

VexCL

Генерация ядер OpenCL/CUDA из выражений C++

Денис Демидов

МСЦ РАН, Казань

Октябрь 2014, Таруса

Современные GPGPU платформы

NVIDIA CUDA

- Проприетарная архитектура
- Необходимо аппаратное обеспечение NVIDIA
- Зрелое окружение, большое число библиотек

OpenCL

- Открытый стандарт
- Большой диапазон поддерживаемого железа
- Низкоуровневый программный интерфейс

Современные GPGPU платформы

NVIDIA CUDA

- Проприетарная архитектура
- Необходимо аппаратное обеспечение NVIDIA
- Зрелое окружение, большое число библиотек
- *Ядра (C++) компилируются в псевдо-ассемблер (PTX) вместе с основной программой*

OpenCL

- Открытый стандарт
- Большой диапазон поддерживаемого железа
- Низкоуровневый программный интерфейс
- *Ядра (C99) компилируются во время выполнения, увеличивается время инициализации*

- Последнее отличие обычно считается недостатком OpenCL.
- Однако, это позволяет генерировать во время выполнения более эффективные ядра под конкретную задачу!

VexCL

Библиотека шаблонов векторных выражений для OpenCL/CUDA

- Создана для облегчения разработки GPGPU приложений на C++.
 - Интуитивная нотация для записи векторных выражений.
 - Автоматическая генерация вычислительных ядер во время выполнения.

- Исходный код доступен под лицензией MIT.
 - <https://github.com/ddemidov/vexcl>

Программный интерфейс VexCL

Пример использования VexCL: сложение векторов

Инициализация контекста:

```
1 vex::Context ctx( vex::Filter :: DoublePrecision );  
2 if ( !ctx ) throw std::runtime_error("No compute devices available");
```

Подготовка входных данных, перенос на GPU:

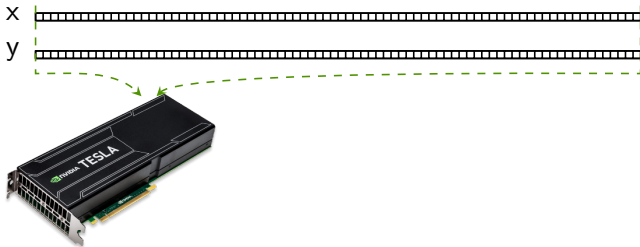
```
3 std::vector<double> a(N, 1), b(N, 2), c(N);  
4 vex::vector<double> A(ctx, a);  
5 vex::vector<double> B(ctx, b);  
6 vex::vector<double> C(ctx, N);
```

Запуск вычислительного ядра, перенос результатов на CPU:

```
7 C = A + B;  
8 vex::copy(C, c);  
9 std::cout << c[42] << std::endl;
```

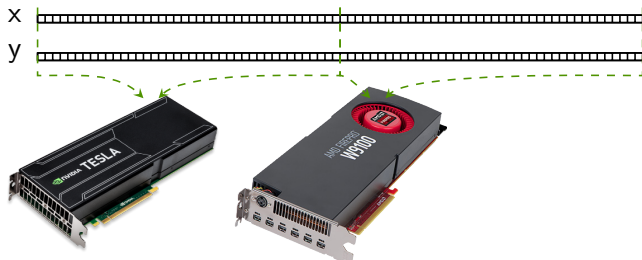
Использование нескольких ускорителей

```
1 vex::Context ctx(  
2     vex::Filter::DoublePrecision && vex::Filter::Name("Tesla")  
3     );  
4  
5 vex::vector<double> x(ctx, N);  
6 vex::vector<double> y(ctx, N);  
7  
8 x = vex::element_index() * (1.0 / N);  
9 y = sin(2 * x) + sqrt(1 - x * x);
```



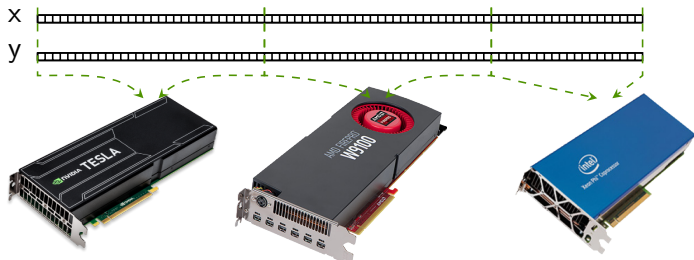
Использование нескольких ускорителей

```
1 vex::Context ctx(  
2     vex::Filter::DoublePrecision && vex::Filter::Type(CL_DEVICE_TYPE_GPU)  
3     );  
4  
5 vex::vector<double> x(ctx, N);  
6 vex::vector<double> y(ctx, N);  
7  
8 x = vex::element_index() * (1.0 / N);  
9 y = sin(2 * x) + sqrt(1 - x * x);
```



Использование нескольких ускорителей

```
1 vex::Context ctx(  
2     vex::Filter :: DoublePrecision  
3     );  
4  
5 vex::vector<double> x(ctx, N);  
6 vex::vector<double> y(ctx, N);  
7  
8 x = vex::element_index() * (1.0 / N);  
9 y = sin(2 * x) + sqrt(1 - x * x);
```



Язык векторных выражений VexCL

- Все векторы в выражении должны быть *совместимыми*:
 - Иметь один размер
 - Быть расположенными на одних и тех же устройствах
- Что можно использовать в выражениях:
 - Векторы, скаляры, константы
 - Временные значения
 - Арифм. и логич. операторы
 - Срезы и перестановки
 - Встроенные функции
 - Редукция (сумма, экстремумы)
 - Пользовательские функции
 - Произв. матрицы на вектор
 - Генераторы случайных чисел
 - Свертки
 - Сортировка, префиксные суммы
 - Быстрое преобразование Фурье

```
1 x = (2 * M_PI / n) * vex::element_index();  
2 y = pow(sin(x), 2.0) + pow(cos(x), 2.0);
```

Ядра OpenCL/CUDA генерируются во время исполнения

Следующее выражение:

```
1 x = 2 * y - sin(z);
```

скомпилированное с ключами:

```
g++ -DVEXCL_BACKEND_OPENCL -lOpenCL ...
```

приводит к генерации и исполнению следующего ядра:

```
1 kernel void vexcl_vector_kernel
2 (
3     ulong n,
4     global double * prm_1,    // x
5     int prm_2,                // 2
6     global double * prm_3,    // y
7     global double * prm_4     // z
8 )
9 {
10     for(ulong idx = get_global_id(0); idx < n; idx += get_global_size(0))
11     {
12         prm_1[idx] = ( ( prm_2 * prm_3[idx] ) - sin( prm_4[idx] ) );
13     }
14 }
```

Ядра OpenCL/CUDA генерируются во время исполнения

Следующее выражение:

```
1 x = 2 * y - sin(z);
```

скомпилированное с ключами:

```
g++ -DVEXCL_BACKEND_CUDA -lcuda ...
```

приводит к генерации и исполнению следующего ядра:

```
1 extern "C" __global__ void vexcl_vector_kernel (  
2     ulong n,  
3     double * prm_1,           // x  
4     int prm_2,                // 2  
5     double * prm_3,          // y  
6     double * prm_4           // z  
7 )  
8 {  
9     for(ulong idx = blockDim.x * blockIdx.x + threadIdx.x, grid_size = blockDim.x * gridDim.x;  
10        idx < n; idx += grid_size)  
11     {  
12         prm_1[idx] = ( ( prm_2 * prm_3[idx] ) - sin( prm_4[idx] ) );  
13     }  
14 }
```

Как это работает?

Шаблоны выражений

Шаблоны выражений

- Как *эффективно* реализовать предметно-ориентированный язык (DSL) в C++?
- Идея не нова:
 - *Todd Veldhuizen*, Expression templates, C++ Report, 1995
- Первая (?) реализация:
 - "Blitz++ — это библиотека классов C++ для научных расчетов, имеющая производительность сравнимую с Фортраном 77/90".
- Сегодня:
 - Boost.uBLAS, Blaze, MTL, Eigen, Armadillo, и пр.

- *Как это работает?*

Простой пример: сложение векторов

Мы хотим иметь возможность написать:

```
1 x = y + z;
```

чтобы результат был так же эффективен как:

```
1 for(size_t i = 0; i < n; ++i)  
2   x[i] = y[i] + z[i];
```


C++ допускает перегрузку операторов!

```
1 vector operator+(const vector &a, const vector &b) {  
2     assert (a.size() == b.size());  
3     vector tmp( a.size() );  
4     for(size_t i = 0; i < a.size(); ++i)  
5         tmp[i] = a[i] + b[i];  
6     return tmp;  
7 }
```

C++ допускает перегрузку операторов!

```
1 vector operator+(const vector &a, const vector &b) {  
2     assert (a.size() == b.size());  
3     vector tmp( a.size() );  
4     for(size_t i = 0; i < a.size(); ++i)  
5         tmp[i] = a[i] + b[i];  
6     return tmp;  
7 }
```

■ Проблемы:

- Дополнительное выделение памяти
- Дополнительные операции чтения/записи

```
1 a = x + y + z;
```

- 2 временных вектора
- $8 \times n$ операций чтения/записи

```
1 for(size_t i = 0; i < n; ++i)  
2     a[i] = x[i] + y[i] + z[i];
```

- нет временных векторов
- $4 \times n$ операций чтения/записи

Отложенный расчет v0.1

Идея: отложим расчет результата до операции присваивания.

Отложенный расчет v0.1

Идея: отложим расчет результата до операции присваивания.

```
1 struct vsum {
2     const vector &lhs;
3     const vector &rhs;
4     vsum(const vector &lhs, const vector &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
5 };
6
7 vsum operator+(const vector &a, const vector &b) {
8     return vsum(a, b);
9 }
```

Отложенный расчет v0.1

Идея: отложим расчет результата до операции присваивания.

```
1 struct vsum {
2     const vector &lhs;
3     const vector &rhs;
4     vsum(const vector &lhs, const vector &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
5 };
6
7 vsum operator+(const vector &a, const vector &b) {
8     return vsum(a, b);
9 }
10
11 const vector& vector::operator=(const vsum &s) {
12     for(size_t i = 0; i < data.size(); ++i)
13         data[i] = s.lhs[i] + s.rhs[i];
14     return *this;
15 }
```

Решение недостаточно универсально

Следующее выражение приведет к ошибке компиляции:

```
1 a = x + y + z;
```

```
lazy_v1.cpp:38:15: error: invalid operands to binary expression
```

```
    ('vsum' and 'vector')
```

```
    a = x + y + z;
```

```
        ~~~~~ ^ ~
```

```
lazy_v1.cpp:12:12: note: candidate function not viable:
```

```
    no known conversion from 'vsum' to 'const vector' for 1st argument
```

```
vsum operator+(const vector &a, const vector &b) {
```

```
    ^
```

```
1 error generated.
```

Отложенный расчет v0.2

```
1 template <class LHS, class RHS>
2 struct vsum {
3     const LHS &lhs;
4     const RHS &rhs;
5     vsum(const LHS &lhs, const RHS &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
6
7     double operator[(size_t i)] const { return lhs[i] + rhs[i]; }
8 };
```

Отложенный расчет v0.2

```
1 template <class LHS, class RHS>
2 struct vsum {
3     const LHS &lhs;
4     const RHS &rhs;
5     vsum(const LHS &lhs, const RHS &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
6
7     double operator[ ](size_t i) const { return lhs[i] + rhs[i]; }
8 };
9
10 template <class LHS, class RHS>
11 vsum<LHS, RHS> operator+(const LHS &a, const RHS &b) {
12     return vsum<LHS, RHS>(a, b);
13 }
```


Отложенный расчет v0.2

```
1  template <class LHS, class RHS>
2  struct vsum {
3      const LHS &lhs;
4      const RHS &rhs;
5      vsum(const LHS &lhs, const RHS &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
6
7      double operator[(size_t i) const] { return lhs[i] + rhs[i]; }
8  };
9
10 template <class LHS, class RHS>
11 vsum<LHS, RHS> operator+(const LHS &a, const RHS &b) {
12     return vsum<LHS, RHS>(a, b);
13 }
14
15 template<class Expr>
16 const vector& vector::operator=(const Expr &expr) {
17     for(int i = 0; i < data.size(); ++i) data[i] = expr[i];
18     return *this;
19 }
```

Добавим остальные операции

```
1 struct plus {  
2     static double apply(double a, double b) { return a + b; }  
3 };
```

Добавим остальные операции

```
1 struct plus {
2     static double apply(double a, double b) { return a + b; }
3 };
4
5 template <class LHS, class OP, class RHS>
6 struct binary_op {
7     const LHS &lhs;
8     const RHS &rhs;
9     binary_op(const LHS &lhs, const RHS &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
10
11     double operator[ ](size_t i) const { return OP::apply(lhs[i], rhs[i]); }
12 };
```

Добавим остальные операции

```
1 struct plus {
2     static double apply(double a, double b) { return a + b; }
3 };
4
5 template <class LHS, class OP, class RHS>
6 struct binary_op {
7     const LHS &lhs;
8     const RHS &rhs;
9     binary_op(const LHS &lhs, const RHS &rhs) : lhs(lhs), rhs(rhs) {}
10
11     double operator[ ](size_t i) const { return OP::apply(lhs[i], rhs[i]); }
12 };
13
14 template <class LHS, class RHS>
15 binary_op<LHS, plus, RHS> operator+(const LHS &a, const RHS &b) {
16     return binary_op<LHS, plus, RHS>(a, b);
17 }
```

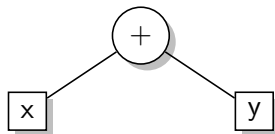
Шаблоны выражений — это деревья

Выражение в правой части:

```
1 a = x + y;
```

... имеет тип:

```
binary_op<  
    vector,  
    plus,  
    vector  
>
```



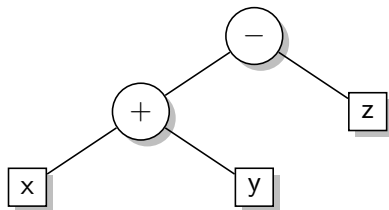
Шаблоны выражений — это деревья

Выражение в правой части:

```
1 a = x + y - z;
```

... имеет тип:

```
binary_op<  
  binary_op<  
    vector,  
    plus,  
    vector  
  >  
  , minus  
  , vector  
>
```



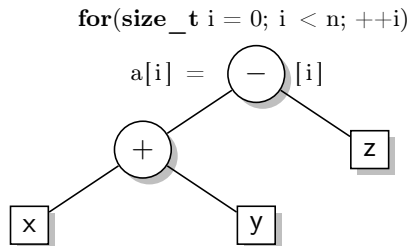
Шаблоны выражений — это деревья

Выражение в правой части:

```
1 a = x + y - z;
```

... имеет тип:

```
binary_op<  
  binary_op<  
    vector,  
    plus,  
    vector  
  >  
  , minus  
  , vector  
>
```



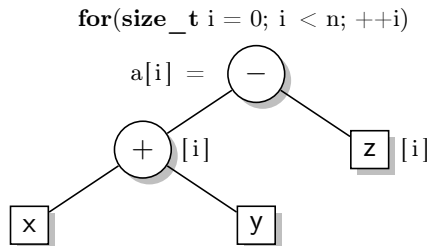
Шаблоны выражений — это деревья

Выражение в правой части:

```
1 a = x + y - z;
```

... имеет тип:

```
binary_op<  
  binary_op<  
    vector,  
    plus,  
    vector  
  >  
  , minus  
  , vector  
>
```



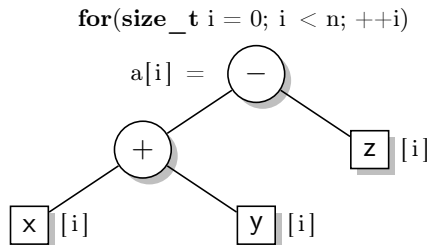
Шаблоны выражений — это деревья

Выражение в правой части:

```
1 a = x + y - z;
```

... имеет тип:

```
binary_op<  
  binary_op<  
    vector,  
    plus,  
    vector  
  >  
  , minus  
  , vector  
>
```



Шаблоны выражений — это деревья

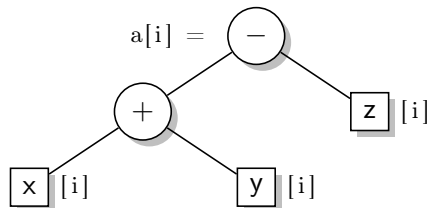
Выражение в правой части:

```
1 a = x + y - z;
```

... имеет тип:

```
binary_op<  
  binary_op<  
    vector,  
    plus,  
    vector  
  >  
  , minus  
  , vector  
>
```

```
#pragma omp parallel for  
for(size_t i = 0; i < n; ++i)
```



Промежуточный итог

Теперь мы можем записать:

```
1 v = a * x + b * y;  
2  
3 double c = (x + y)[42];
```

... и это будет так же эффективно, как:

```
1 for(size_t i = 0; i < n; ++i)  
2     v[i] = a[i] * x[i] + b[i] * y[i];  
3  
4 double c = x[42] + y[42];
```

- Дополнительная память не требуется
- Накладные расходы пропадут при компиляции с оптимизацией

Генерация кода OpenCL

Как работает OpenCL?

- 1 Вычислительное ядро компилируется во время выполнения из C99 кода.
- 2 Параметры ядра задаются вызовами API.
- 3 Ядро выполняется на вычислительном устройстве.

Как работает OpenCL?

- 1 Вычислительное ядро компилируется во время выполнения из C99 кода.
 - 2 Параметры ядра задаются вызовами API.
 - 3 Ядро выполняется на вычислительном устройстве.
-
- Исходный код ядра можно считать из файла, из статической текстовой переменной, или *сгенерировать*.

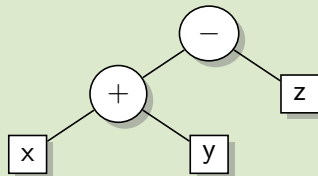
Генерация исходного кода ядра из выражений C++

Следующее выражение:

```
1 a = x + y - z;
```

... должно привести к генерации ядра:

```
1 kernel void vexcl_vector_kernel(  
2     ulong n,  
3     global double * res,  
4     global double * prm1,  
5     global double * prm2,  
6     global double * prm3  
7 )  
8 {  
9     for(size_t idx = get_global_id(0); idx < n; idx += get_global_size(0)) {  
10         res[idx] = ( ( prm1[idx] + prm2[idx] ) - prm3[idx] );  
11     }  
12 }
```



Объявление параметров

Каждый терминал знает, какие параметры ему нужны:

```
1  /*static*/ void vector::prm_decl(std::ostream &src, unsigned &pos) {  
2      src << ",\n    global double * prm" << ++pos;  
3  }
```

Выражение просто делегирует работу своим терминалам:

```
4  template <class LHS, class OP, class RHS>  
5  /*static*/ void binary_op<LHS, OP, RHS>::prm_decl(  
6      std::ostream &src, unsigned &pos)  
7  {  
8      LHS::prm_decl(src, pos);  
9      RHS::prm_decl(src, pos);  
10 }
```


Построение строкового представления выражения

```
1 struct plus {  
2     static std::string string() { return "+"; }  
3 };
```

Построение строкового представления выражения

```
1 struct plus {  
2     static std::string string() { return "+"; }  
3 };  
4  
5 /* static */ void vector::make_expr(std::ostream &src, unsigned &pos) {  
6     src << "prm" << ++pos << "[idx]";  
7 }
```

Построение строкового представления выражения

```
1 struct plus {
2     static std::string string() { return "+"; }
3 };
4
5 /*static*/ void vector::make_expr(std::ostream &src, unsigned &pos) {
6     src << "prm" << ++pos << "[idx]";
7 }
8
9 template <class LHS, class OP, class RHS>
10 /*static*/ void binary_op<LHS, OP, RHS>::make_expr(
11     std::ostream &src, unsigned &pos) const
12 {
13     src << "( ";
14     LHS::make_expr(src, pos);
15     src << " " << OP::string() << " ";
16     RHS::make_expr(src, pos);
17     src << " )";
18 }
```

Генерация исходного кода ядра

```
1  template <class LHS, class RHS>
2  std::string kernel_source() {
3      std::ostringstream src;
4
5      src << "kernel void vexcl_vector_kernel(\n  ulong n";
6      unsigned pos = 0;
7      LHS::prm_decl(src, pos);
8      RHS::prm_decl(src, pos);
9      src << ")\n{\n"
10         "    for(size_t idx = get_global_id(0); idx < n; idx += get_global_size(0)) {\n"
11         "        ";
12     pos = 0;
13     LHS::make_expr(src, pos); src << " = ";
14     RHS::make_expr(src, pos); src << ";\n";
15     src << "    }\n}\n";
16
17     return src.str ();
18 }
```

Генерация исходного кода ядра

```
1  template <class LHS, class RHS>
2  std::string kernel_source() {
3      std::ostringstream src;
4
5      src << "kernel void vexcl_vector_kernel(\n  ulong n";
6      unsigned pos = 0;
7      LHS::prm_decl(src, pos);
8      RHS::prm_decl(src, pos);
9      src << ")\n{\n"
10         "    for(size_t idx = get_global_id(0); idx < n; idx += get_global_size(0)) {\n"
11         "        ";
12     pos = 0;
13     LHS::make_expr(src, pos); src << " = ";
14     RHS::make_expr(src, pos); src << ";\n";
15     src << "    }\n}\n";
16
17     return src.str ();
18 }
```

Генерация исходного кода ядра

```
1  template <class LHS, class RHS>
2  std::string kernel_source() {
3      std::ostream src;
4
5      src << "kernel void vexcl_vector_kernel(\n  ulong n";
6      unsigned pos = 0;
7      LHS::prm_decl(src, pos);
8      RHS::prm_decl(src, pos);
9      src << ")\n{\n"
10         "    for(size_t idx = get_global_id(0); idx < n; idx += get_global_size(0)) {\n"
11         "        ";
12     pos = 0;
13     LHS::make_expr(src, pos); src << " = ";
14     RHS::make_expr(src, pos); src << ";\n";
15     src << "    }\n}\n";
16
17     return src.str ();
18 }
```

Задание параметров ядра

```
1 void vector::set_args(cl::Kernel &krn, unsigned &pos) {
2     krn.setArg(pos++, buffer);
3 }
4
5 template <class LHS, class OP, class RHS>
6 void binary_op<LHS, OP, RHS>::set_args(cl::Kernel &krn, unsigned &pos) {
7     lhs.set_args(krn, pos);
8     rhs.set_args(krn, pos);
9 }
```

Объединяем все компоненты

```
1 template <class Expr>
2 const vector& vector::operator=(const Expr &expr) {
3     static cl::Kernel kernel = build_kernel(device, kernel_source<This, Expr>());
4
5     unsigned pos = 0;
6
7     kernel.setArg(pos++, size);    // размер
8     kernel.setArg(pos++, buffer); // результат
9     expr.set_args(kernel, pos);    // параметры
10
11     queue.enqueueNDRangeKernel(kernel, cl::NullRange, buffer.size(), cl::NullRange);
12
13     return *this;
14 }
```


Объединяем все компоненты

```
1  template <class Expr>
2  const vector& vector::operator=(const Expr &expr) {
3      static cl::Kernel kernel = build_kernel(device, kernel_source<This, Expr>());
4
5      unsigned pos = 0;
6
7      kernel.setArg(pos++, size);    // размер
8      kernel.setArg(pos++, buffer); // результат
9      expr.set_args(kernel, pos);    // параметры
10
11     queue.enqueueNDRangeKernel(kernel, cl::NullRange, buffer.size(), cl::NullRange);
12
13     return *this;
14 }
```

- Ядро генерируется и компилируется однажды, применяется множество раз:
 - Каждое ядро однозначно определяется типом выражения.
 - Можем использовать локальную статическую переменную для кеширования ядра.

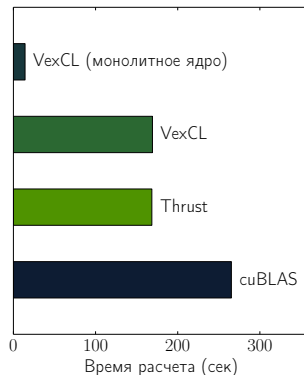
На самом деле все не (совсем) так

- Фактическая реализация немного сложнее:
 - Кроме векторов, есть другие терминалы (скаляры, константы, ...)
 - Унарные, бинарные, n -арные выражения
 - Специальные терминалы, требующие задания преамбулы в коде ядра
 - Встроенные и пользовательские функции
 - ...
- Для упрощения работы с шаблонами выражений используется Boost.Proto.

Заключение

Одновременное интегрирование
большого числа ОДУ на GPU:

- Преимущества генерации кода во время выполнения:
 - Получаем ядро, сгенерированное под конкретную задачу.
 - Гибкость C++ несмотря на код C99 в ядрах.
 - Нет необходимости привязываться к одному поставщику.



- [1] Denis Demidov, Karsten Ahnert, Karl Rupp, and Peter Gottschling.
Programming CUDA and OpenCL: A Case Study Using Modern C++ Libraries.
SIAM J. Sci. Comput., 35(5):C453 – C472, 2013.

Оценка производительности

Параметрическое исследование системы Лоренца

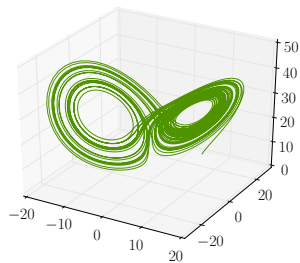
Система Лоренца

$$\dot{x} = -\sigma(x - y),$$

$$\dot{y} = Rx - y - xz,$$

$$\dot{z} = -bz + xy.$$

- Будем одновременно решать большое число систем Лоренца для различных значений R .
- Будем использовать библиотеку Boost.odeint.



Траектория аттрактора Лоренца

Вариант с использованием CUBLAS

- CUBLAS — оптимизированная библиотека линейной алгебры от NVIDIA.
- Линейные комбинации (используемые в алгоритмах odeint):

$$x_0 = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n$$

реализованы следующим образом:

```
cublasDset (...);      // x0 = 0
cublasDaxpy (...);    // x0 = x0 + α1 * x1
...
cublasDaxpy (...);    // x0 = x0 + αn * xn
```

Вариант с использованием Thrust

- Thrust позволяет получить монолитное ядро:

Thrust

```
1 struct scale_sum2 {
2     const double a1, a2;
3     scale_sum2(double a1, double a2) : a1(a1), a2(a2) { }
4     template<class Tuple>
5     __host__ __device__ void operator()(Tuple t) const {
6         thrust::get<0>(t) = a1 * thrust::get<1>(t) + a2 * thrust::get<2>(t);
7     }
8 };
9
10 thrust::for_each(
11     thrust::make_zip_iterator(
12         thrust::make_tuple( x0.begin(), x1.begin(), x2.begin() )
13     ),
14     thrust::make_zip_iterator(
15         thrust::make_tuple( x0.end(), x1.end(), x2.end() )
16     ),
17     scale_sum2(a1, a2)
18 );
```

Вариант с использованием Thrust

- Thrust позволяет получить монолитное ядро:

Thrust

```
1 struct scale_sum2 {
2     const double a1, a2;
3     scale_sum2(double a1, double a2) : a1(a1), a2(a2) { }
4     template<class Tuple>
5     __host__ __device__ void operator()(Tuple t) const {
6         thrust::get<0>(t) = a1 * thrust::get<1>(t) + a2 * thrust::get<2>(t);
7     }
8 };
9
10 thrust::for_each(
11     thrust::make_zip_iterator(
12         thrust::make_tuple( x0.begin(), x1.begin(), x2.begin() )
13     ),
14     thrust::make_zip_iterator(
15         thrust::make_tuple( x0.end(), x1.end(), x2.end() )
16     ),
17     scale_sum2(a1, a2)
18 );
```

VexCL

```
1 x0 = a1 * x1 + a2 * x2;
```


Использование символьных переменных

- Любые арифметические операции с экземплярами класса `vex::symbolic<>` выводятся в текстовый поток:

```
1 vex::generator::set_recorder( std::cout );  
2 vex::symbolic<double> x, y = 6;  
3 x = sin(y * 7);
```

```
double var1;  
double var2 = 6;  
var1 = sin( var2 * 7 );
```

- Мы можем подать символьные переменные на вход шаблонной функции и получить запись алгоритма в виде кода C99.
 - Используем один шаг алгоритма Рунге-Кутты из `Boost.odeint` для получения монолитного ядра.