

Семинар ИКИ РАН по механике, управлению и информатике

Особенности демографической ситуации в России (альтернативные методы анализа)

В.А.Горшков

Рассматриваются вопросы:

Рассматриваются вопросы:

- Модель Д.И.Менделеева.
- Возрастные диаграммы.
- Прогноз продолжительности жизни
- Сверточный алгоритм прогнозирования.
- Прогноз численности населения в различных возрастных группах.
- «Демон Максвелла» на границе России.
- Школьная демография.
- Оценка демографического эффекта «антиалкогольной кампании» и материнского капитала.



Д. Менделѣевъ

Д. Менделѣевъ

ДОПОЛНЕНІЯ

къ

ПОЗНАНІЮ РОССІИ

ПОСМЕРТНОЕ ИЗДАНИЕ СЪ ПОРІЯДОМЪ АВТОРА

№ 1976

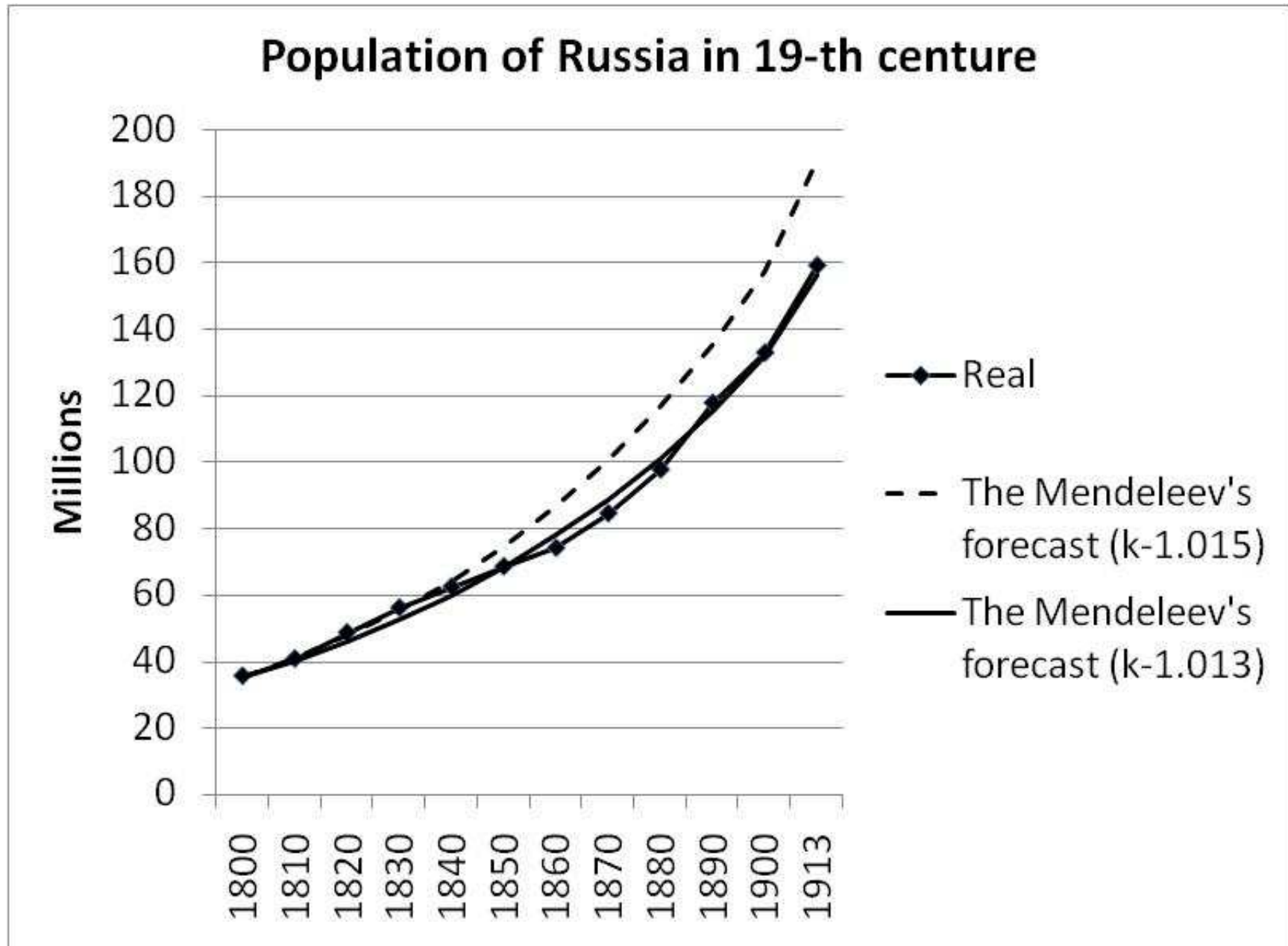
№ 35

С.-ПЕТЕРБУРГЪ
ИЗДАНИЕ А. С. СУВОРИНА

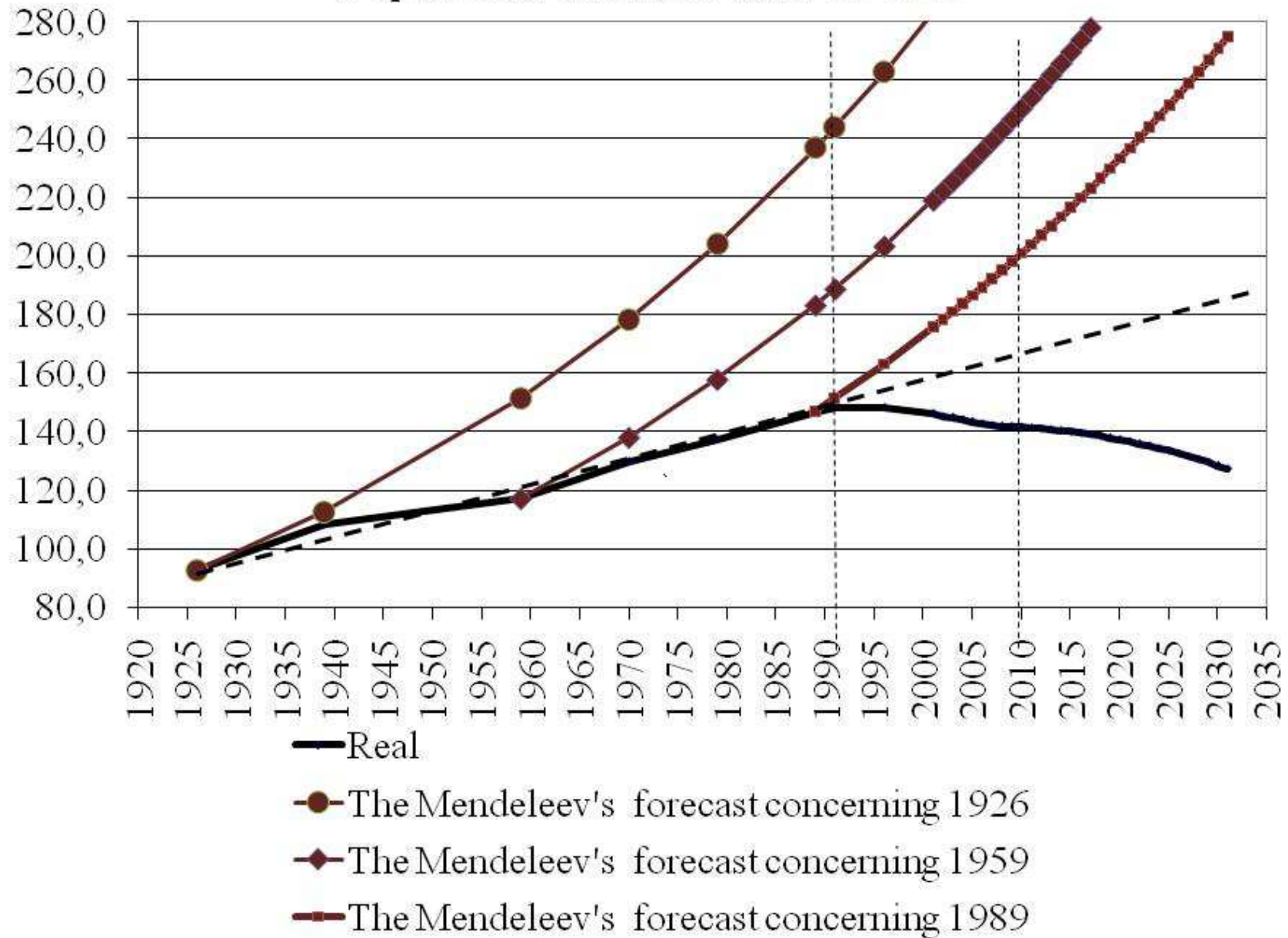
*«Высшая цель
политики яснее всего
выражается в
выработке условий
для размножения
людовского»*

Д.И. Менделеев, 1906

Модель Д.И. Менделеева



Population of Russia in 1925-2033



Модель Д.И. Менделеева для «С.-А.С. Штатов» (США)

Д. И. МЕНДЕЛЕЕВ
К ПОЗНАНИЮ
РОССИИ



МОСКВА
АРСИС ПРЕСС
2002

“ Из отчета об 11-м цензусе 1890 г. заимствуем следующую таблицу общего числа жителей Штатов, выраженную в миллионах: ”

Перепись	Год	Число жителей, млн
1-я	1790	3,9
2-я	1800	5,3
3-я	1810	7,2
4-я	1820	9,6
5-я	1830	12,9
6-я	1840	17,1
7-я	1850	23,2
8-я	1860	31,4
9-я	1870	38,6
10-я	1880	50,2
11-я	1890	62,6

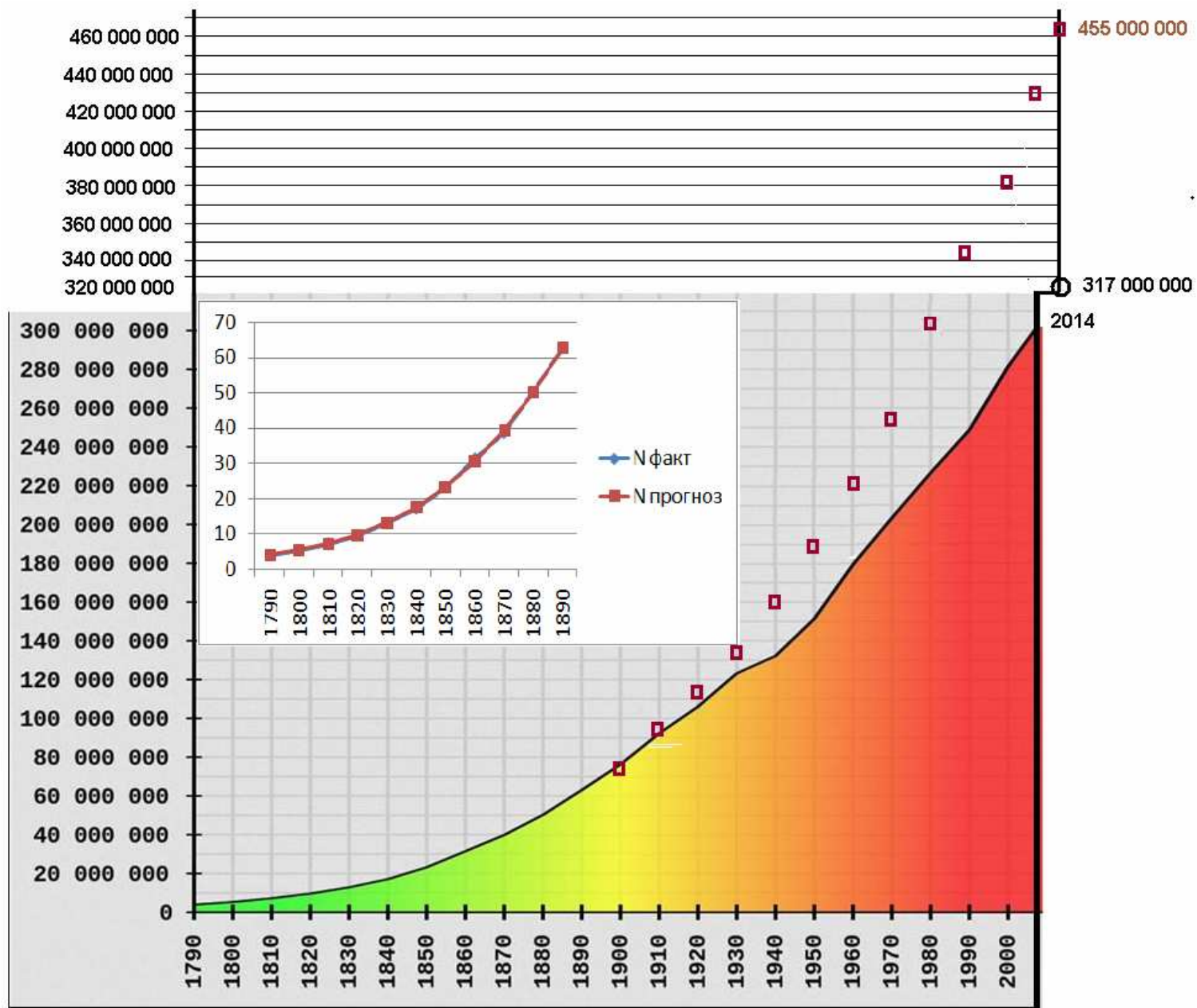
“ Принимая это во внимание, можно искать эмпирическую зависимость между изменением времени и измеренным числом жителей по способу наименьших квадратов. Указанный ряд чисел выражается следующей зависимостью: ”

$$“ y = 17,4843 + 5,10198 \left(\frac{n - 1840}{10} \right) + 0,633540 \left(\frac{n - 1840}{10} \right)^2 + 0,30407 \left(\frac{n - 1840}{10} \right)^3 ”$$

Очевидно, текст отсканирован, но формула судя по шрифту явно набрана вновь.
Т.е. это ошибка издательства.

↑
0,030407

Фактическая численность населения США и прогноз по модели Д.И. Менделеева



Методы прогноза численности населения

По периоду удвоения. Д Граунт, В. Петти, Г. Кинг (XVII), Л. Эйлер (XVIII)

По параболе третьего порядка. Д.И.Менделеев, Г. Притчетти (конец XIX)

По экспоненциальному закону $S_t = S_0 \cdot e^{kt}$

«По статистическим характеристикам динамики»

Физика

$$S_t = S_0 + t\bar{\Delta}_t$$

$$S_t = S_0 \cdot \bar{T}_p^t$$

$$S_t = S_0 (1 + \bar{T}_{пр})^t$$

По передвижке возрастов

Вектор-строку S_i^t можно получить умножением вектора-строки S на матрицу из показателей режима воспроизводства населения в период $t(t+1)w_i$

$$S_i^{t+1} = S_i^t w_i$$

Прогноз численности населения должен быть основан на

прогнозе двух процессов:

-рождение и иммиграция

- смертность и эмиграция

Методы прогноза смертности

Прогноз смертности основан на прогнозе среднего
возраста дожития и средней продолжительности
жизни

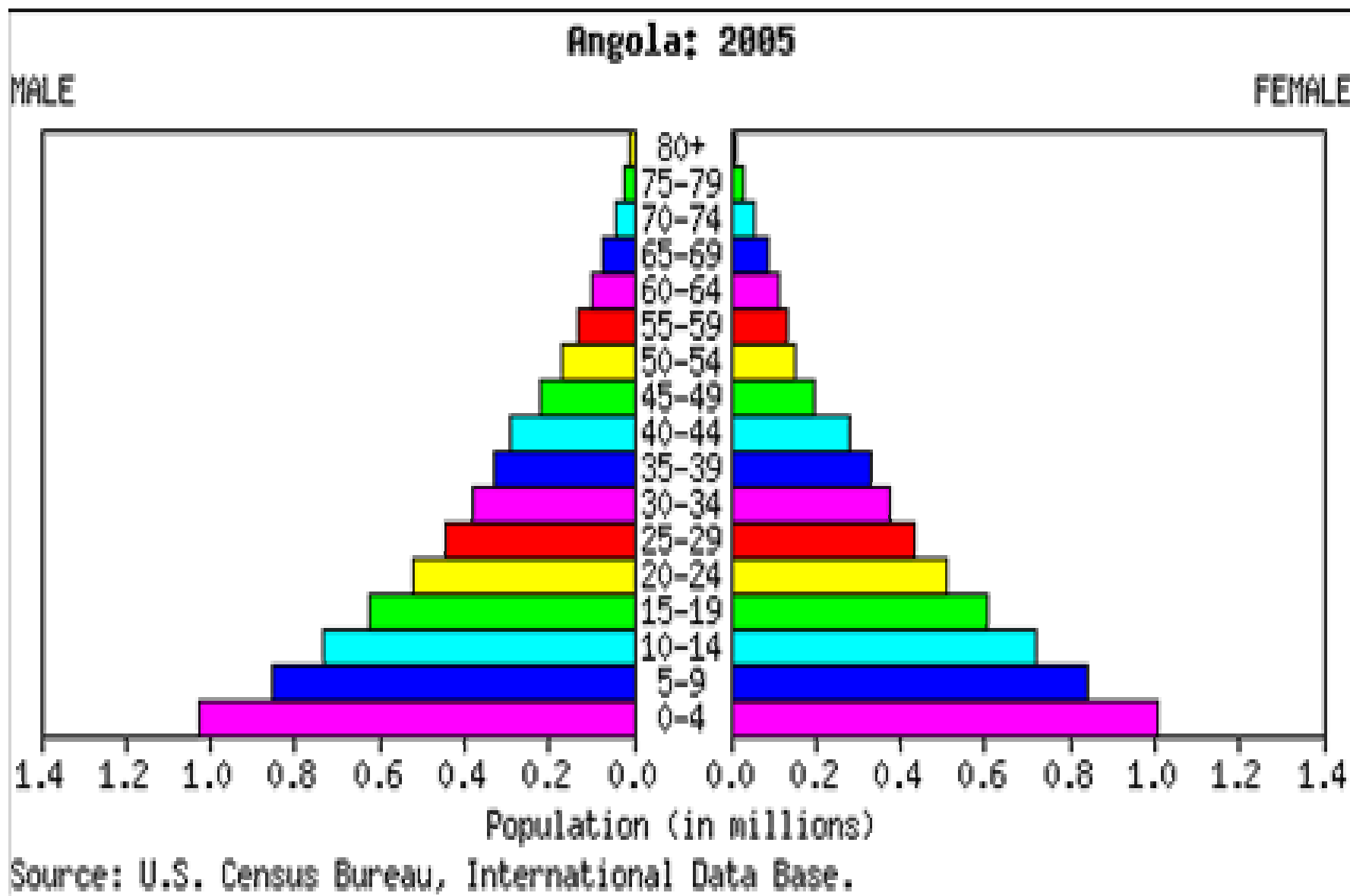
«Ожидаемая продолжительность жизни в возрасте x лет e_x
и средняя продолжительность жизни e_0
равны отношению числа человеко-лет,
которое будет прожито в возрасте x лет и старше T_x
к числу доживающих до данного возраста l_x .»

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} = \frac{\sum_{i=x}^{x_{\max}} L_i}{l_x} \quad e_0 = \frac{T_0}{l_0} = \frac{\sum_{i=0}^{x_{\max}} L_i}{l_0} = \frac{\sum_{i=0}^{x_{\max}} L_i}{1000000}$$

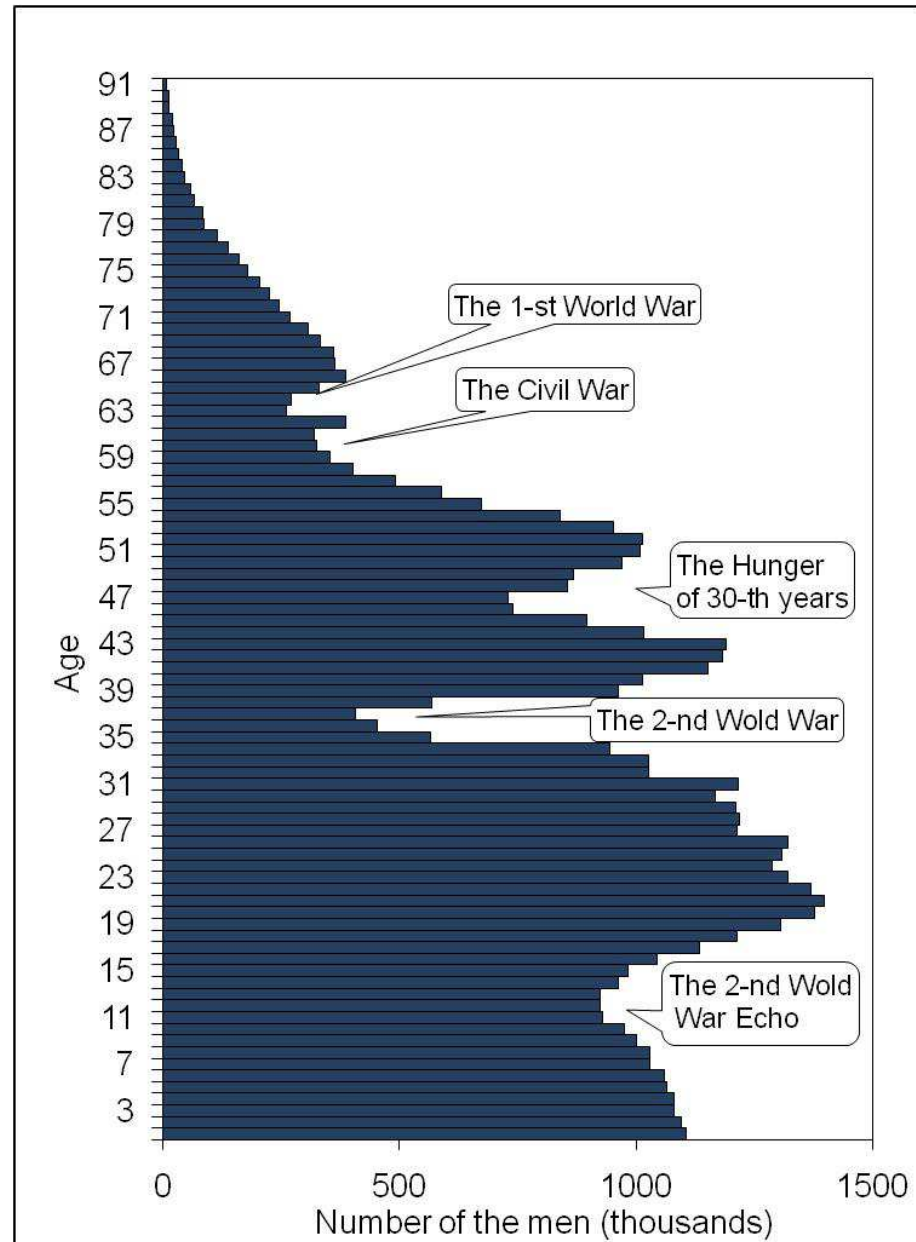
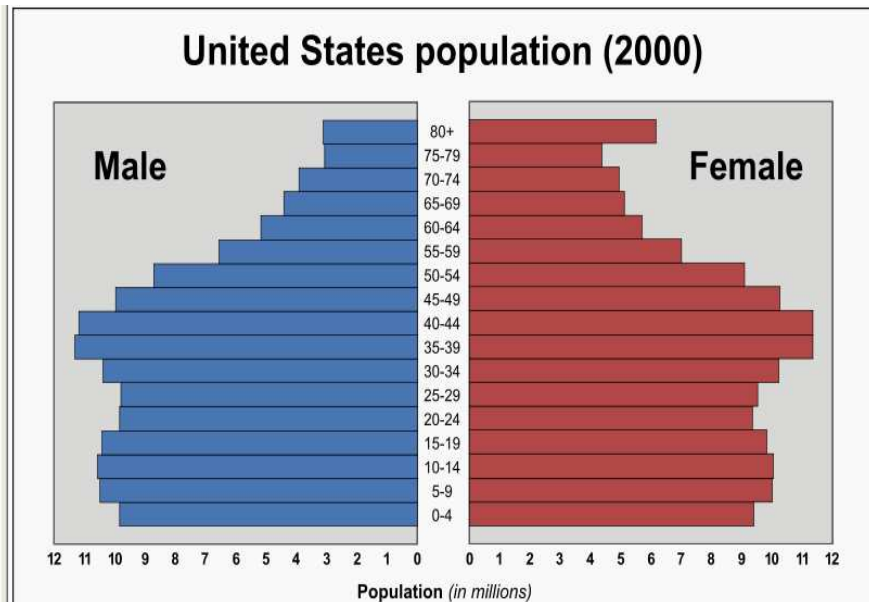
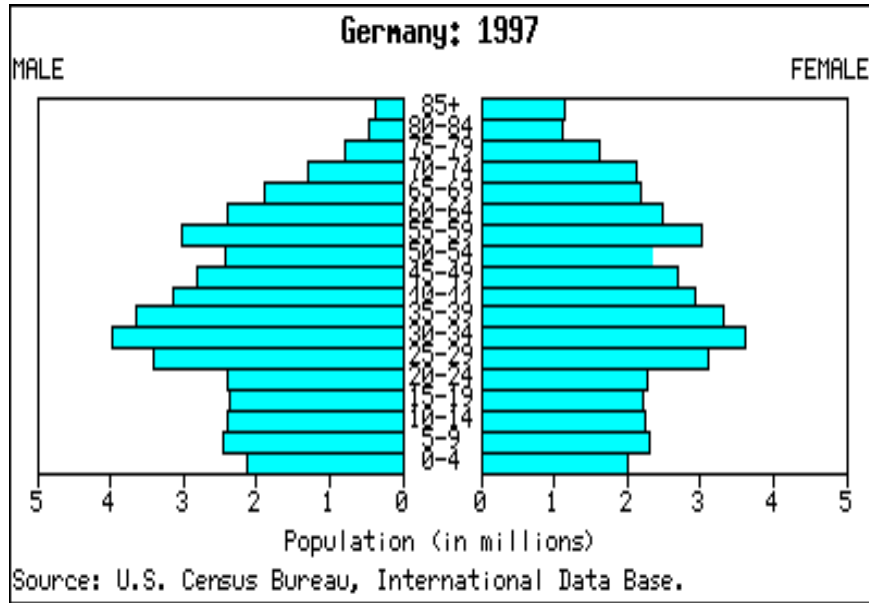
Но средняя продолжительность жизни
не дает (как и «средняя температура по больнице»)
полного представления о распределении продолжительности
жизни. Необходимо получение функции распределения или,
как минимум, среднего квадратического отклонения.

- Кузьмин А.И. Основы демографии: курс лекций. – М.: РУДН, 2003. – 440 с.
- Рыбаковский Л.Л. Демографический понятийный словарь. <http://rybakovsky.ru/uchebnik1a18.html>
- Елисеева И.И. Статистика. М.: Велби. 2004.- 441 с.

Половозрастная диаграмма, как основа расчета функции распределения продолжительности жизни



Sex-Age Diagram (SAD) Russia, 1980

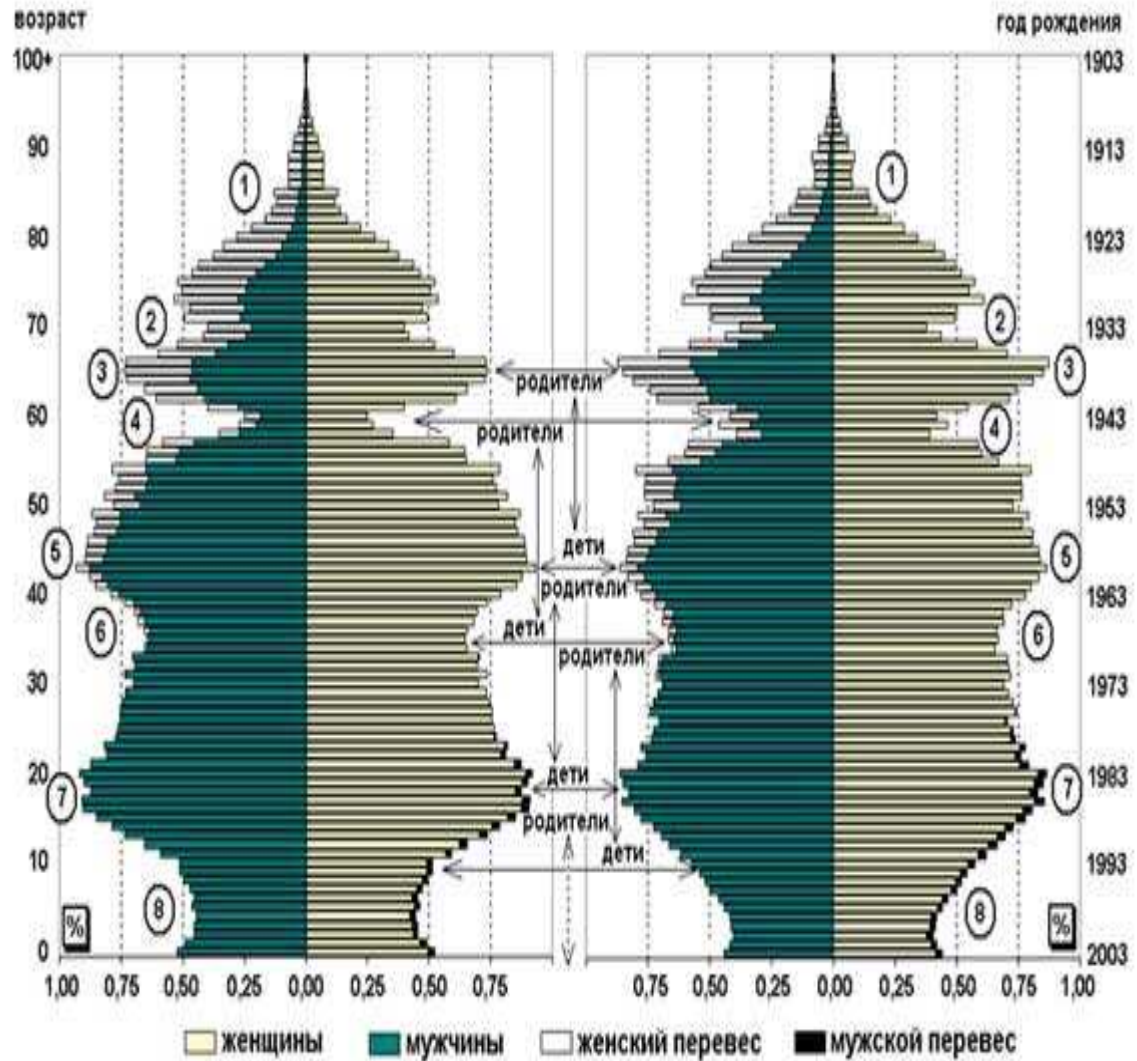
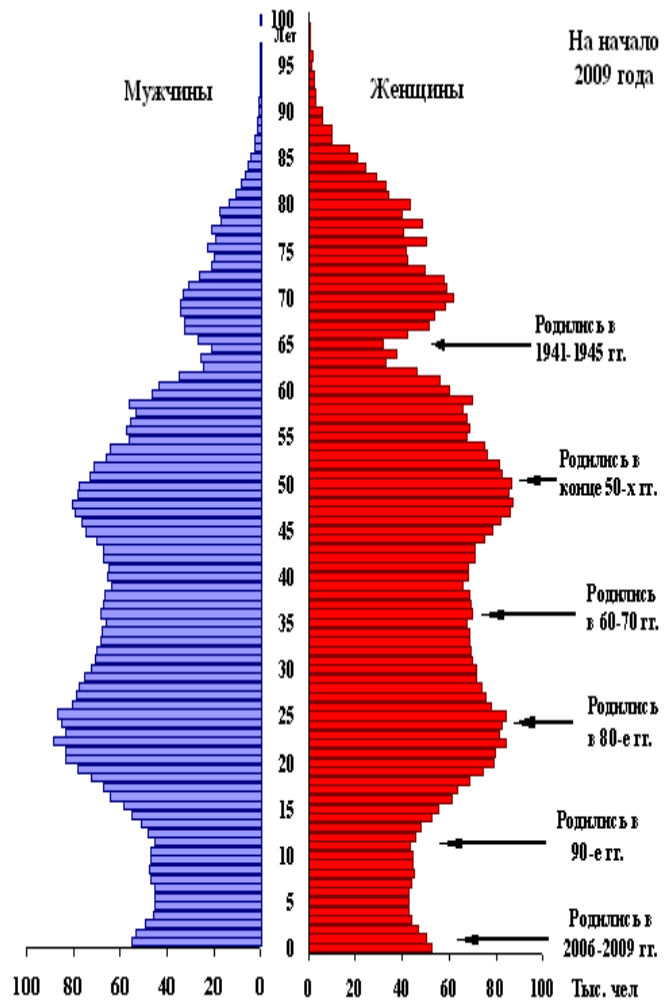


ПВД

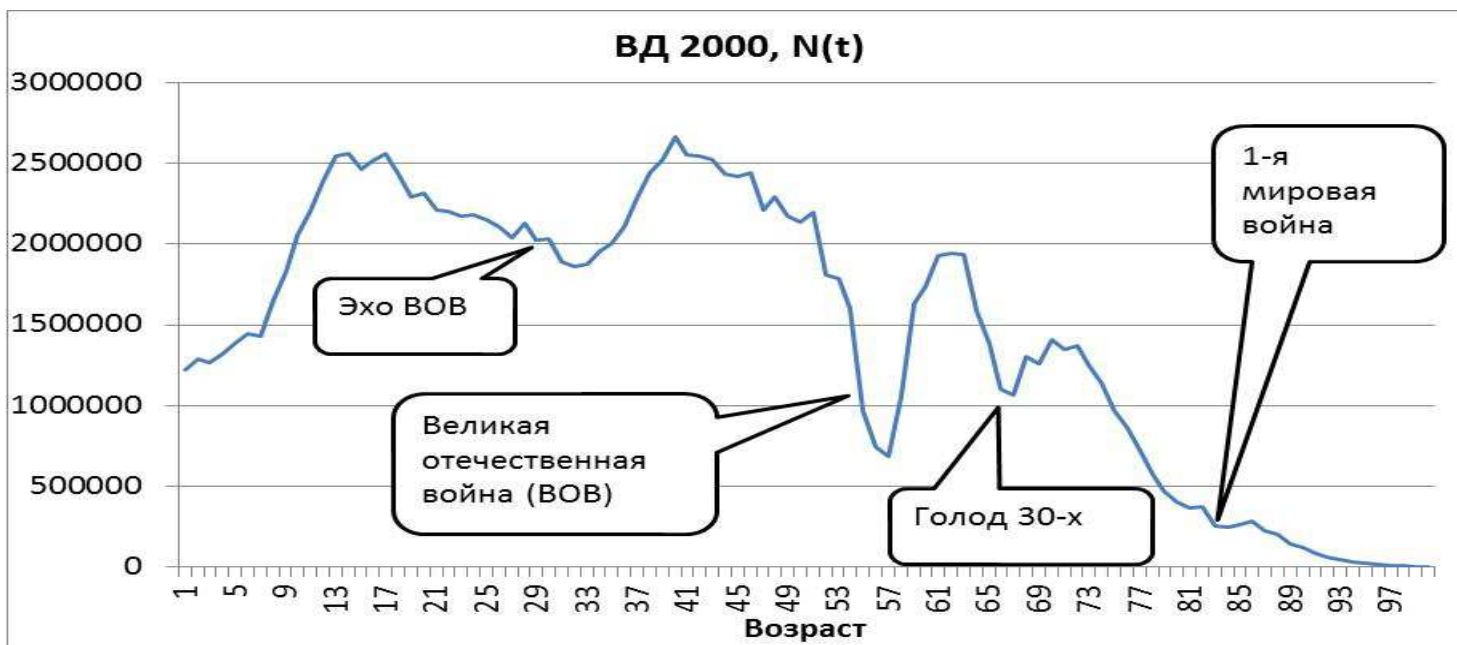
Белоруссия, 2009

Россия, 2003

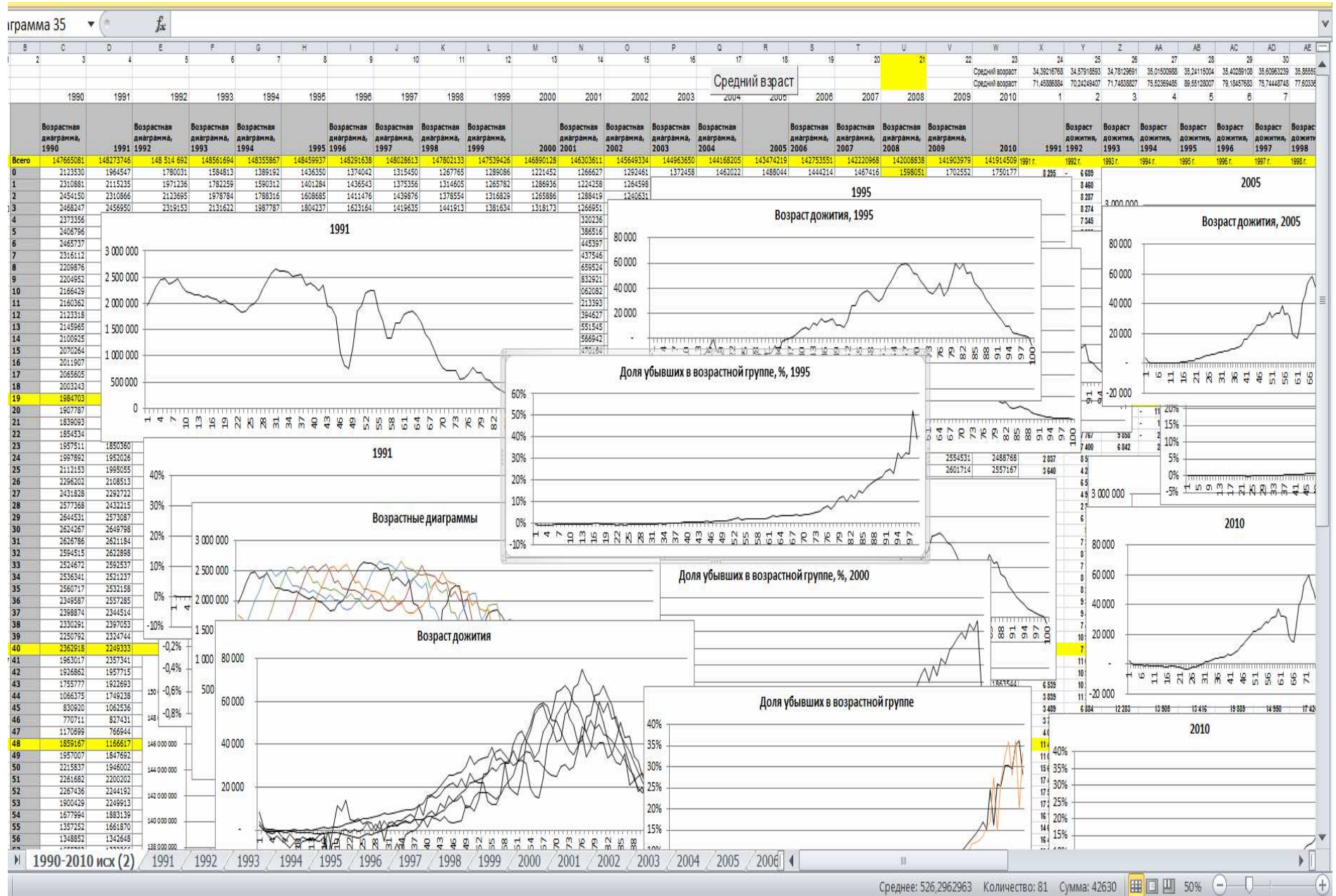
Украина, 2003



Возрастные диаграммы 2000-го и 2010-го

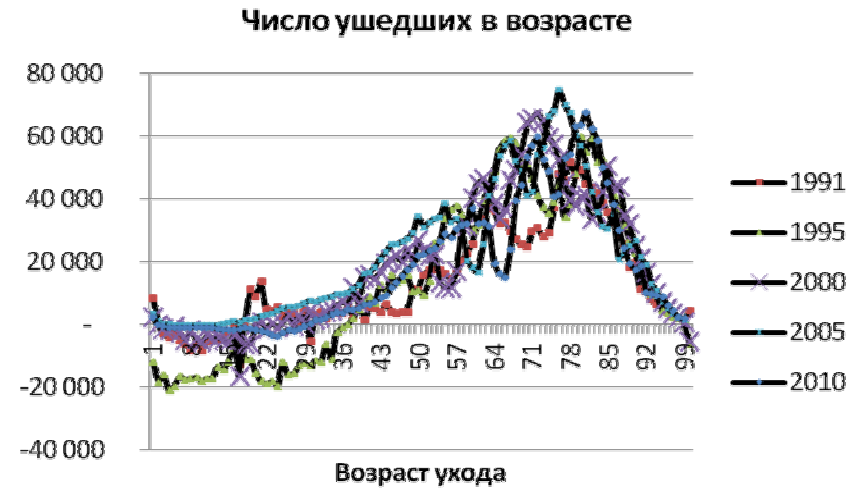
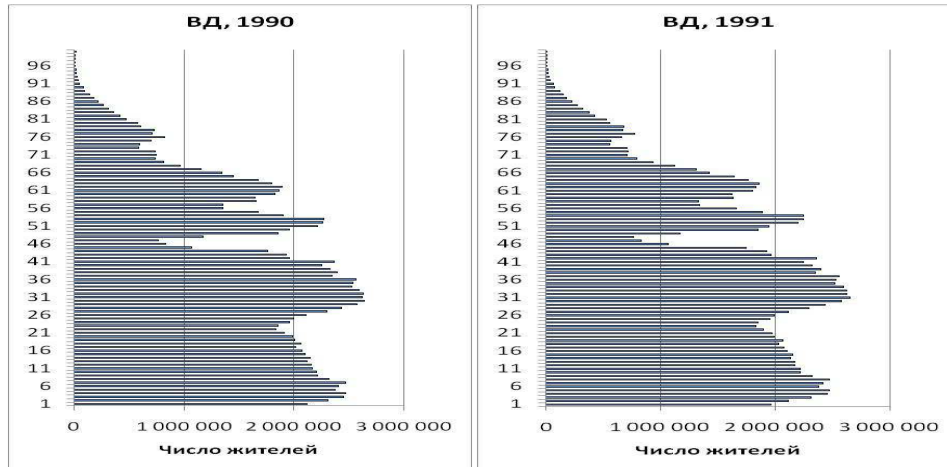


Исходные данные



Смежные возрастные диаграммы

Число ушедших в возрасте t в год τ определяется из смежных ВД



Обращает на себя внимание ушедшие из жизни молодые люди и в возрасте 19-22 года (более 30 тыс. человек).

$$N_d(t) = N_t^\tau - N_{t-1}^{\tau-1}$$

Где N_t^τ - число жителей по ВД в год τ в возрасте t ,

$N_{t-1}^{\tau-1}$ - число жителей по ВД в год $\tau-1$ в возрасте $t-1$

Средний возраст убития

$$t_d = \frac{\sum_{t=1}^{100} N_d(t)t}{\sum_{t=1}^{100} N_d(t)}$$

Распределение возраста ухода

Условная вероятность убытия в возрасте t при условии дожития до него

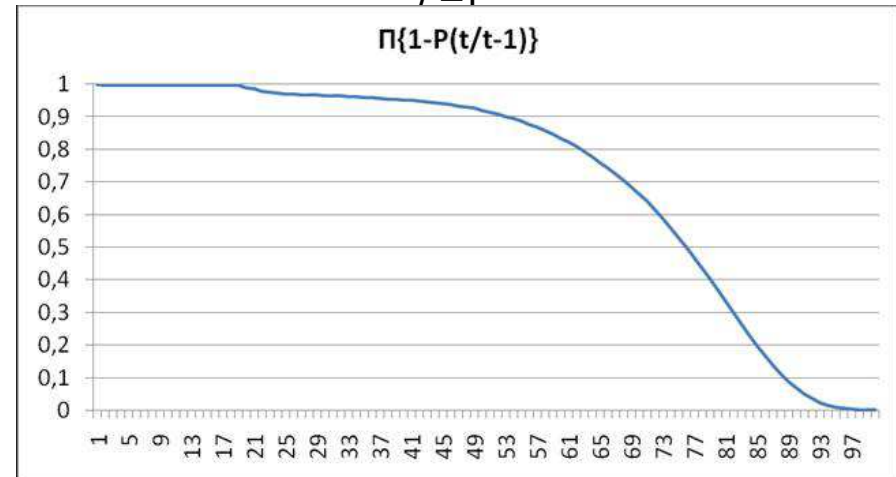
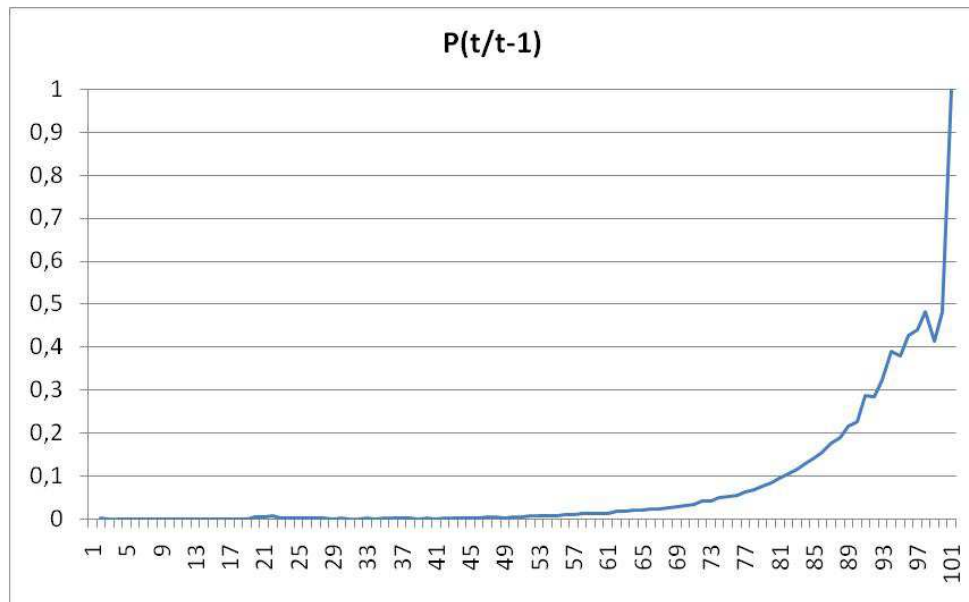
, т.е. неухода в предыдущие возрастные группы $1, 2, \dots, t-1$

$$P(t/t-1) = \frac{N_d(t)}{N_t} \quad P(100/99) = 1$$

Вероятность дожития до возрастной группы t , т.е. неухода в предыдущие возрастные группы

$1, 2, \dots, t-1$, равна произведению вероятностей неубытия в каждой из предыдущих возрастных групп

$$P_l(t-1) = \prod_{t'=1}^{t-1} (1 - P(t'/t'-1))$$



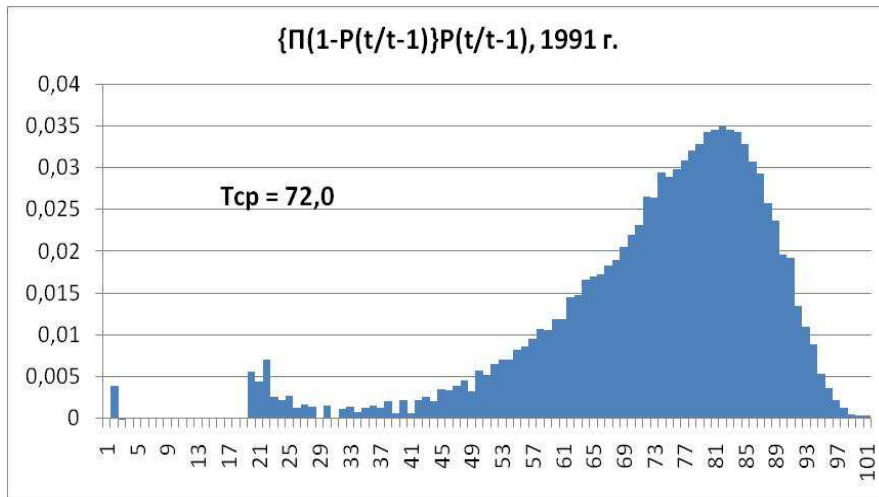
Вероятность ухода в данном возрасте, которая будет равна произведению вероятности дожития до данной возрастной группы $P_l(t-1)$, т.е. вероятность неухода в предыдущие возрастные группы $1, 2, \dots, t-1$ на условную вероятность ухода в текущей возрастной группе t $P(t/t-1)$

Не трудно убедиться, что сумма всех вероятностей на всем интервале возрастов равна единице:

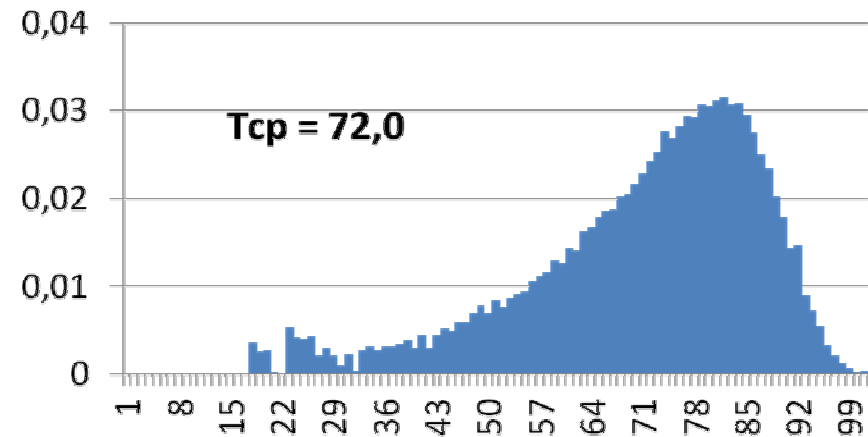
$$P(t) = P_l(t-1)P(t/t-1) \quad \sum_{t'=1}^{100} P(t') = P(1/0) + \sum_{t=2}^{100} \left\{ \prod_{t'=1}^{t-1} (1 - P(t'/t'-1)) \right\} P(t/t-1) = 1$$

$$P(t) = \left\{ \prod_{t'=1}^{t-1} (1 - P(t'/t'-1)) \right\} P(t/t-1)$$

f(t) и F(t)

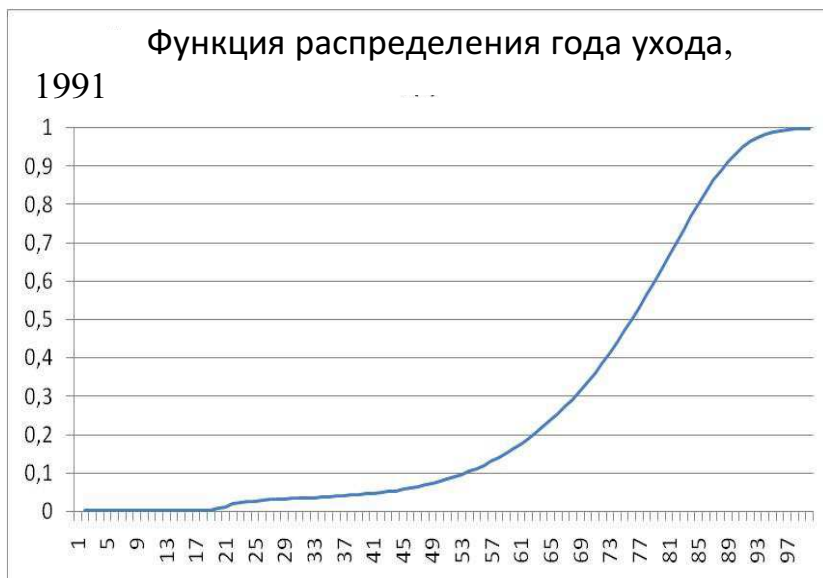
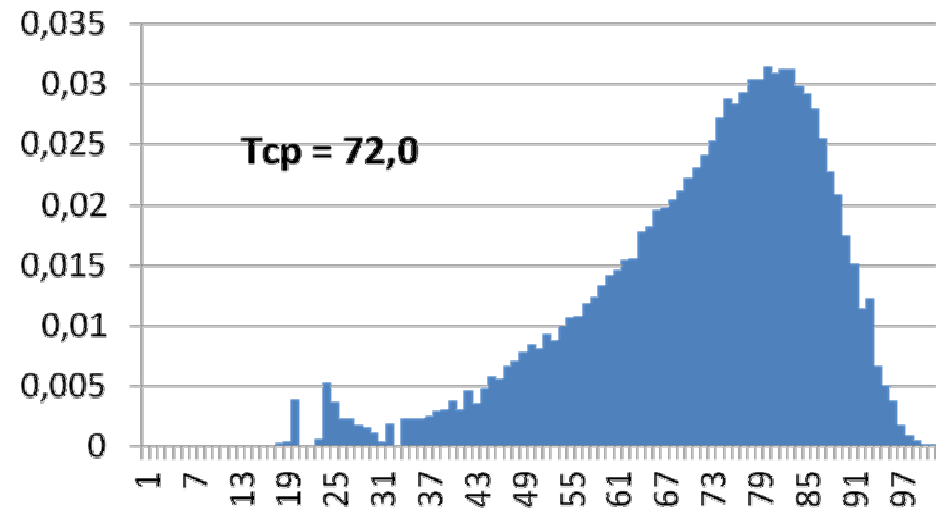


{Π(1-P(t/t-1))P(t/t-1), 1992 г.



$$F(t) = P(T < t) = \sum_{t'=0}^t P(t')$$

{Π(1-P(t/t-1))P(t/t-1), 1993 г.



$$P(t) = \left\{ \prod_{t'=1}^{t-1} (1 - P(t'/t'-1)) \right\} P(t/t-1)$$

f(t) и F(t)



$$F(t) = P(T < t) = \sum_{t'=0}^t P(t')$$



Средняя продолжительность жизни



$$\bar{T} = \sum_{t=1}^{100} tP(t)$$



Оценка распределения погибших на возрастной диаграмме

N_s	- число человек на возр. диаграмме в возрастной группе
N_0	- число рожденных в данной возрастной группе
N_k	- число погибших в данной возрастной группе
$F(t)$	- Функция распределения продолжительности жизни

$$N_s = N_0 - N_d - N_k$$

$$N_s = N_0 (1 - F(t)) - N_k$$

$$N_k = N_0 (1 - F(t)) - N_s$$

$$F^{2010}(t) \neq F^{1940}(t)$$

В РСФСР в 1940 г. ожидаемая продолжительность жизни мужчин составляла 37,5 лет, у женщин — 41,9 года

Повышение чувствительности возрастной диаграммы распределению погибших

$$\frac{N_s}{(1 - F(t))} = N_0 - \frac{N_k}{(1 - F(t))}$$

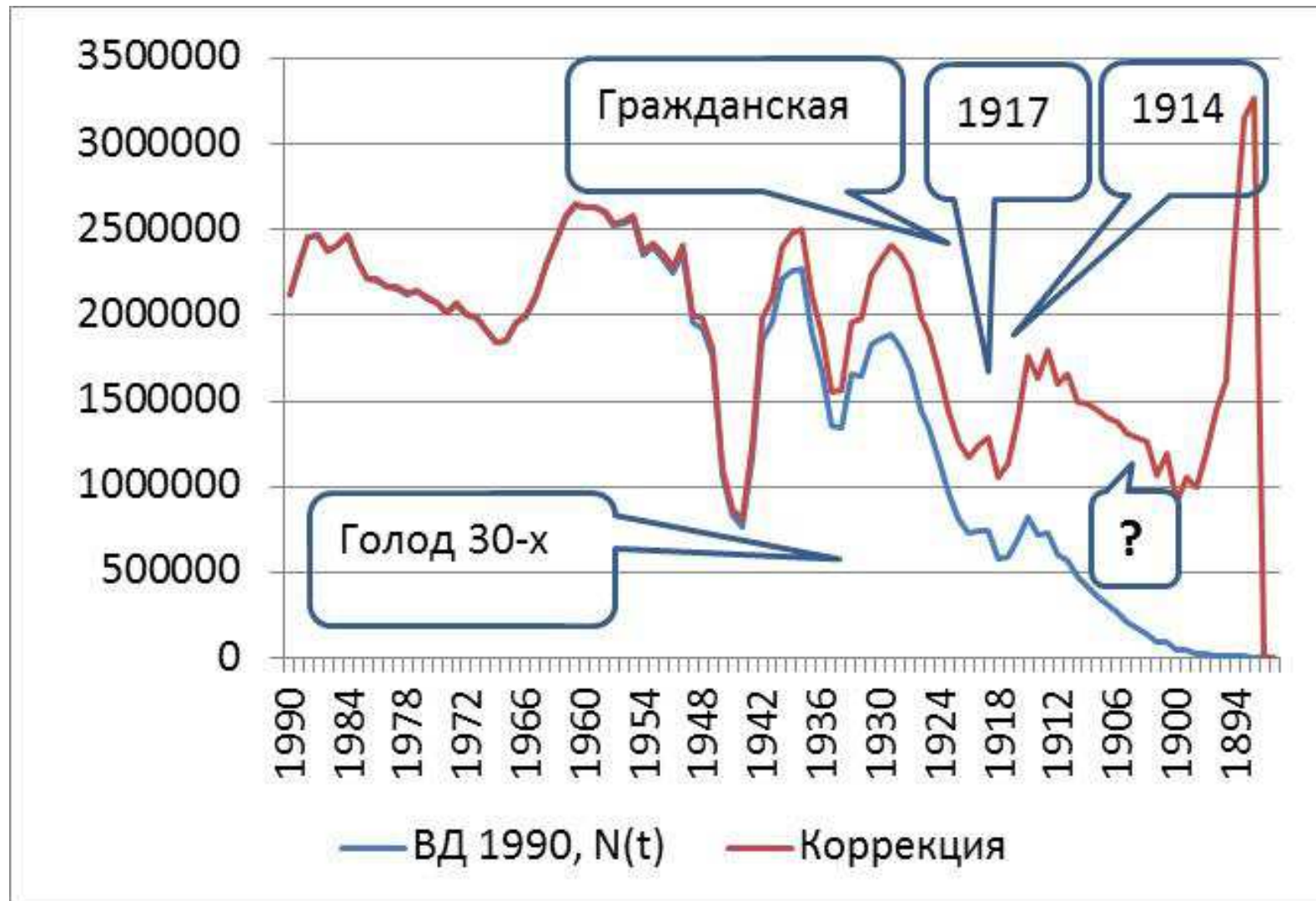
ВД 2000



ВД 2010



ВД 1990

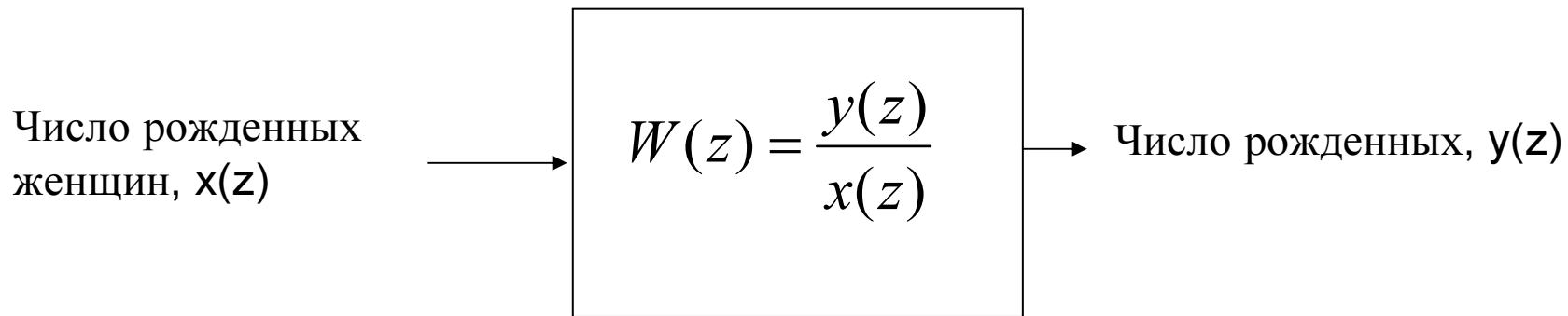


Не статистические данные переписи, а на основе сегодня живущих

Сверточный алгоритм прогноза

Прогноз рождений в t-year

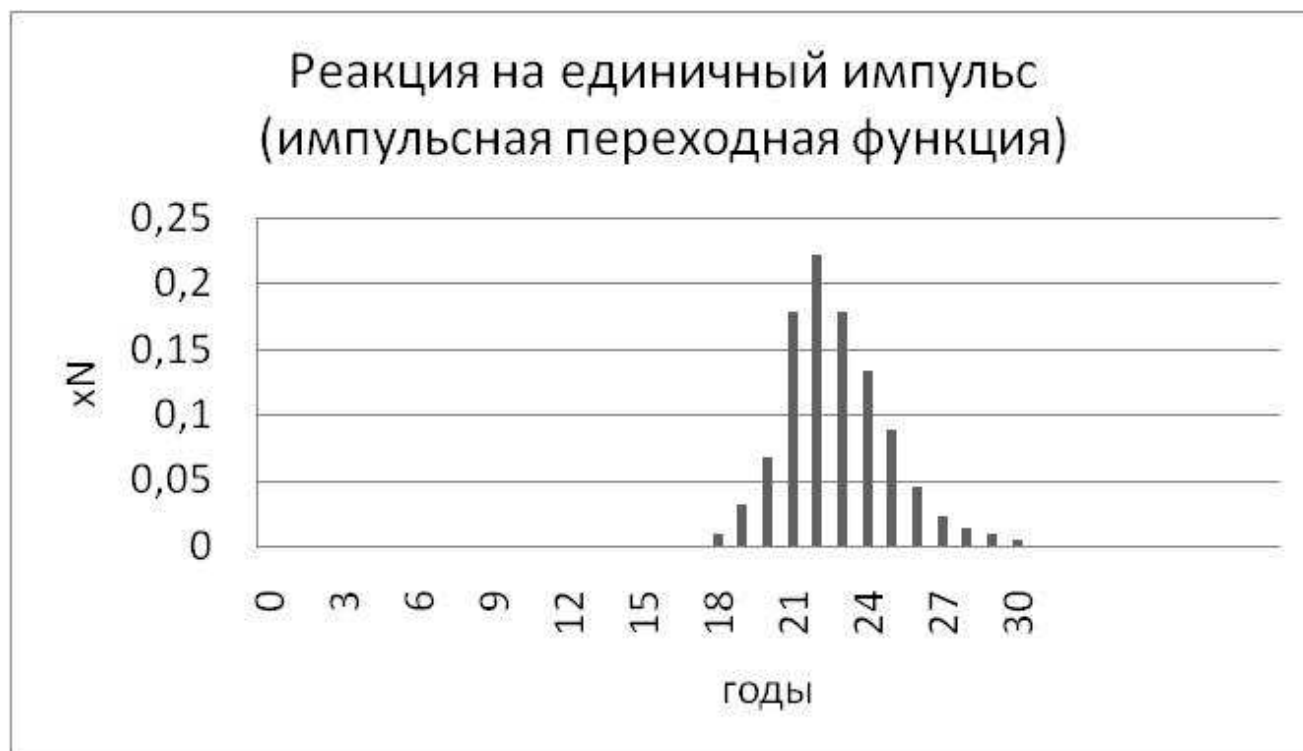
$$y(t) = \sum_{k=0}^t x(k)w(t-k) = \sum_{k=0}^t x(t-k)w(k)$$



Прогноз рождений в интервале $t, t+\Delta T$ годах

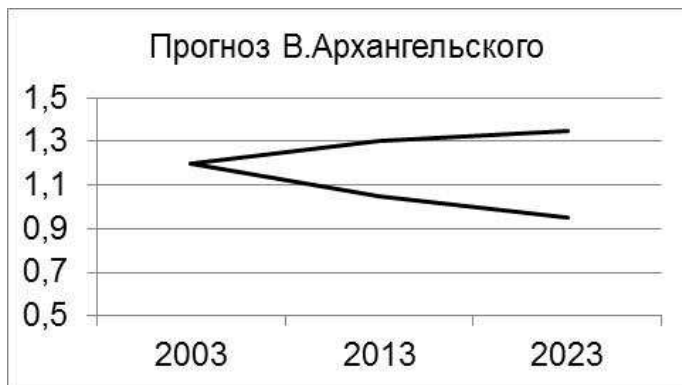
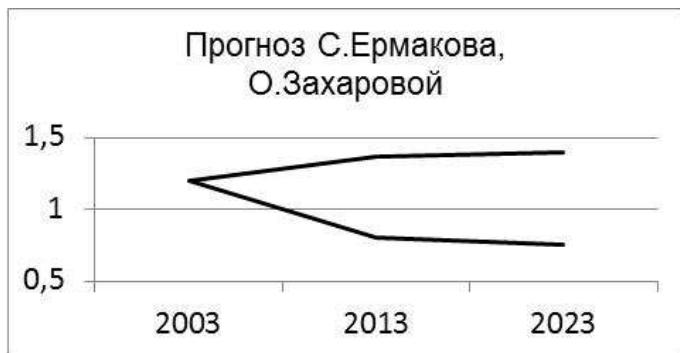
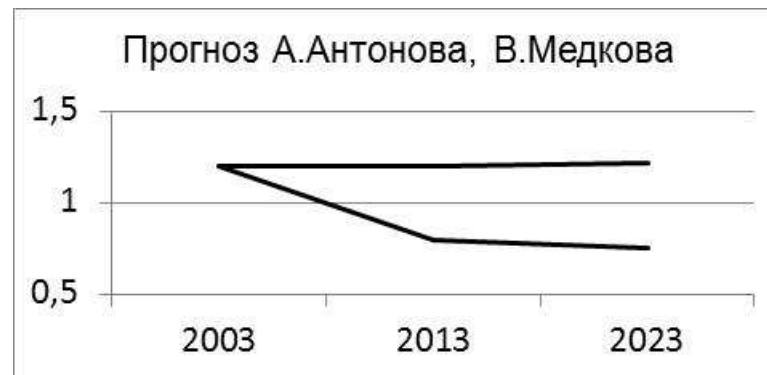
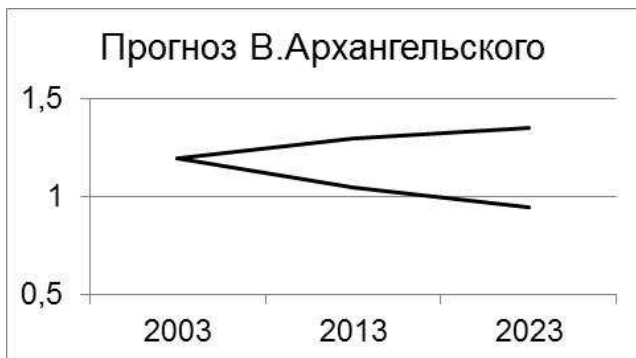
$$N_{\Delta T}(\tau) = \sum_{t-\Delta T}^{\tau} y(t) = \sum_{T_1}^{T_2} \sum_{k=0}^t x(k)w(t-k) = \sum_{t-\Delta T}^{\tau} \sum_{k=0}^t x(t-k)w(k)$$

The Pulse transitive function (the density distribution of the parent age)

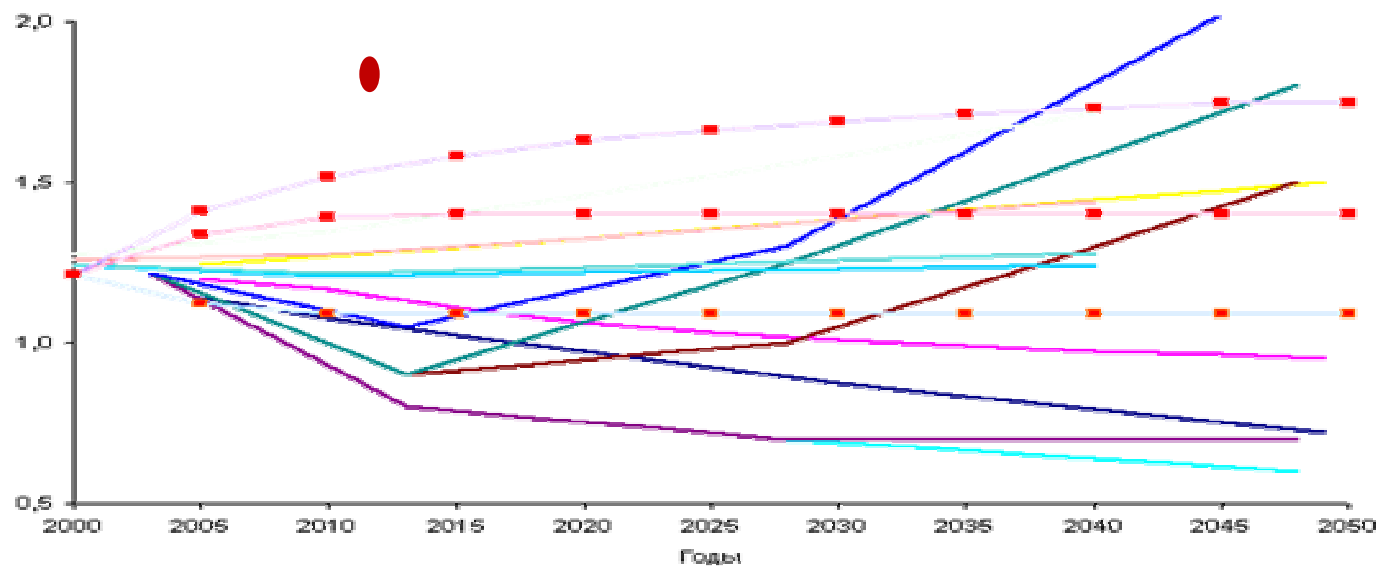


k	<19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
$w(k)$	0	0,003	0,014	0,029	0,063	0,10	0,132	0,138	0,128	0,099	0,079	
k	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	>40
$w(k)$	0,059	0,043	0,030	0,024	0,019	0,015	0,011	0,007	0,004	0,002	0,001	0

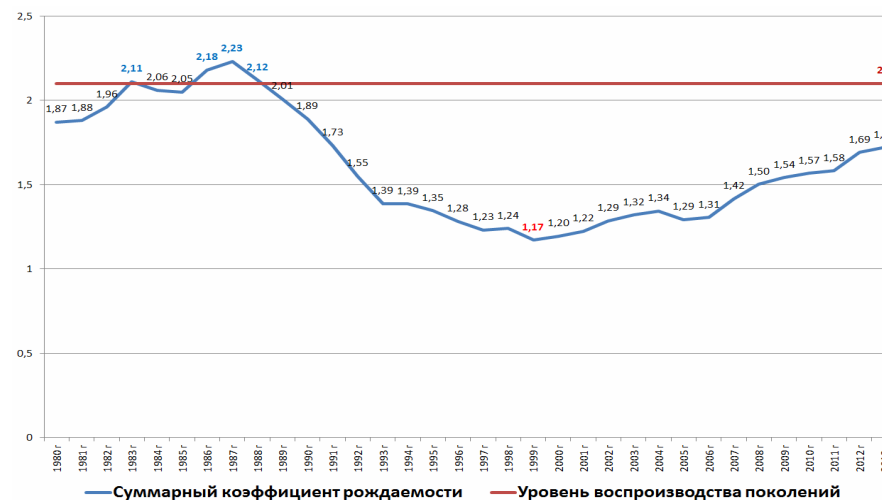
Коэффициент фертильности



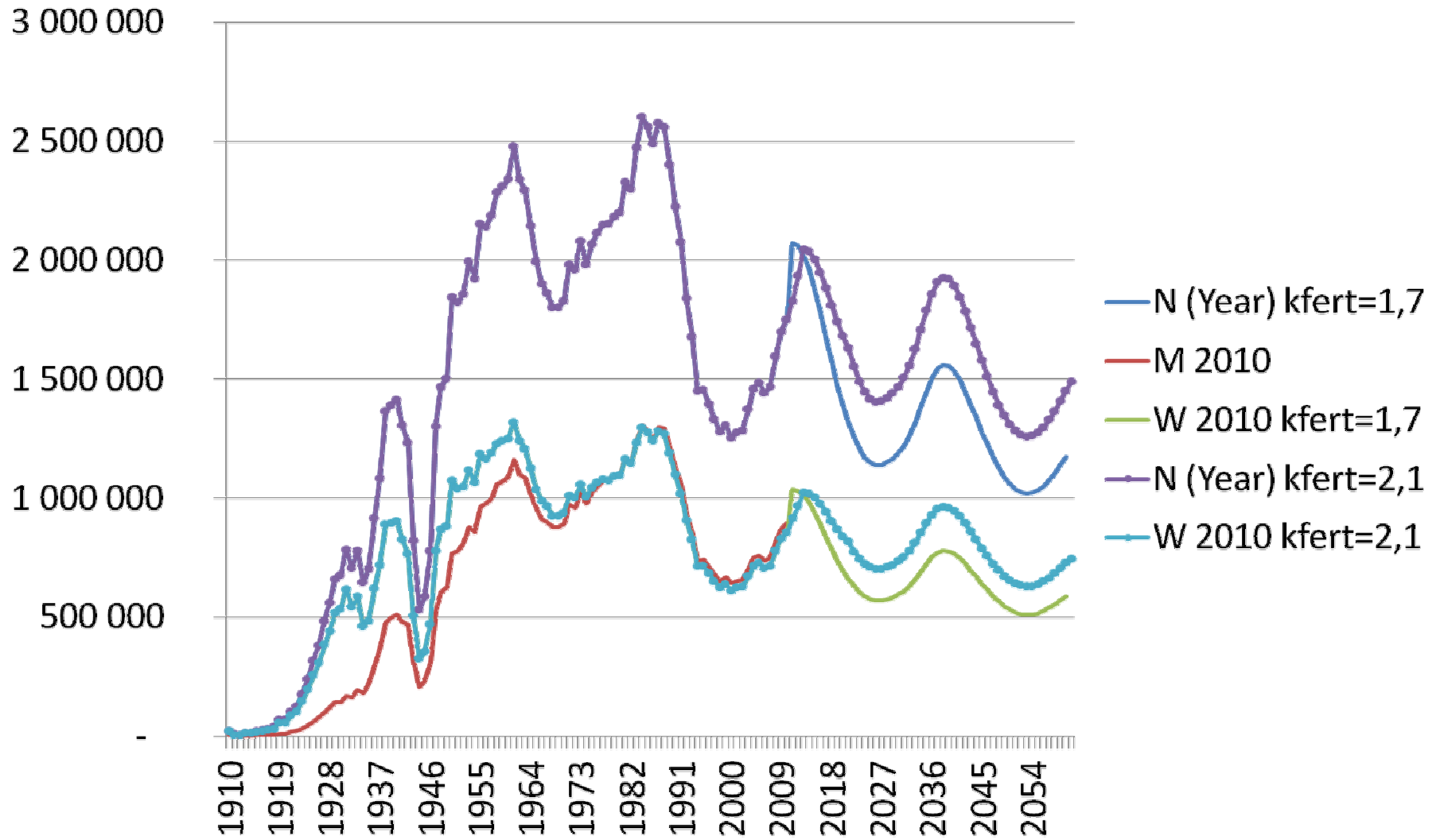
Коэффициент фертильности



- Архангельский: нижний
- Архангельский: наиболее вероятный
- Архангельский: активной демографической политики
- Антонов, Медков: 1
- Антонов, Медков: 2
- Антонов, Медков: 3
- Антонов, Медков: 4
- Антонов, Медков: 5
- Ермаков, Захаров: минимального роста
- Ермаков, Захаров: средний
- Ермаков, Захаров: максимального роста
- Ермаков, Захаров: вероятный
- Госкомстат России: низкий
- Госкомстат России: средний
- Госкомстат России: высокий

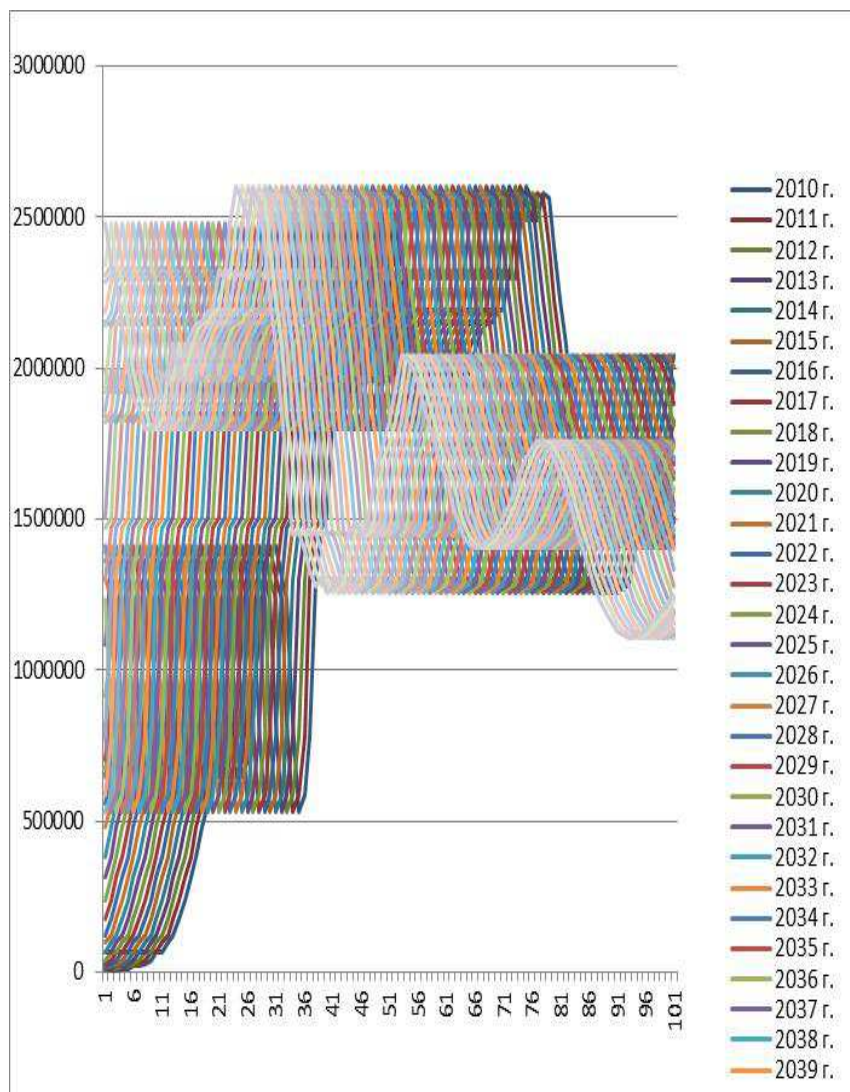


Прогноз рождаемости

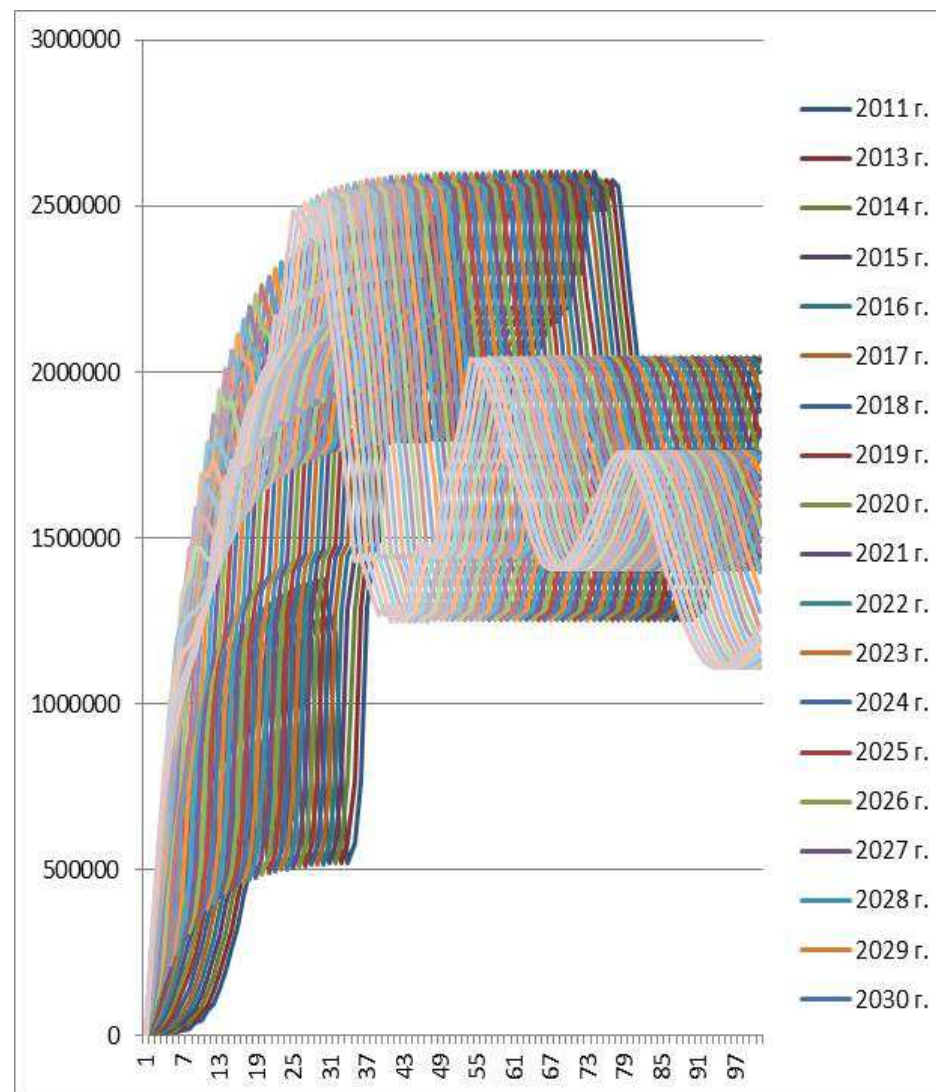


Возрастные диаграммы

Без учета распределения продолжительности жизни

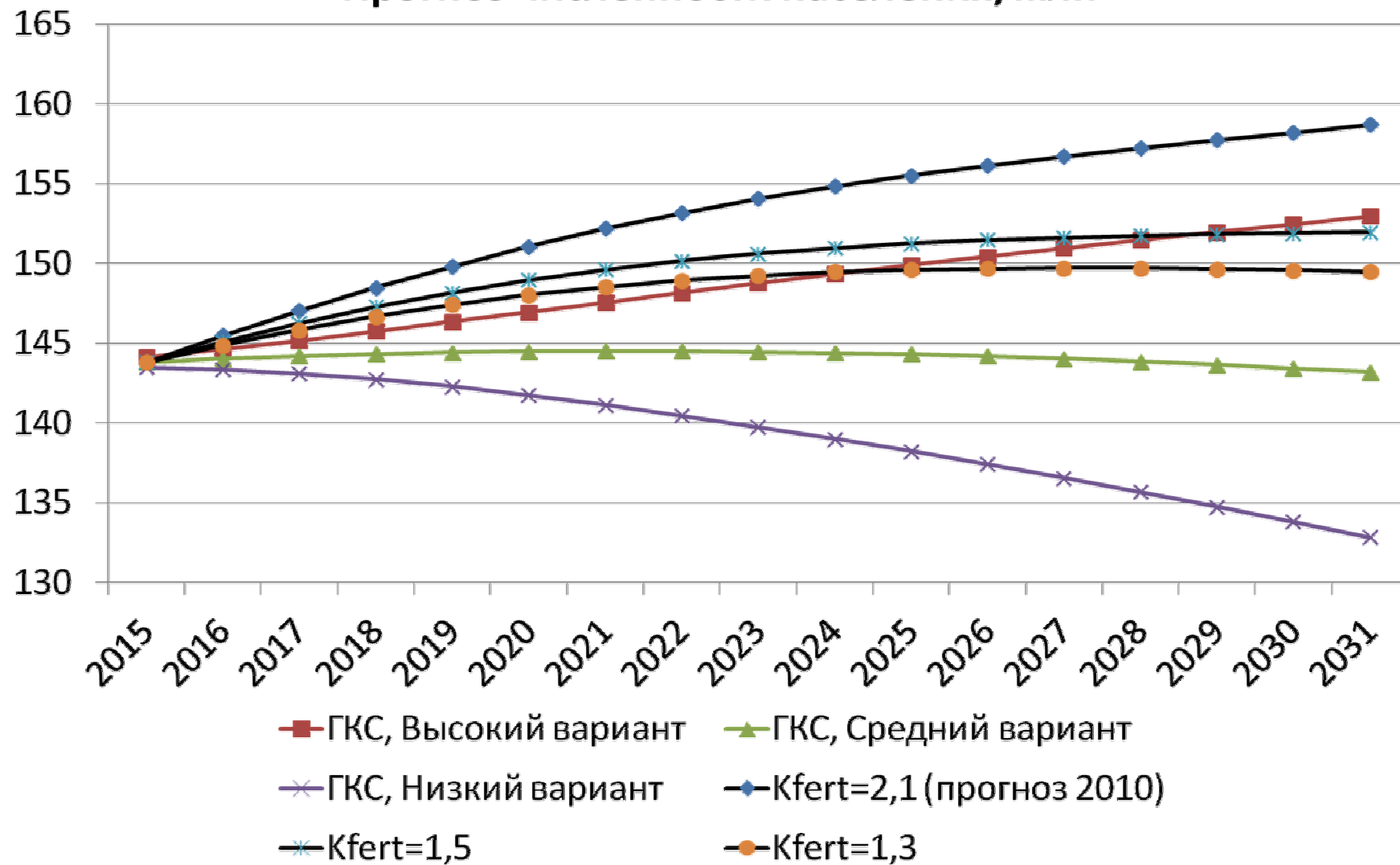


С учетом распределения продолжительности жизни

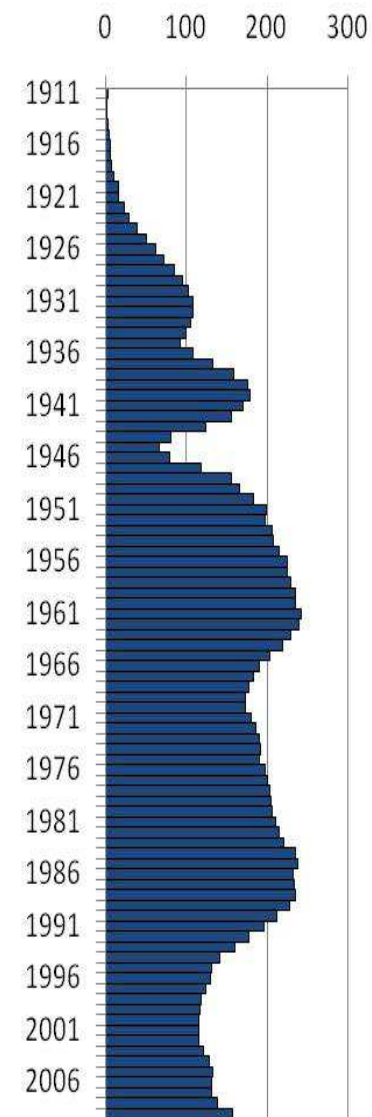
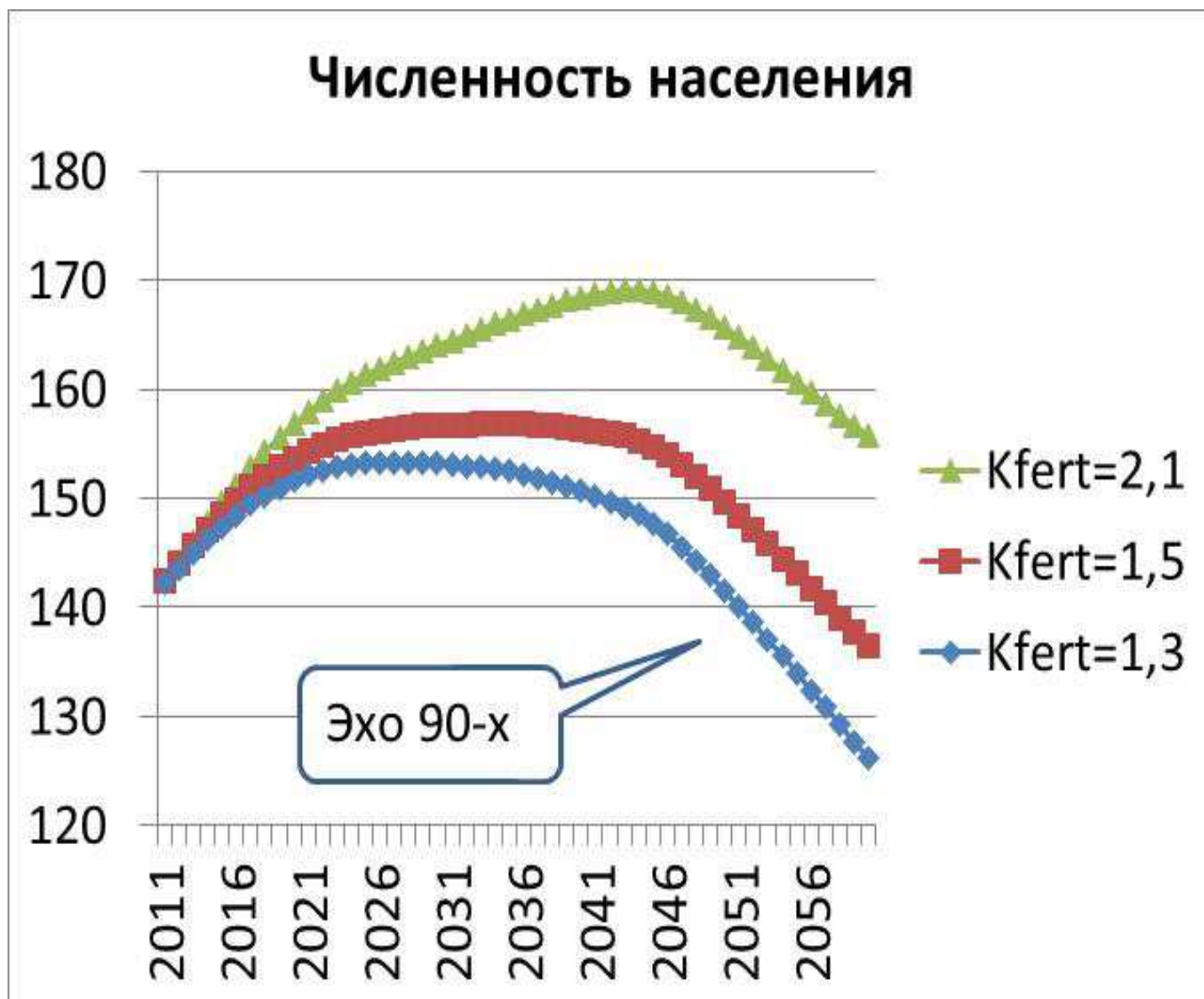


Сравнение с прогнозом ГКС

Прогноз численности населения, млн

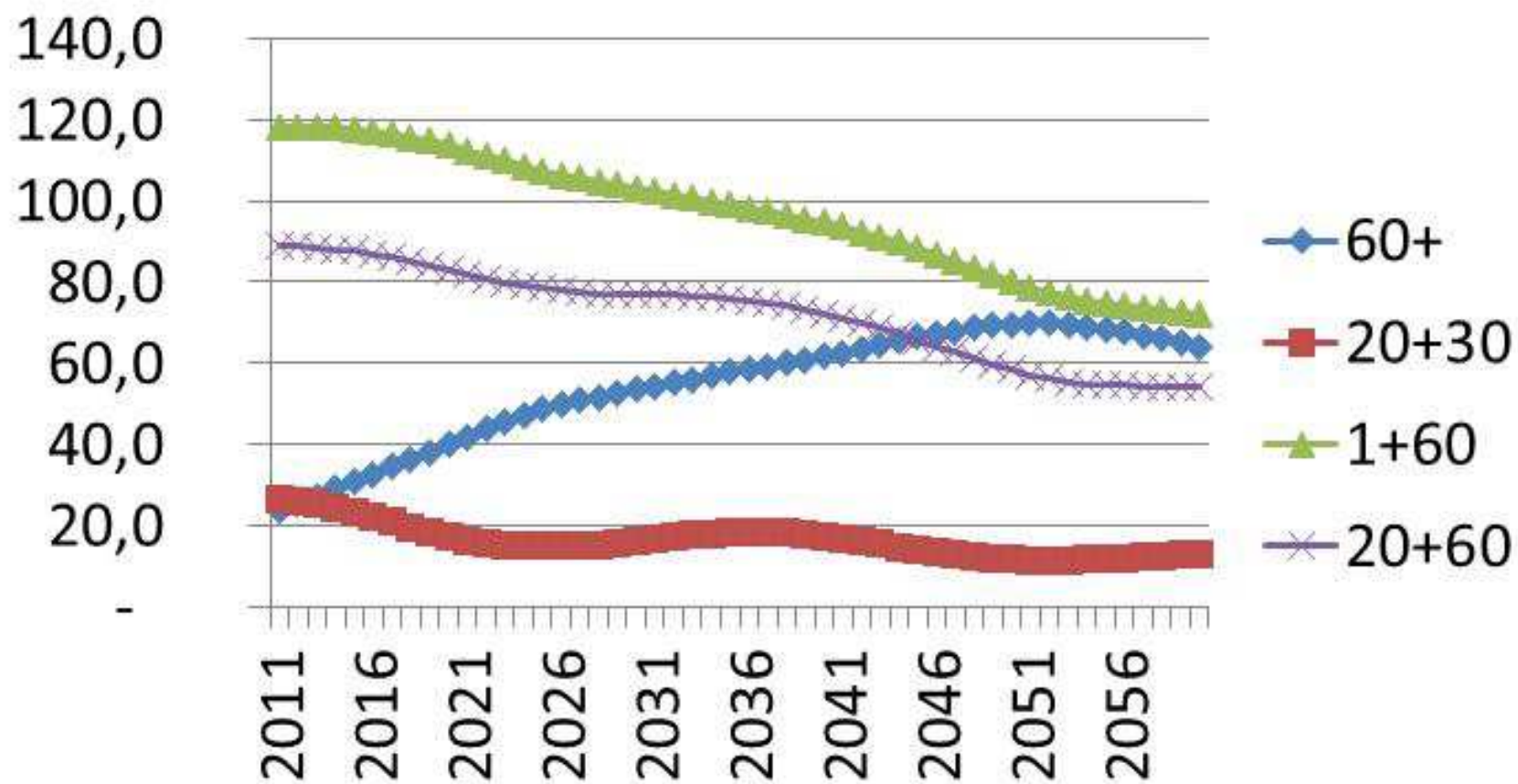


Прогноз

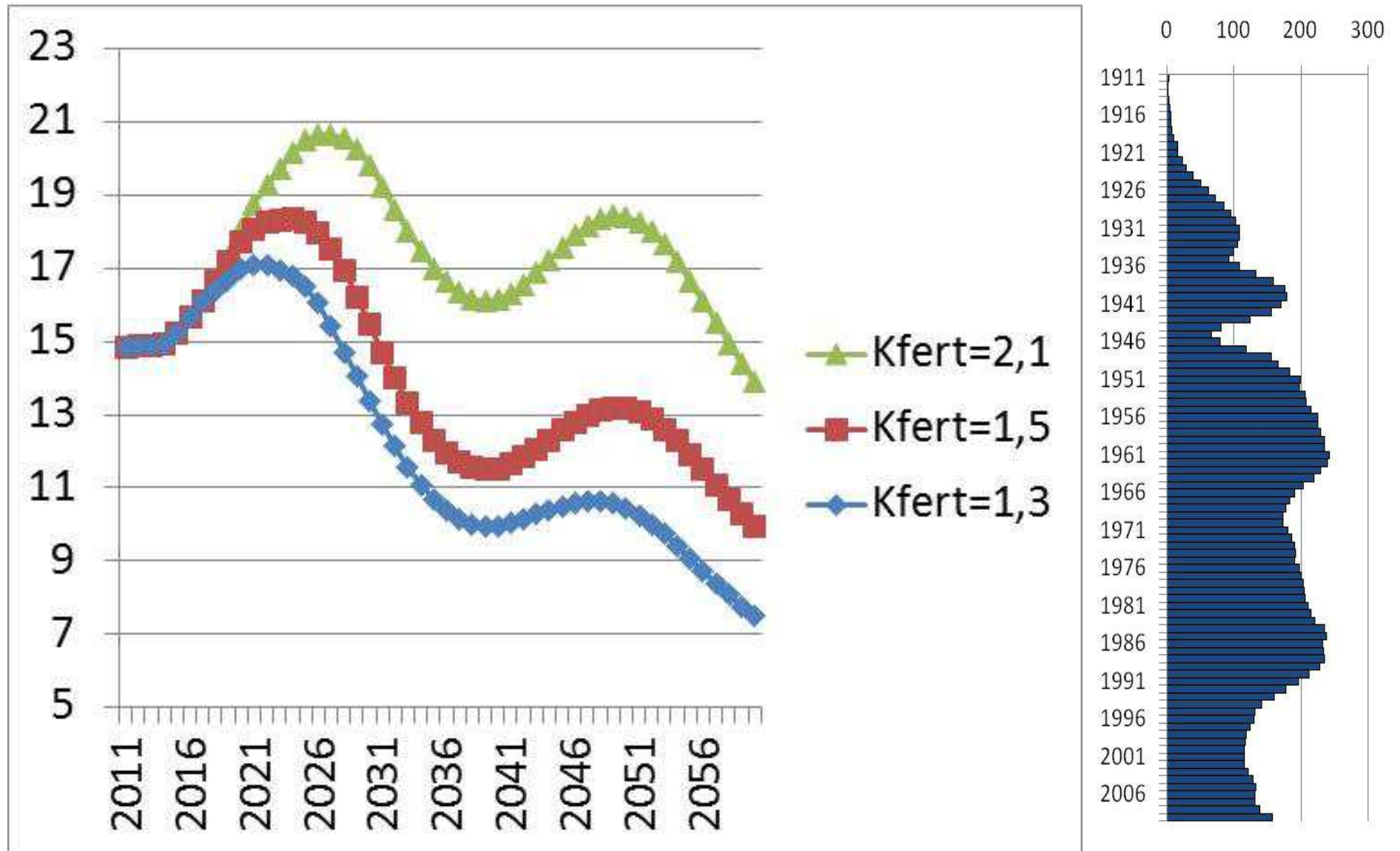


Прогноз, Kfert=1,5

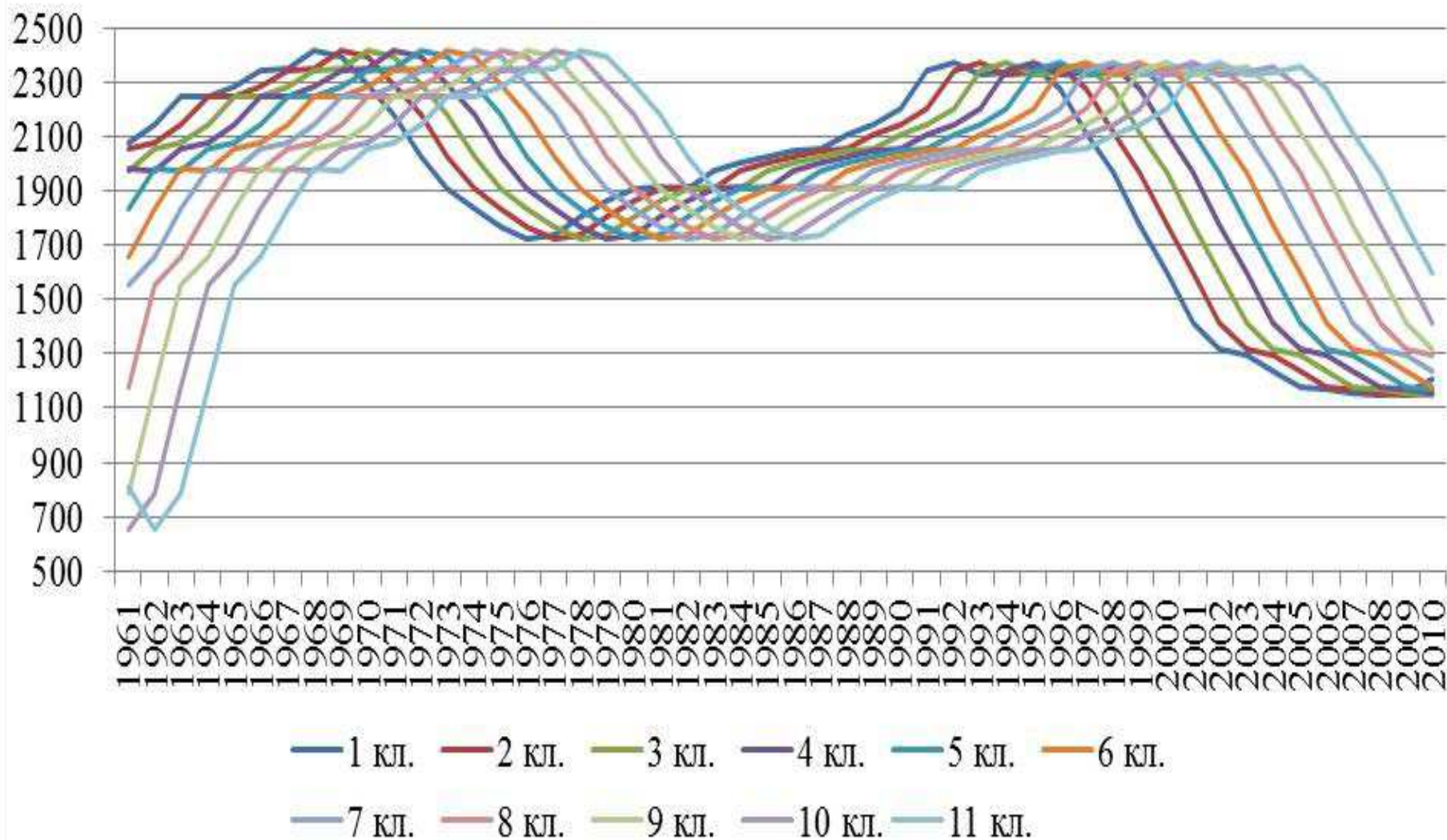
Численность в различных возрастных группах



Численность школьников, млн

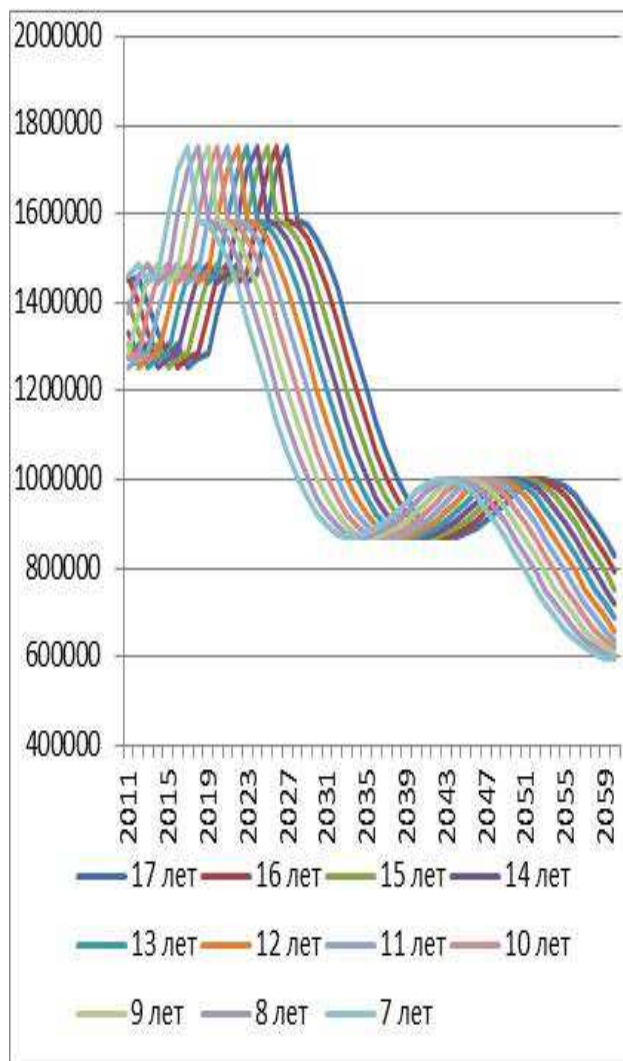


Численность школьников в разных классах, тыс.

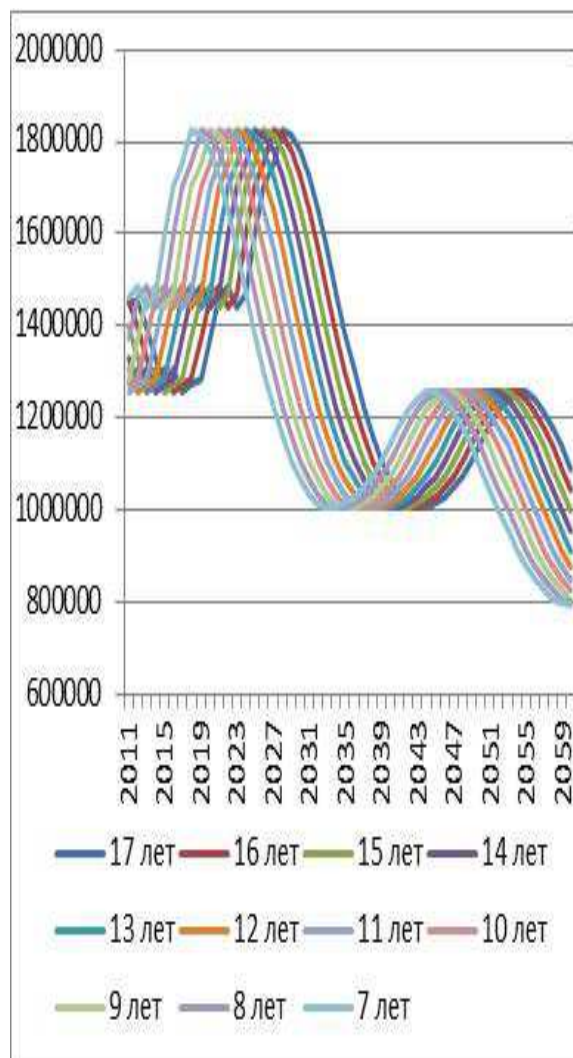


Прогноз численности школьников в классах 1-10

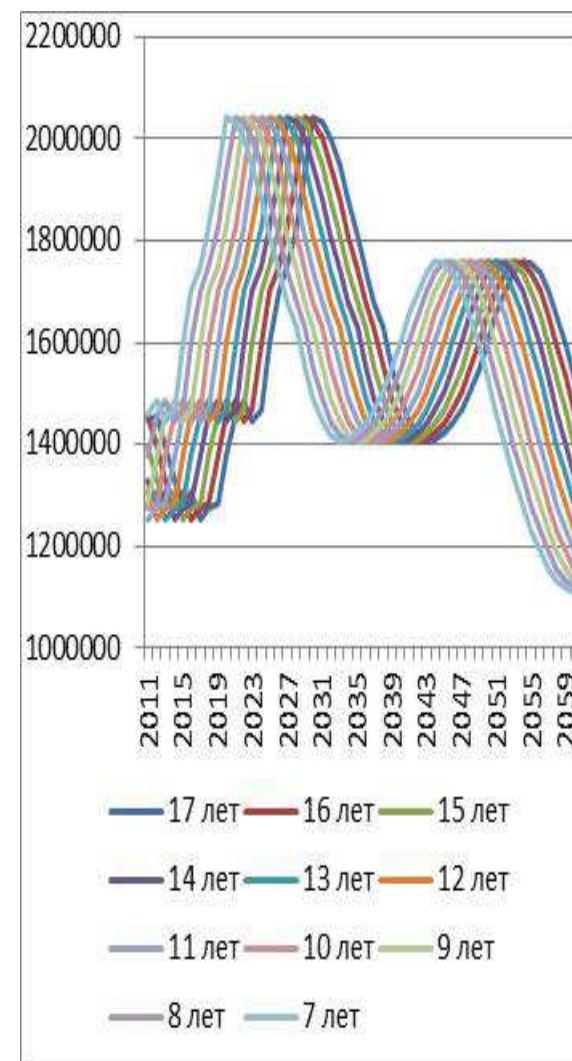
Kfert=1,3



Kfert=1,5

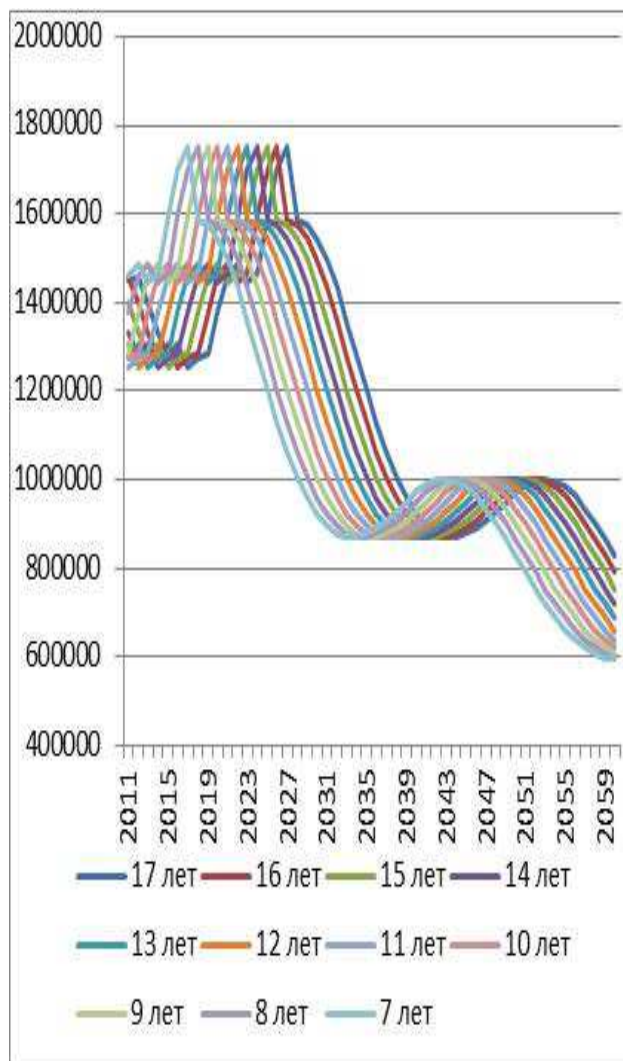


Kfert=2,1

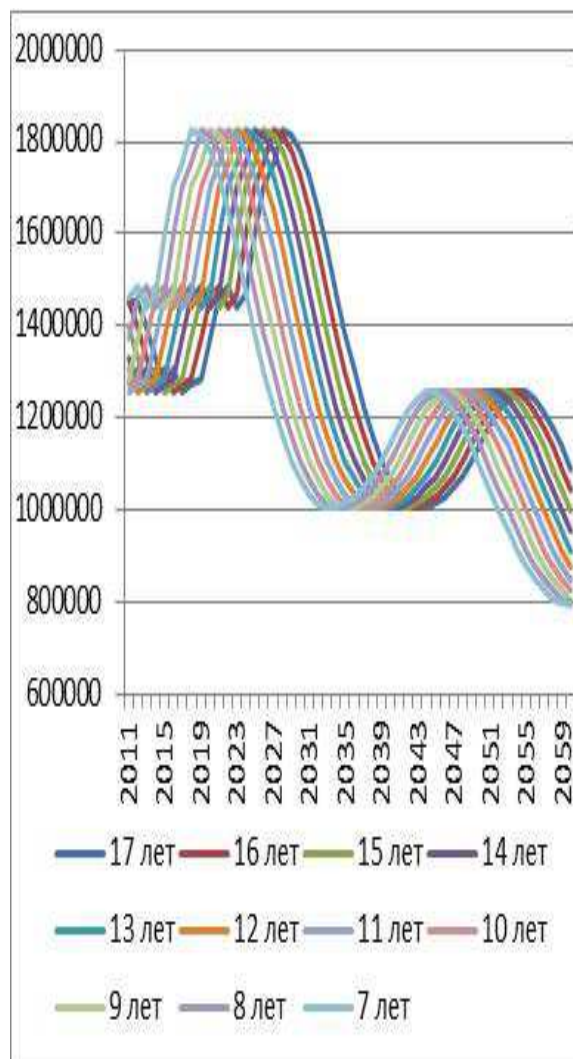


Прогноз численности школьников в классах 1-10

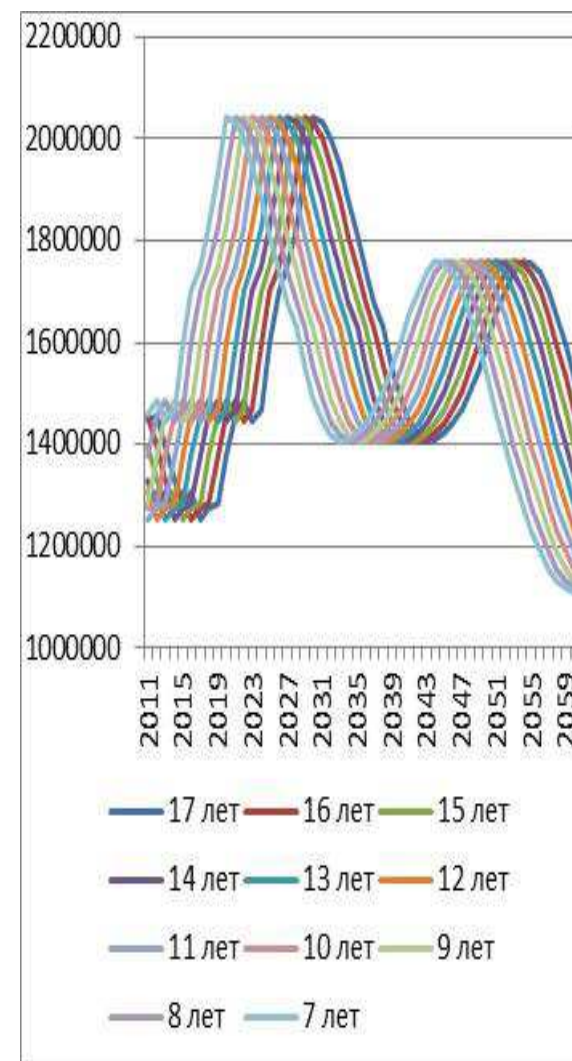
Kfert=1,3



Kfert=1,5

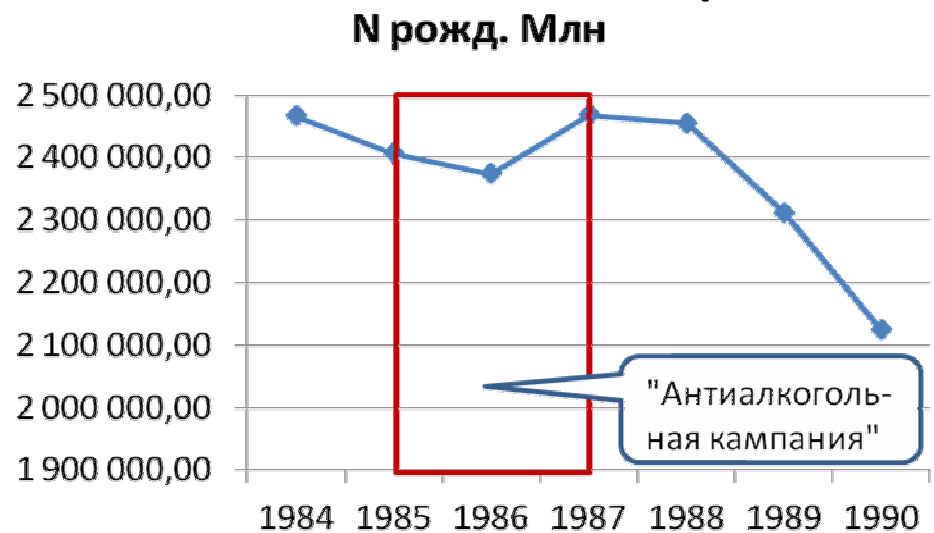


Kfert=2,1

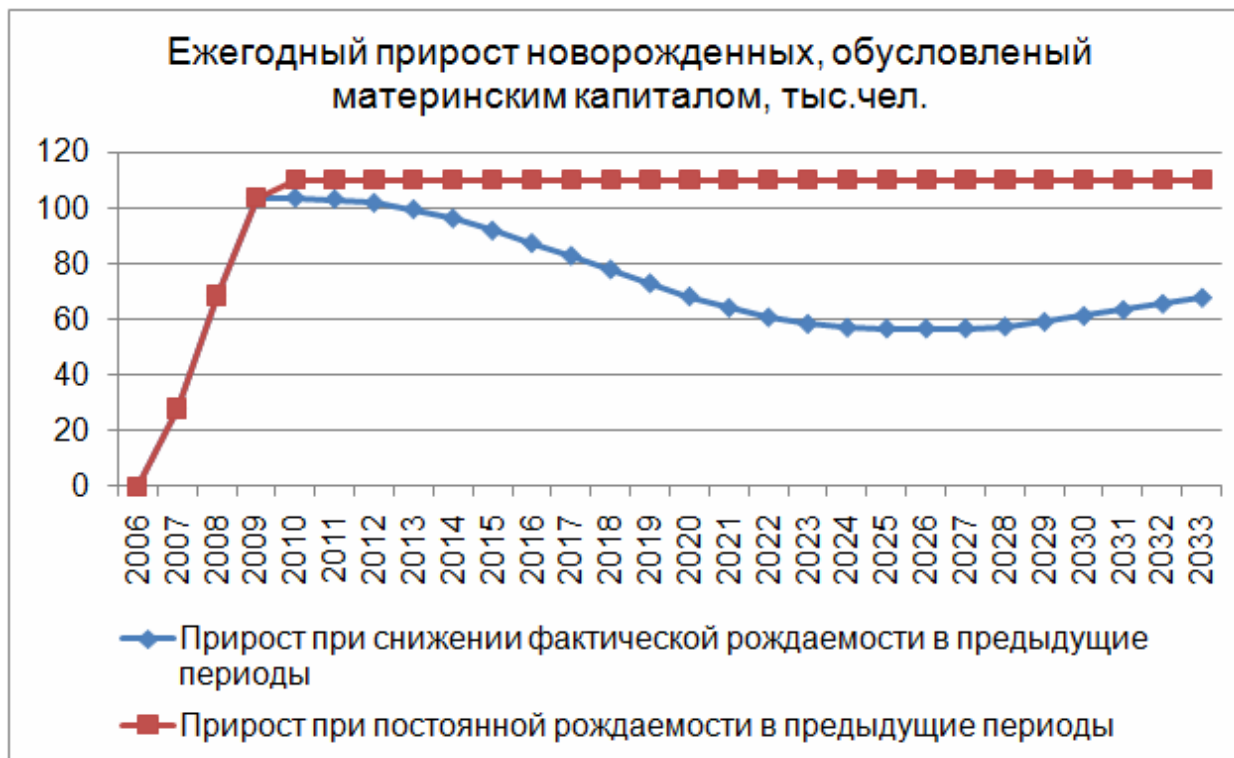


Антиалкогольная кампания и материнский капитал

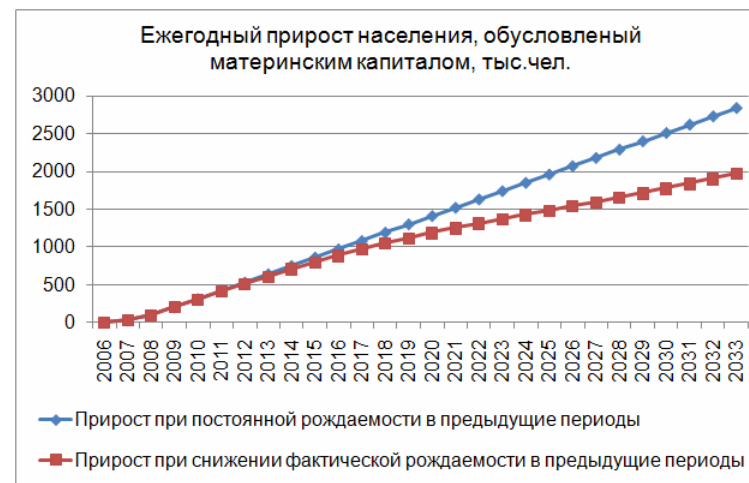
(незакончен)



An effective of the program "Maternal Capital"



K _{МК}	0	1	2	3	4	5
W _{МК} (k), тыс. новорожденных	0	28	41	35	6	?



THANK YOU