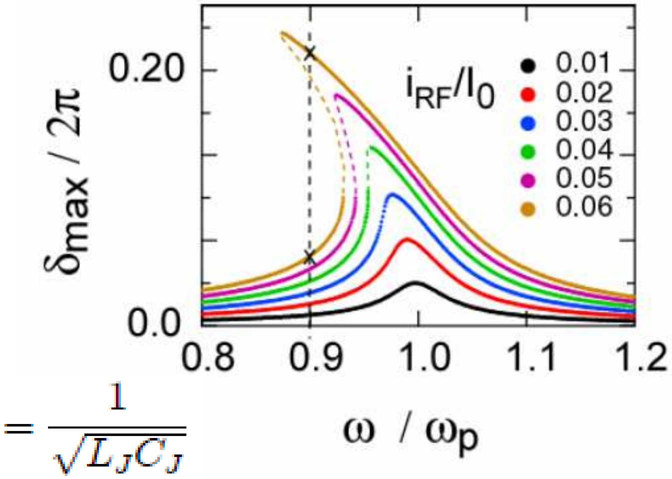
$\delta -$ разность фаз на переходе



два состояния : большая и малая ампл. колеб.



Фазовый портрет нелинейного осциллятора во внешнем поле.



$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_J C_J}}$$

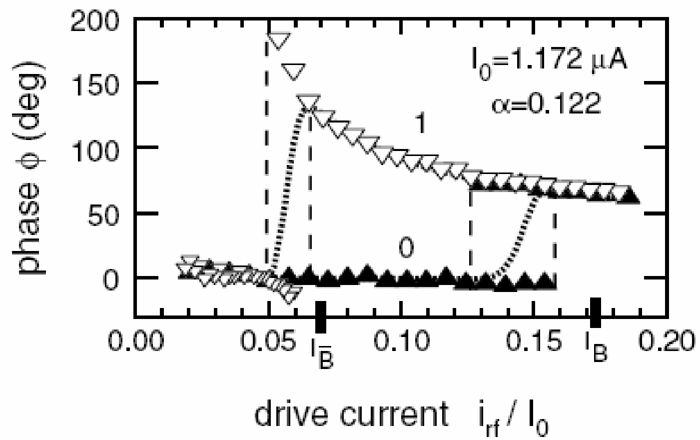


FIG. 3. Hysteretic variation of the reflected signal phase ϕ with drive current i_{rf}/I_0. Symbols denote the mode of ϕ, with

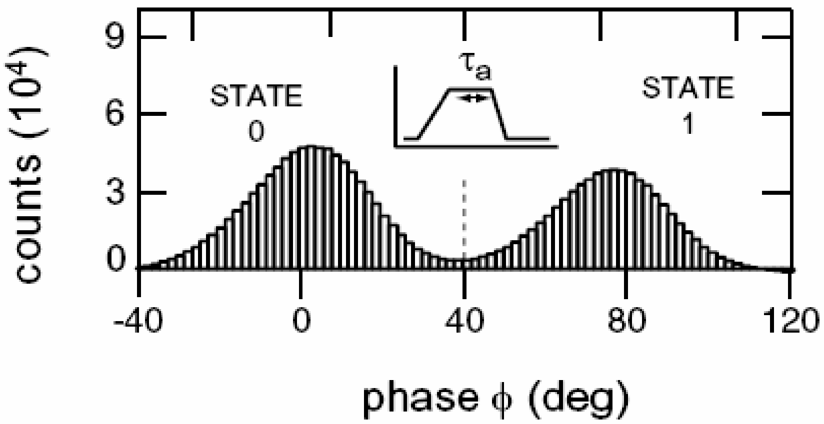
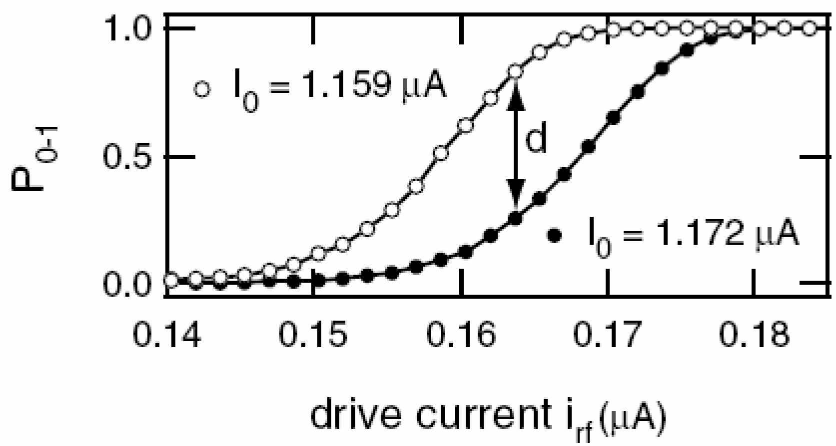


FIG. 4. Histograms of the reflected signal phase ϕ at $i_{rf}/I_0 = 0.145$. The histogram contains 1.6×10^6 counts with an analysis time $\tau_a = 20$ ns. Data here have been taken under the same operating conditions as in Fig. 3. The dashed line represents the discrimination threshold between the 0 and 1 state.



Dispersive measurements

PHYSICAL REVIEW B **73**, 054510 (2006)

Dispersive measurements of superconducting qubit coherence with a fast latching readout

I. Siddiqi, R. Vijay, M. Metcalfe, E. Boaknin, L. Frunzio, R. J. Schoelkopf

Department of Applied Physics and Department of Physics, Yale University, New Haven,

(Received 7 September 2005; published 23 February 2006)

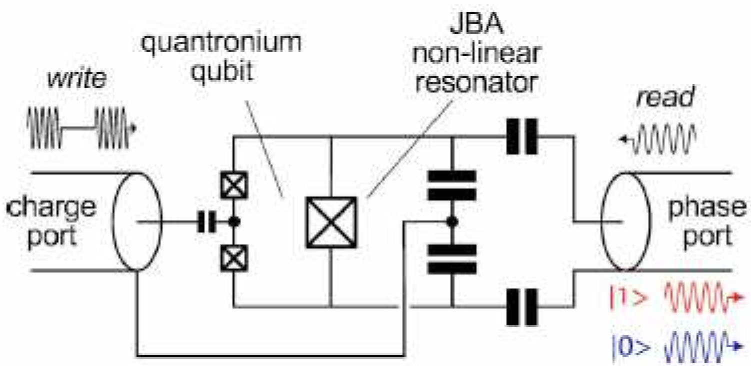


FIG. 1. (Color online) Schematic of the measurement setup. The

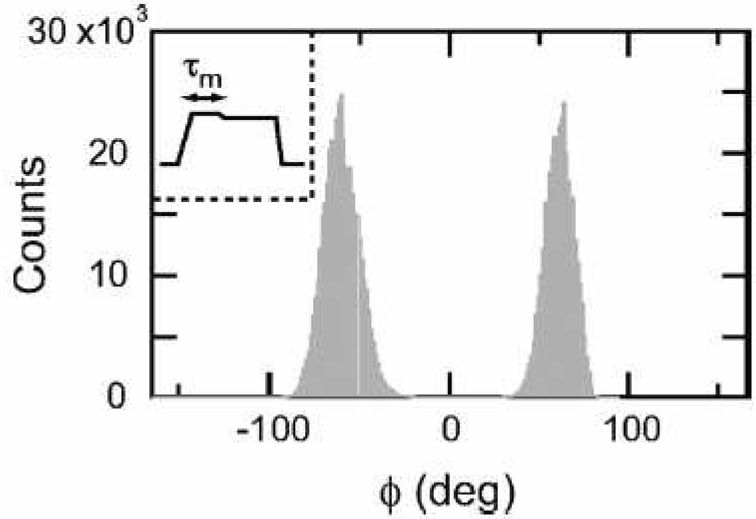


FIG. 2. Typical histogram of the phase of the reflected signal in the JBA readout when the maximum rf drive current is chosen so that the resonator switches approximately half of the time. The switching probability P_{switch} is defined as the fraction of the histogram lying above $\phi=0$. The inset shows schematically the envelope of the readout pulse sent to the phase port. The qubit influences the switching probability during the time interval τ_m which here was 40 ns.

$$I_B[\omega,\omega_p(1-\lambda)] < I_{rf}^{max} < I_B[\omega,\omega_p(1+\lambda)]$$

Шум и измерения

Гамильтониан системы кубит + джозефсоновский осциллятор

$$H \cong \varepsilon(t)\sigma_x + \Delta\sigma_z + \hbar\omega_p a^+ a(1+\lambda\sigma_z) - \mu\left(1+\frac{\lambda}{4}\sigma_z\right)(a+a^+)^4 - I(t)f(a+a^+)$$

$$\varepsilon(t) = 2E_C\frac{C_g V_{rf}(t)}{e} \quad \Delta = -E_J \quad \mu = E_c^R/12$$

Взаимодействие кубита и осциллятора с в бозонным термостатом

$$H_{\mathrm{int}\,system+noise} = \xi_z\sigma_z + \xi_a(a+a^+)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[H,\rho] + \frac{\gamma_\varphi}{2}(\sigma_z\rho\sigma_z - \rho) + \frac{\gamma}{2}\left(2a\rho a^+ - a^+a\rho - \rho a^+ a\right) \quad \gamma_\varphi \;\; \gamma$$

- параметры шума

Квантовый метод Монте-Карло

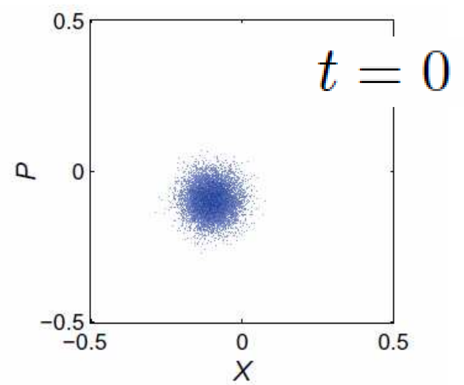
$$W(x,p,t) = \frac{1}{\pi\hbar}\int_{\infty}^{\infty} \mathrm{d}x' \mathrm{e}^{-(2i/\hbar)px'}\langle x+x'|\rho(t)|x-x'\rangle$$

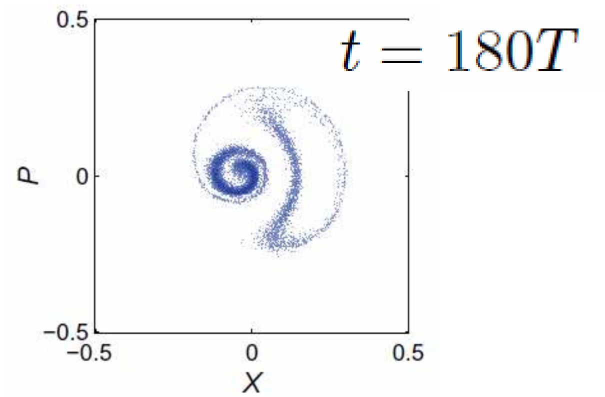
$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = H_{eff}|\psi(t)\rangle$$

$$H_{eff} = H - \frac{i\hbar}{4}\gamma_\varphi\hat{I} - \frac{i\hbar}{4}\gamma a^+ a$$

$$|\psi(t+\Delta t)\rangle = \lambda\sigma_z|\psi(t)\rangle$$

$$|\psi(t+\Delta t)> = \beta a|\psi(t)>$$





Выводы

Информативны ли “квантовые траектории”?

- Квантовые скачки можно наблюдать в единичных квантовых системах
- Единичные реализации демонстрируют процесс формирования наблюдаемых
- В численных экспериментах виден переход к ансамблю квантовых систем
- Технически квантовый метод Монте-Карло полезен для моделирования многоуровневых систем
- NxN -> N.
- Квантовый метод Монте-Карло особенно удобен для реализации на параллельных вычислительных комплексах